



# 计算机科学

COMPUTER SCIENCE

## 基于对比共识图学习的多视图属性图聚类算法

刘鹏仪, 胡节, 王红军, 彭博

引用本文

刘鹏仪, 胡节, 王红军, 彭博. 基于对比共识图学习的多视图属性图聚类算法[J]. 计算机科学, 2024, 51(11): 73-80.

LIU Pengyi, HU Jie, WANG Hongjun, PENG Bo. [Multi-view Attributed Graph Clustering Based on Contrast Consensus Graph Learning](#) [J]. Computer Science, 2024, 51(11): 73-80.

---

## 相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

### [基于深度多视图网络的政务事件分拨方法](#)

Government Event Dispatch Approach Based on Deep Multi-view Network

计算机科学, 2024, 51(5): 216-222. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230300034>

### [基于多尺度视觉感知特征融合的显著目标检测方法](#)

Salient Object Detection Method Based on Multi-scale Visual Perception Feature Fusion

计算机科学, 2024, 51(5): 143-150. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230100132>

### [基于双分支串行混合注意力的输电线路缺陷检测深度神经网络模型](#)

Deep Neural Network Model for Transmission Line Defect Detection Based on Dual-branch Sequential Mixed Attention

计算机科学, 2024, 51(3): 135-140. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230600109>

### [基于节点聚类复杂度的图聚类方法](#)

Graph Clustering Algorithm Based on Node Clustering Complexity

计算机科学, 2023, 50(11): 77-87. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230600003>

### [基于t-SVD的结构保持多视图子空间聚类](#)

Structure Preserved Multi-view Subspace Clustering Based on t-SVD

计算机科学, 2022, 49(11A): 210800215-6. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210800215>

# 基于对比共识图学习的多视图属性图聚类算法

刘鹏仪<sup>1</sup> 胡节<sup>1,2,3,4</sup> 王红军<sup>1,2,3,4</sup> 彭博<sup>1,2,3,4</sup>

1 西南交通大学计算机与人工智能学院 成都 611756

2 教育部城市智能交通工程研究中心 成都 611756

3 西南交通大学综合交通大数据应用技术国家工程实验室 成都 611756

4 西南交通大学四川省制造业产业链协同与信息支撑技术重点实验室 成都 611756

(963377522@qq.com)

**摘要** 多视图属性图聚类可以将具有多个视图的图数据的节点划分到不同的簇中,近年来受到了研究者的广泛关注。目前,已有许多基于图神经网络的多视图属性图聚类方法被提出并取得了较好的聚类性能。然而,由于图神经网络难以处理数据收集过程中出现的图噪声,因此基于图神经网络的多视图属性图方法很难进一步提高聚类性能。为此,提出了一种新的基于对比共识图学习的多视图属性图聚类算法,以降低噪声对聚类的影响从而得到更好的结果。该算法包括4个步骤:首先,使用图滤波消除图上的噪声,并同时保留完整的图结构;然后,选择少量节点来学习共识图,以降低计算复杂度;随后,使用图对比正则化来帮助学习共识图;最后,利用谱聚类获得聚类结果。大量的实验结果表明,与当前最先进的方法相比,所提算法能够很好地减少图数据中噪声对聚类的影响,并以较高的执行效率取得良好的聚类结果。

**关键词:** 多视图学习;属性图数据;图聚类;对比共识图学习;图过滤

中图分类号 TP391

## Multi-view Attributed Graph Clustering Based on Contrast Consensus Graph Learning

LIU Pengyi<sup>1</sup>, HU Jie<sup>1,2,3,4</sup>, WANG Hongjun<sup>1,2,3,4</sup> and PENG Bo<sup>1,2,3,4</sup>

1 School of Computing and Artificial Intelligence, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China

2 Engineering Research Center of Sustainable Urban Intelligent Transportation, Ministry of Education, Chengdu 611756, China

3 National Engineering Laboratory of Integrated Transportation Big Data Application Technology, Chengdu 611756, China

4 Manufacturing Industry Chains Collaboration and Information Support Technology Key Laboratory of Sichuan Province, Southwest Jiaotong University, Chengdu 611756, China

**Abstract** Multi-view attribute graph clustering can divide nodes of graph data with multiple views into different clusters, which has attracted widespread attention from researchers in recent years. At present, many multi-view attribute graph clustering methods based on graph neural networks have been proposed and achieved considerable clustering performance. However, since graph neural networks are difficult to deal with graph noise that occurs during data collection, it is difficult for multi-view attribute graph methods based on graph neural networks to further improve clustering performance. Therefore, a new multi-view attribute graph clustering method based on contrastive consensus graph learning is proposed to reduce the impact of noise on clustering and obtain better results. This method consists of four steps. First, graph filtering is used to remove noise on the graph while retaining the intact graph structure. Then, a small number of nodes are selected to learn the consensus graph to reduce computational complexity. Subsequently, graph contrast regularization is used to help learn the consensus graph. Finally, spectral clustering is used to obtain clustering results. A large number of experimental results show that compared with the current state-of-the-art methods, the proposed method can well reduce the impact of noise in graph data on clustering and achieve considerable clustering results with fast execution efficiency.

**Keywords** Multi-view learning, Attributed graph data, Graph clustering, Contrast consensus graph learning, Graph filter

到稿日期:2023-10-28 返修日期:2024-03-05

基金项目:国家自然科学基金(62276216);四川省重点研发项目(2023YFG0354);2023年西南交通大学国际学生教育管理研究项目(23LXSG101)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China (62276216), Sichuan Science and Technology Program (2023YFG0354) and International Student Education Management Research Project of Southwest Jiaotong University(23LXSG101).

通信作者:胡节(jiehu@swjtu.edu.cn)

## 1 引言

近年来,多视图属性图数据<sup>[1]</sup>的出现逐渐引起了研究者的广泛关注。属性图数据是一种具有图结构的数据,这种图结构记录了节点和节点之间的关系,同时每个节点也包含自身的属性。多视图意味着有多个图结构来表示节点之间不同类型的关系。例如,在学术网络数据中,一篇文章和其他文章不仅可以通过合著者的关系连接,还可以通过出版商的关系连接;此外,每篇文章都有其关键词作为属性特征。这种多视图属性图数据通常包含一个特征属性矩阵和多个邻接矩阵。聚类是无监督学习中的一项基本任务<sup>[2]</sup>,旨在在没有标签信息的帮助下将数据划分到不同的簇中。如何对多视图属性图数据进行聚类一直是学术界的一个重要研究课题。

在过去的几年时间里,研究者不断提出新的聚类方法以进一步提升多视图属性图聚类的效果。其中,一些研究人员发现,图神经网络(Graph Neural Networks, GNN)能够适用于多视图属性图聚类任务。到目前为止,已经有大量基于GNN进行多视图属性图聚类的方法被提出。例如,Fan等<sup>[3]</sup>设计了一种新的图自动编码器聚类框架,该框架首先选择多视图属性数据中信息量最大的图视图,然后通过GNN学习嵌入后对所选视图的嵌入进行聚类。考虑到一些多视图属性图数据具有两个或多个属性数据,Cheng等<sup>[4]</sup>构建了一个多视图属性图卷积网络,该网络使用两个编码器来获得图嵌入,然后对嵌入进行聚类。尽管这类方法在部分数据集上取得了良好的性能,但由于GNN本身缺乏对噪声数据的处理机制,因而基于GNN的方法难以处理有噪声的图数据。

为了应对GNN处理图数据噪声较为困难的问题,一些研究人员尝试将图过滤方法与共识图学习方法相结合,创建了一类新的多视图属性图聚类方法。这些方法首先通过图学习方法学习一致图,再对该图进行聚类。例如,Lin等<sup>[1]</sup>开发了一种新的基于图滤波器的多视图属性图聚类算法,首先使用图滤波,然后选择信息量最大的节点参与训练共识图,最后使用谱聚类得到聚类结果。Pan等<sup>[5]</sup>开发了一种多视图对比图聚类方法,该方法设计了一个对比正则化损失来参与训练一致图,并取得了较好的聚类结果。然而,尽管这些基于图学习的方法能够有效地抑制噪声数据,并获得了较好的性能,但它们也面临着计算复杂度较高的问题。

为了缓解上述方法带来的一些问题,本文提出了一种新的基于对比共识图学习的多视图属性图聚类算法。该方法首先采用基于低通滤波器的图滤波技术,试图通过降低原始数据的噪声来平滑图信号;然后,从矩阵中选择一些重要的点来学习一个较小的共识图;之后,为了使共识图和最后的聚类结果接近最优,采用了对比正则化改进学习过程;最后,对共识图进行谱聚类,得到聚类结果。本文的主要贡献总结如下:

- 1)提出了一种基于对比共识图学习的多视图属性图聚类方法,该方法利用对比正则化项使学习到的共识图接近最优。
- 2)在共识图的学习过程中,设计了一种点选择策略,可以在降低时间复杂度的同时保证学习到的共识图质量不降低。
- 3)最后使用谱聚类来获取聚类结果,进一步降低了时间开销。

本文第2章主要介绍了多视图聚类、图过滤和对比学习的研究现状;第3章详细介绍了所提出的基于对比共识图学习的多视图属性图聚类方法;第4章给出了对比实验、参数分析、消融实验和时间复杂度实验的结果,并对结果进行了分析;最后总结全文并展望下一步的工作。

## 2 相关工作

### 2.1 多视图聚类相关工作

多视图聚类能够将多个视图的信息联合进行聚类<sup>[6]</sup>。目前,研究人员已经提出了许多多视图聚类方法。例如,Chen等<sup>[7]</sup>开发了一个多视图光谱聚类的统一模型,该模型首先学习一个自适应转移概率矩阵,然后对其施加谱聚类得到聚类结果;Zhang等<sup>[8]</sup>提出了一个一致性一步多视图子空间聚类方法,该方法仅用一个阶段完成相似性学习、结构融合和聚类过程;Wang等<sup>[9]</sup>开发了一种具有一致性锚引导的快速无参数多视图子空间聚类方法,该方法将图构造和锚学习相结合,这种独特的组合能确保快速实现聚类结果;Liu等<sup>[10]</sup>也提出了一种高效的具有一致锚的一次多视图子空间聚类。与以上方法不同的是,Chen等<sup>[11]</sup>开发了一种基于张量SVD的广义非凸低秩张量近似的多视图聚类方法,该方法可以根据低秩张量逼近捕获高阶信息以提高聚类性能。Gao等<sup>[12]</sup>提出了一种加权张量核范数最小化算法,并将其应用于聚类。虽然以上方法在多视图数据上取得了良好的聚类结果,但并不适用于处理特定的多视图数据类型,如多视图属性图数据。

与多视图数据不同的是,多视图属性图数据是由多个图结构和节点属性组成的。目前,已经出现了一些多视图属性图聚类方法的研究成果。例如,Wang等<sup>[13]</sup>提出了异构图注意力网络,可以根据图注意力网络学习数据的表示进行聚类;Liu等<sup>[14]</sup>提出了一种可扩展的多视图聚类方法,该方法使用图滤波器来降低图的噪声,随后学习一致图进行聚类。

### 2.2 图过滤相关工作

现实生活中有很多平滑的信号,如音频信号、视频信号等,这些信号通常以波的形式存在,处理它们往往需要使用各种滤波器。在图信号处理过程中,研究人员发现图神经网络的关键要素是低通滤波器<sup>[15]</sup>,进而提出了一种基于经典信号处理的新技术,即图过滤器。

图过滤器是通过直接将传统滤波器扩展到图域<sup>[16-17]</sup>进行工作的。信号滤波器是传统滤波器的一种,它可以通过一定的方法滤除噪声信号。图过滤器也可以实现相同的功能。图过滤器可以滤除图噪声信号,当使用图滤波器时,图数据可以被视为图信号,经过图过滤器处理后,图信号变得平滑。随着对图过滤器的深入研究,研究者们发现经过图过滤后的属性图数据能够有效提高聚类效果<sup>[18]</sup>。例如,自适应图卷积(AGC)<sup>[19]</sup>首先使用图过滤器来获得图嵌入,进而施加谱聚类获得最终聚类结果。自适应图编码器(AGE)<sup>[20]</sup>也使用图过滤器来获得图嵌入,但其与AGC的不同之处在于,AGE能够选择训练对,同时根据平滑的图信号通过编码器对其进行训练,最后进行聚类。然而,这两种方法都只针对单视图属性图数据。与以上方法不同的是,本文提出的方法能够针对多视图属性图数据应用图过滤器。

### 2.3 对比学习相关工作

对比学习的原理是最大化正对的相似度和负对的距离<sup>[5]</sup>。由于对比学习性能强大,越来越多的研究人员开始将对比学习引入不同的机器学习任务中。近年来,一些研究人员将对对比学习和聚类结合起来提出了一类新的聚类方法。Wang等<sup>[21]</sup>提出了一种新的分层对比学习框架,它在分层方式的基础上加入了对比学习来显式地学习图表示。Jin等<sup>[22]</sup>提出了多尺度对比暹罗网络,它通过多尺度对比学习来学习节点表示,并采用暹罗自蒸馏网络来增强表示。通过比较两个扩散矩阵,Hassani等<sup>[23]</sup>提出了一种用于图的对比多视图表示学习方法,这种方法是通过变换邻接矩阵来实现的。实验结果表明以上方法明显优于以往的图自编码器方法。与上述方法相反,本文提出的算法直接对学习图使用了对比正则化器。

## 3 基于对比共识图学习的多视图属性图聚类

本章首先给出图聚类的相关定义,接着介绍本文的聚类算法所用到的图过滤、共识图学习方法和对比正则化项,同时给出算法的流程;然后介绍目标函数优化策略和点选择策略;最后分析整个算法的时间复杂度。

### 3.1 相关定义

通常,一个属性图包含点、边和属性矩阵。本文使用  $\mathbf{G}=(\mathbf{V}, \mathbf{E}, \mathbf{X})$  表示图,其中  $\mathbf{V}=\{v_i\}_{1,2,\dots,n}$  表示图  $\mathbf{G}$  的点集,  $\mathbf{E}$  表示图  $\mathbf{G}$  的边集,  $\mathbf{X}=[x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  表示图  $\mathbf{G}$  的属性矩阵。  $x_i$  表示第  $i$  个点  $f$  维的属性信息,也是  $f$  维向量。图的边可以用邻接矩阵  $\mathbf{A}$  表示,  $A_{ij}=\text{if}(v_i, v_j) \in \mathbf{E}$ , 否则  $A_{ij}=0$ 。图  $\mathbf{G}$  的度矩阵可以由矩阵  $\mathbf{A}$  求得,  $\mathbf{D}=\text{diag}(d_1, d_2, \dots, d_n) \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $d_i=\sum_j A_{ij}$ 。  $\tilde{\mathbf{A}}=\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}(\mathbf{A}+\mathbf{I})\mathbf{D}^{-\frac{1}{2}}$  为  $\mathbf{A}$  的标准归一化矩阵,  $\mathbf{L}=\mathbf{D}-\tilde{\mathbf{A}}$  为  $\mathbf{A}$  的拉普拉斯矩阵。

### 3.2 图过滤和共识图学习

图过滤器是表示学习的另一种途径,最早是由 Ma 等提出<sup>[24]</sup>的。Ma 等的研究表明,图过滤器是基于低通滤波器设计而来的,可以有效滤除对聚类影响较大的高频噪声。因此,可以以独特的方式将多维数据点视为图信号。本文以  $\mathbf{X} \in \mathbf{R}^{n \times f}$  表示原始图形信号,对原始图信号应用阶数为  $k$  的图过滤器,可以表示为:

$$\bar{\mathbf{X}}=\left(\mathbf{I}-\frac{1}{2}\mathbf{L}\right)^k \mathbf{X} \quad (1)$$

其中,  $k$  为图过滤器的阶数,  $\bar{\mathbf{X}}$  为平滑表示。由于聚类通常假设距离较近的点可能位于同一簇中,因此  $\bar{\mathbf{X}}$  将有助于后续的聚类任务。

通过数据的自表达获得的组合系数可以用于评估任意两点之间的相似度<sup>[25]</sup>。然而,本文并不直接使用  $\bar{\mathbf{X}}$  进行谱聚类,而是先学习共识图矩阵  $\mathbf{Z}$  来减小手工相似性测量引入的偏差<sup>[26]</sup>。此过程的表示如式(2)所示:

$$\min_{\mathbf{Z}} \|\bar{\mathbf{X}}^T - \bar{\mathbf{X}}^T \mathbf{Z}\|_F^2 + \alpha \mathbf{R}(\mathbf{Z}) \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{Z} \in \mathbf{R}^{n \times n}$ ,  $\alpha > 0$  为平衡这两项的权衡参数。式(2)的左项用于测量重构误差;右项是一个正则化项,能够避免平凡解,可以为核范数或稀疏  $l_1$  范数。式(2)的缺点是  $\mathbf{Z}$  不能准确

学习到原始图的拓扑结构。

### 3.3 对比正则化和对比共识图学习

一般来说,正则化器被设计用来探索数据的结构信息。为了获得更丰富的结构信息,本文选用了对比正则化器。正/负对是对比学习的重要组成部分,它们是通过数据增强建立的。然而,它们的建立通常是在实例级别完成的。大多数图对比学习方法会随机丢弃边和节点,以确保能够获得更好的表示。与这些方法不同,本文在图矩阵  $\mathbf{Z}$  上直接应用对比正则化器以提高共识图的质量。对比正则化器将每个节点及其最近邻居视为正对,使用  $\mathbf{N}_i^+$  来表示节点  $v_i$  的最近邻居的集合。对比正则化器可以表示为:

$$\mathbf{R}(\mathbf{Z})=\sum_{i=1}^n \sum_{j \in \mathbf{N}_i^+} -\log \frac{\exp(\mathbf{Z}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{Z}_{ip})} \quad (3)$$

对比正则化器的作用在于使邻居节点更接近,而非邻居节点距离变得更远。利用它可以提高共识图的质量。然后,将  $\mathbf{R}(\mathbf{Z})$  代入式(2)中得到:

$$\min_{\mathbf{Z}} \|\bar{\mathbf{X}}^T - \bar{\mathbf{X}}^T \mathbf{Z}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^n \sum_{j \in \mathbf{N}_i^+} -\log \frac{\exp(\mathbf{Z}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{Z}_{ip})} \quad (4)$$

此时虽然可以通过直接使用谱聚类来得到聚类结果,但这样做的时间复杂度为  $O(n^3)$ 。为了降低计算复杂度,本文仅选择  $m(m \ll n)$  个代表点<sup>[27]</sup> 参与学习共识图,这将大幅度提高共识图的学习效率。矩阵  $\mathbf{B}(\mathbf{B}=[b_1, b_2, \dots, b_m] \in \mathbf{R}^{f \times m})$  代表选择出来的点所构建的矩阵。经过以上步骤,能够学习到一个较小的共识图  $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{m \times n}$ , 它表示所有节点与选定节点之间的相似度。基于此,一种能够利用对比正则化项学习较小共识图的方法如式(5)所示:

$$\min_{\mathbf{S}} \|\bar{\mathbf{X}}^T - \mathbf{B}\mathbf{S}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^+} -\log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})} \quad (5)$$

其中,  $m$  是所选点的数量。式(5)是一种单视图的方法,为了从单视图扩展到多视图,所有视图需要共享  $\mathbf{S}$ , 从而保证聚类的正常进行。同时,采用加权机制使不同视图有不同的权重。  $\lambda^v$  表示视图  $v$  的权重参数,基于对比共识图学习的多视图属性图聚类如式(6)所示:

$$\min_{\mathbf{S}, \lambda^v} \sum_{v=1}^V \lambda^v \left( \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^+} -\log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})} \right) + \sum_{v=1}^V (\lambda^v)^\omega \quad (6)$$

其中,  $\omega < 0$  是平滑参数,  $\bar{\mathbf{X}}_v$  是视图  $v$  的平滑表示,  $\mathbf{B}_v$  是视图  $v$  中选定的点组成的矩阵。

### 3.4 优化策略

由于式(6)是一个 2-block 的凸优化问题,并且式(6)中包含矩阵,因此许多传统的优化方法无法很好地求解式(6)。智能优化方法是一些优化算法的统称,如遗传算法、蚁群算法、模拟退火算法等。虽然这些智能优化方法可以处理复杂的非线性问题,但对于式(6)而言,求解需要消耗大量的计算资源和时间。解析法是一种应用解析式去求解数学模型的方法,但式(6)涉及矩阵运算和范数,不能很好地写出解析式。因此,本文将交替优化和梯度下降法相结合,以此来解决式(6)的优化问题。

### 3.4.1 固定 $\lambda^v$ ,更新 $\mathbf{S}$

由于不包含 $\mathbf{S}$ 的项的导数为0,因此可以直接删除这些项,之后可以得到:

$$\min_{\mathbf{S}, \lambda^v} \sum_{v=1}^V \lambda^v \left( \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^v} -\log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})} \right) \quad (7)$$

对于式(7),可以使用梯度下降法来求解。其在时间点 $t$ 的梯度可表示为:

$$\nabla_1^{(t)} + \alpha \nabla_2^{(t)} \quad (8)$$

其中, $\nabla_1^{(t)}$ 是 $\sum_{v=1}^V \lambda^v \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2$ 在时间点 $t$ 的导数, $\nabla_2^{(t)}$ 是 $\sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^v} -\lambda^v \log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})}$ 在时间点 $t$ 的梯度。

对于 $\lambda^v \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2$ ,能够得出:

$$\begin{aligned} & \lambda^v \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2 \\ &= \lambda^v * \text{tr}[(\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S})^T (\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S})] \\ &= \lambda^v * \text{tr}[(\bar{\mathbf{X}}_v - \mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T)^T (\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S})] \\ &= \lambda^v * \text{tr}(\bar{\mathbf{X}}_v \bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T - \bar{\mathbf{X}}_v \mathbf{B}_v \mathbf{S} + \mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S}) \\ &= \lambda^v * [\text{tr}(\bar{\mathbf{X}}_v \bar{\mathbf{X}}_v^T) - 2\text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T) + \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S})] \\ &= \lambda^v \text{tr}(\bar{\mathbf{X}}_v \bar{\mathbf{X}}_v^T) - 2 \lambda^v \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T) + \lambda^v \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S}) \quad (9) \end{aligned}$$

其中, $\text{tr}$ 代表矩阵的迹; $\lambda^v \text{tr}(\bar{\mathbf{X}}_v \bar{\mathbf{X}}_v^T)$ 的导数为0,因为 $\text{tr}(\bar{\mathbf{X}}_v \bar{\mathbf{X}}_v^T)$ 不包含项 $\mathbf{S}$ ;  $2 \lambda^v \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T)$ 的导数为 $2 \lambda^v [\mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T]_{ij}$ ;  $\lambda^v \text{tr}(\mathbf{S}^T \mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S})$ 的导数为 $2 \lambda^v [\mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S}^{(t-1)}]_{ij}$ 。因此可以得到:

$$\nabla_1^{(t)} = 2 \sum_{v=1}^V \lambda^v (-[\mathbf{B}_v^T \bar{\mathbf{X}}_v^T]_{ij} + [\mathbf{B}_v^T \mathbf{B}_v \mathbf{S}^{(t-1)}]_{ij}) \quad (10)$$

对于 $\sum_{v=1}^V \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^v} -\lambda^v \log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})}$ ,能够得出:

$$\begin{aligned} & -\lambda^v \log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})} \\ &= -\lambda^v [\log(\exp(\mathbf{S}_{ij})) - \log(\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip}))] \\ &= -\lambda^v [\mathbf{S}_{ij} - \log(\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip}))] \quad (11) \end{aligned}$$

定义 $K^{(t-1)} = \sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip}^{(t-1)})$ ,能够得到 $\nabla_2^{(t)}$ :

$$\nabla_2^{(t)} = \begin{cases} \sum_{v=1}^V \lambda^v \left( -1 + \frac{p \exp(\mathbf{S}_{ij}^{(t-1)})}{K^{(t-1)}} \right), & \text{if } j \text{ in } \mathbf{N}_i^v \\ \sum_{v=1}^V \lambda^v \left( \frac{p \exp(\mathbf{S}_{ij}^{(t-1)})}{K^{(t-1)}} \right), & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

其中 $p$ 是邻居总数。然后,本文采用Adam优化策略<sup>[28]</sup>来更新 $\mathbf{S}$ 。在这个过程中需要初始化 $\mathbf{S}$ 来加快收敛速度,因此本文将式(6)中的正则化器替换为F-范数,记为式(13)。 $\mathbf{S}$ 的初始值可以通过式(13)快速得到<sup>[5]</sup>:

$$\min_{\mathbf{S}, \lambda^v} \sum_{v=1}^V \lambda^v (\|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2 + \alpha \|\mathbf{S}\|_F^2) + \sum_{v=1}^V (\lambda^v)^w \quad (13)$$

### 3.4.2 固定 $\mathbf{S}$ ,更新 $\lambda^v$

对于每个视图 $v$ ,定义 $M_v = \|\bar{\mathbf{X}}_v^T - \mathbf{B}_v \mathbf{S}\|_F^2 + \alpha \sum_{i=1}^m \sum_{j \in \mathbf{N}_i^v} -$

$\log \frac{\exp(\mathbf{S}_{ij})}{\sum_{p \neq i} \exp(\mathbf{S}_{ip})}$ 。因此,式(6)可以表示为:

$$\min_{\mathbf{S}, \lambda^v} \sum_{v=1}^V \lambda^v M_v + \sum_{v=1}^V (\lambda^v)^w \quad (14)$$

令关于 $\lambda^v$ 的导数为0,得到:

$$M_v + w (\lambda^v)^{w-1} = 0 \quad (15)$$

$\lambda^v$ 可以表示为:

$$\lambda^v = \left( -\frac{M_v}{w} \right)^{\frac{1}{w-1}} \quad (16)$$

### 3.5 点选择策略

为了提高共识图的学习效率,需要一个高效的点选择策略。传统的点选择策略平等地对待每个点,无法提升聚类的性能。本文需要根据点的重要性来选择点。在图中,如果一个点与其他点有更多的联系,则该点更重要。本文使用图的度来计算点 $i$ 的重要性,将其表示为 $\text{imp}(i)$ 。

$$\text{imp}(i) = \frac{\sum_{v=1}^V d_{iv}}{\sum_{v=1}^V \sum_{j=1}^n d_{jv}} \quad (17)$$

其中, $d_{iv}$ 代表点 $i$ 在视图 $v$ 中的度。通过 $\text{imp}(i)$ 的定义,可以得到 $\text{imp}(i) \in [0, 1]$ 并且 $\sum_{i=1}^n \text{imp}(i) = 1$ 。为了保证能够选择足够多的点,本文使用 $\text{ind}$ 表示已被选择点的点集,计算 $q(i) = \text{imp}(i) / \sum_{j \in \text{ind}} \text{imp}(j)$ 。根据 $q(i)$ 的定义,容易选出 $q(i)$ 最大的点,将该点加入 $\text{ind}$ 点集,然后重新计算各个节点的 $q(i)$ 值。循环进行以上步骤,直到选择出足够数量的点为止。

### 3.6 时间复杂度分析

算法1描述了本文多视图属性图聚类算法的整个过程。 $n$ 表示节点数量, $f$ 表示每个节点的特征数量,在式(6)中,这一操作在第 $v$ 个视图的第 $i$ 个点的迭代中具有 $O(mfn + m^2 f + m^2 n + mn)$ 的复杂度。式(16)每次迭代的时间复杂度为 $O(mfn)$ 。对于 $t$ 次迭代,它们总的时间复杂度为 $O(Vt(2mfn + m^2 f + m^2 n + mn))$ 。然后我们可以经过 $O(m^2 n)$ 的时间复杂度得到矩阵 $\hat{\mathbf{S}}$ 。根据以上分析可知时间复杂度与 $n$ 呈线性关系。

**算法1** Multi-view contrast consensus graph clustering

Require: Node attributes matrix  $\mathbf{X}$ , adjacency matrix  $\mathbf{A}$ , graph filtering order  $k$ , weight parameters  $\alpha, w$ , and cluster number  $g$

Ensure: Cluster partition  $\mathbf{C}$

1. Perform graph filtering as Eq. (1).
2. Select  $m$  points according to  $\text{imp}(i)$  via Eq. (14).
3. Denote the indexes of selected points as a set  $\text{ind}$ .
4. Use the  $\text{ind}$  to choose  $m$  rows from  $\bar{\mathbf{X}}_v$ , which is denoted as  $\mathbf{B}_v$  respectively.
5. while convergence condition does not meet do
6. Update matrix  $\mathbf{S}$  in Eq. (8) via Adam;
7. for each view do
8. Update  $\lambda^v$  in Eq. (13).
9. end for
10. end while
11.  $\hat{\mathbf{S}} = \mathbf{S}^T \mathbf{S}$
12. Perform spectral clustering on  $\hat{\mathbf{S}}$  to get cluster partition  $\mathbf{C}$ .

## 4 实验结果和分析

本章将介绍实验中使用的数据集,并将本文提出的方法

与其他方法进行评测分析。此外,还将分析模型中的一些参数对性能的影响,同时将本文方法与最具竞争力的方法进行训练时间的比较。

#### 4.1 数据集

为了验证本文所提出方法的有效性,选择了3个基准数据集来进行性能评估,分别是ACM,DBLP和IMDB,它们都是由一个特征矩阵和多个图组合而成的。

ACM:论文关系数据集。它包含两个视图,分别为共同作者关系和共同主题关系。

DBLP:创作者数据集。它包含3个不同的视图,分别为共同作者、共同会议、共同项目。

IMDB:电影关系数据集。它有两个视图,分别称为共同演员和共同导演。

表1列出了有关这些数据集的更多信息。

表1 数据集信息摘要  
Table 1 Summary of datasets

Datasets	Nodes	Features	Edges	Classes
ACM	3 025	1 830	29 281,2 210 761	3
DBLP	4 057	334	11 113,5 000 495,6 776 335	4
IMDB	4 780	1 232	98 010,21 018	3

#### 4.2 基线模型

本文选择了一些具有代表性的方法作为基线来验证所提方法的有效性。这些方法包括6种多视图方法和7种深度方法。基线模型的详细信息如下:

MNE<sup>[29]</sup>:使用多路网络嵌入模型,可以对多视图图数据

进行聚类,是一种深度学习方法。

PMNE<sup>[30]</sup>:包括3种深层方法,其中,PMNE(n)基于网络聚合,PMNE(r)基于结果聚合,PMNE(c)基于层协同分析。它们使用不同的方法将单视图嵌入扩展到多视图嵌入。

RMSC<sup>[31]</sup>:在多视图谱聚类的基础上增加了马尔可夫链的方法,是一种多视图方法。它在运行过程中利用低随机数和稀疏分解来提升聚类性能。

PwMC<sup>[32]</sup>:结合了拉普拉斯秩约束图和参数加权,是一种多视图图聚类方法。

SwMC<sup>[32]</sup>:结合了拉普拉斯秩约束图和自加权,是一种多视图图聚类方法。

HAN<sup>[13]</sup>:通过图注意力网络在异构图上执行聚类,是一种深度学习方法。

O2MAC,O2MA<sup>[3]</sup>:多视图属性图聚类方法。它们添加了视图选择器并使用图形自动编码器来获取表示。

MvAGC<sup>[1]</sup>:首先选择重要点来学习共识图,然后对其进行聚类,是一种多视图属性图聚类方法。

MCGC<sup>[5]</sup>:设计了图过滤器和对比正则化损失来学习共识图。

SMC<sup>[14]</sup>:可以处理具有异构特征的图数据,还采用图形过滤器来帮助处理数据。参数 $k$ 是图过滤器的阶数。

#### 4.3 聚类结果

本文使用了4个指标来对实验结果进行评估,分别是准确度(ACC)、标准化互信息(NMI)、F1分数(F1)和调整兰德指数(ARI)。表2列出了对比实验结果。

表2 本文方法和所有基线方法在所有数据集上的聚类结果

Table 2 Clustering results of all baselines and our method on all datasets

Methods	ACM				DBLP				IMDB			
	ACC	F1	NMI	ARI	ACC	F1	NMI	ARI	ACC	F1	NMI	ARI
MNE	63.70	64.79	29.99	24.86	—	—	—	—	39.58	33.16	0.17	0.08
PMNE(n)	69.36	69.55	46.48	43.02	79.25	79.66	59.14	52.65	49.58	39.06	3.59	3.66
PMNE(r)	64.92	66.18	40.63	34.53	38.35	36.88	8.72	6.89	46.97	31.83	0.14	1.15
PMNE(c)	69.98	70.03	47.75	44.31	—	—	—	—	47.19	38.82	2.85	2.84
RMSC	63.15	57.46	39.73	33.12	89.94	82.48	71.11	76.47	27.02	37.75	0.54	0.18
PwSC	41.62	37.83	3.32	3.95	32.53	28.08	1.90	1.59	24.53	31.64	0.23	0.17
SwMC	38.31	47.09	8.38	1.80	65.38	56.02	37.60	38.00	26.71	37.14	0.56	0.04
HAN	88.23	88.44	58.81	59.33	91.14	90.78	78.59	81.24	55.47	41.52	9.86	8.56
O2MA	88.80	88.94	65.15	69.87	90.40	89.76	72.57	77.05	46.97	42.29	5.24	7.53
O2MAC	90.42	90.53	69.23	73.94	90.74	90.13	72.87	77.80	45.02	41.59	4.21	5.64
MvAGC	89.75	89.86	67.35	72.12	92.77	92.25	77.27	82.76	56.33	37.83	3.71	9.40
MCGC	91.47	91.55	71.26	76.27	92.98	92.52	83.02	77.46	61.82	44.01	11.49	18.33
SMC( $k=1$ )	88.49	88.56	63.60	68.97	93.37	92.97	78.22	83.86	54.64	40.91	3.97	8.63
SMC( $k=2$ )	88.63	88.69	63.97	69.29	93.47	93.04	78.62	84.21	56.86	40.48	3.56	9.98
Ours	91.82	90.92	71.69	74.57	93.94	93.39	77.87	84.47	57.13	45.34	5.64	12.79

注:‘—’表示该方法引发了内存不足的问题。

从表2可以看出本文提出的方法优于大多数基线方法,但在IMDB数据集下表现较差。这可能是因为IMDB数据集的边的数量是3个数据集中最少的,在这一数据集上学习共识图比较困难。本文方法的效果优于O2MAC,MvAGC和SMC,且与MCGC的效果相近,因为它们都使用了对比正则化器。特别地,观察实验结果可以得出以下结论:本文方法的效果优于表2中从MNE到HAN的8种现有方法,这可能是因为它们只擅长不考虑属性信息的图聚类。这一现象表明了同时考虑图结构和属性信息的重要性。虽然O2MAC是一种多视图方法,但O2MAC的性能比本文方法稍差,因为其

只考虑了信息最丰富的视图,忽略了可能包含重要信息的其他视图。这说明了在进行多视图聚类时有必要充分考虑所有视图信息。MvAGC是一种多视图方法,其试图探索高阶邻域信息,但并未获得最佳性能。与本文方法不同的是,MvAGC没有使用对比正则化器,这说明我们的对比度正则化器是有效的。MCGC使用了对比正则化器并获得了比本文方法稍差的结果,但其需要更长的时间来学习共识图,因为本文方法仅选择一些重要的点来学习共识图。这一情况说明了点选择策略可以有效降低时间复杂度。SMC是一种最新的多视图图数据聚类方法,它采用了一种新颖的采样策略。

应用该策略后,选择出的点质量较好。但 SMC 并没有改进它的正则化器,未能达到最佳性能。这再次说明了本文使用的正则化器的有效性。

#### 4.4 参数分析

本文提出的方法涉及多个参数,包括平衡参数  $\alpha$ 、滤波器阶数  $k$ 、选定点的数量  $m$  和权重参数  $w$ 。通过观察发现

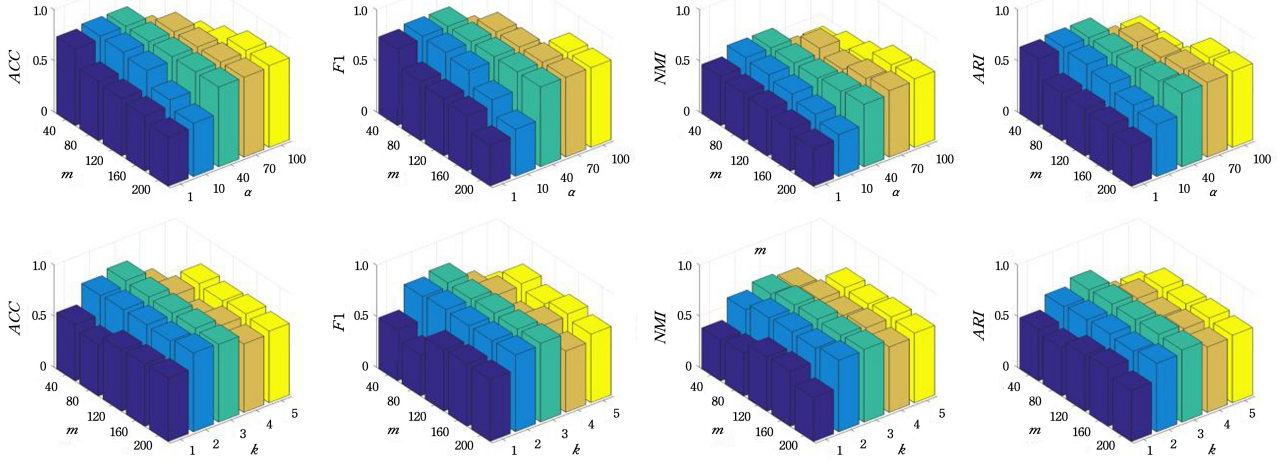


图 1 DBLP 数据集参数分析结果

Fig. 1 Parameter analysis results on DBLP

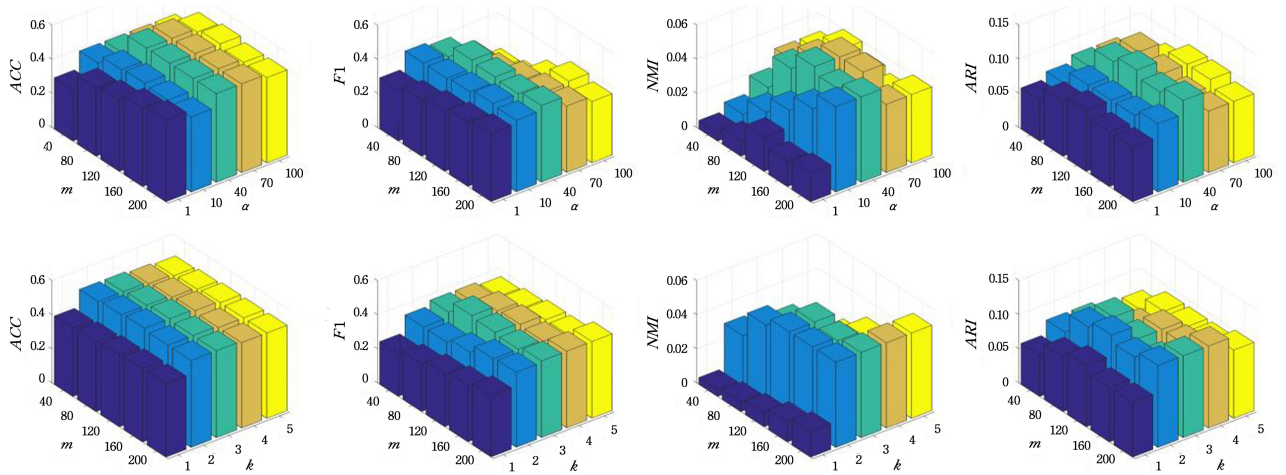


图 2 IMDB 数据集参数分析结果

Fig. 2 Parameter analysis results on IMDB

从结果来看,当选择的点的数量  $m$  较少时,本文方法的性能很差,这可能是由于点的数量太少,无法代表整个图。这一特性在 IMDB 数据集上更加明显,因为 IMDB 数据集的视图较为稀疏。同时这也表明,选择的点数量的增加与聚类效果的提升无关。平衡参数  $\alpha$  需要根据数据的不同而变化,因为它需要确保特征和对比正则化之间的平衡,太小和太大均会导致性能不佳。此外,可以观察到,在 DBLP 数据集上, $k=3$  时取得了良好的效果,而在 IMDB 数据集上, $k=2$  时可取得良好的效果。当  $k$  增加时,本文方法的性能可能会下降,因为  $k$  值较大可能会导致过度平滑,使节点之间难以区分,进而影响聚类结果。

#### 4.5 消融实验

为了验证本文算法所使用的图过滤器和图对比正则化器的有效性,本节进行消融实验分析。具体操作为,在本文算法

权重参数  $w$  对结果的影响不大,因此本文将所有实验的权重参数都设置为相同的值。本文使用 DBLP 数据集和 IMDB 数据集来分析这些参数,在这两个数据集上固定了滤波器阶数和平衡参数来比较各自的实验结果,如图 1 和图 2 所示。每张图都有  $x$  轴和  $y$  轴的两个参数,另一个参数被固定。

的基础上分别移除图过滤器和图对比正则化器进行多视图属性图聚类,并将实验结果记录在表 3 中。其中“base”表示原始方法,“without graph filter”表示去除图过滤器,“without regularize”表示去除对比正则化器。

表 3 消融实验结果

Table 3 Results of ablation experiments

Datasets	Methods	ACC	F1	NMI	ARI
ACM	base	91.82	90.92	71.69	74.57
	without graph filter	89.21	89.35	69.48	72.38
	without regularize	89.87	89.09	70.14	72.01
DBLP	base	93.94	93.39	77.87	84.47
	without graph filter	91.71	91.21	75.52	82.48
	without regularize	91.55	91.14	75.82	82.16
IMDB	base	57.13	45.34	5.64	12.79
	without graph filter	54.62	42.65	4.66	10.58
	without regularize	54.32	43.12	3.99	9.88

从表 3 可知,在移除图过滤器后,聚类效果变差,这是由于图数据中有噪声干扰。同样地,在移除图对比正则化器后,聚类效果也有所下降,这表明对比正则化器能够帮助算法学习到质量更好的共识图,进而得到更好的聚类结果。

#### 4.6 运行效率比较

通常,使用所有节点的信息来学习图矩阵非常耗时,并且训练时间较短的算法应用价值更大。本节将所提出的方法与 MCGC 进行运行效率的对比实验,之所以选择 MCGC 是因为其与本文方法最具竞争力。运行时间为 10 次运算所耗费的总时间。表 4 列出了 MCGC 和本文方法在 3 个数据集上花费的时间。容易发现,本文所提方法的运行时间远比 MCGC 短,比 MCGC 快了约几十倍。

表 4 在 3 个数据集上的聚类消耗时间

Table 4 Time cost for clustering on three datasets

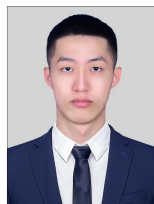
Methods	(s)		
	ACM	DBLP	IMDB
MCGC	605.2	1511.6	1612.3
Ours	21.3	34.5	55.3

**结束语** 本文提出了一种基于对比共识图的多视图属性图聚类算法,它同时使用点选择策略和对比正则化来使学习到的共识图接近最优。该算法首先通过图滤波器对图信号进行平滑处理,然后使用平滑信号来学习共识图。在学习共识图的过程中,该算法还使用了点选择策略,使学习过程变得更加高效。同时,加入到算法中的对比正则化器可以有效保证学习到的共识图的质量。最后对共识图使用谱聚类得到聚类结果。通过比较各个算法的聚类结果和运行效率,验证了该算法的有效性。未来可以考虑提高这一算法在稀疏多视图属性图数据上的聚类性能。

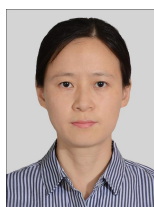
#### 参 考 文 献

- [1] LIN Z P,ZHAO K. Graph Filter-based Multi-view Attributed Graph Clustering[C]// Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2021:2723-2729.
- [2] ZHANG Y R,CHEN E H,JIN B B,et al. Clustering based behavior sampling with long sequential data for CTR prediction [C]// Proceedings of the 45th International ACM SIGIR Conference on Research and Development in Information Retrieval. 2022:2195-2200.
- [3] FAN S H,WANG X,SHI C,et al. One multi graph autoencoder for multi-view graph clustering[C]// Proceedings of the Web Conference 2020. 2020:3070-3076.
- [4] CHENG J F,WANG Q Q,TAO Z Q,et al. Multi-view attribute graph convolution networks for clustering[C]// Proceedings of the twenty-ninth International Conference on International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2021:2973-2979.
- [5] PAN E,ZHAO K. Multi-view contrastive graph clustering[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2021, 34: 2148-2159.
- [6] CHEN M S,LIN J Q,LI X L,et al. Representation learning in multi-view clustering: A literature review[J]. Data Science and Engineering, 2022, 7(3): 225-241.
- [7] CHEN Y Y,XIAO X L,HUA Z Y,et al. Adaptive transition probability matrix learning for multiview spectral clustering[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2021, 33(9): 4712-4726.
- [8] ZHANG P,LIU X W,XIONG J,et al. Consensus one-step multi-view subspace clustering [J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2020, 34(10): 4676-4689.
- [9] WANG S W,LIU X W,ZHU X Z,et al. Fast parameter-free multi-view subspace clustering with consensus anchor guidance [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2021, 31: 556-568.
- [10] LIU S Y,WANG S W,ZHANG P,et al. Efficient one-pass multi-view subspace clustering with consensus anchors[C]// Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2022:7576-7584.
- [11] CHEN Y Y,WANG S Q,PENG C,et al. Generalized nonconvex low-rank tensor approximation for multi-view subspace clustering[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2021, 30: 4022-4035.
- [12] GAO Q X,XIA W,WAN Z Z,et al. Tensor-SVD based graph learning for multi-view subspace clustering[C]// Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2020: 3930-3937.
- [13] WANG X,JI H Y,SHI C,et al. Heterogeneous graph attention network[C]// Proceedings of the World Wide Web Conference. 2019:2022-2032.
- [14] LIU L,CHEN P,LUO G C,et al. Scalable multi-view clustering with graph filtering[J]. Neural Computing and Applications, 2022, 34(19): 16213-16221.
- [15] XU K Y L,HU W H,LESKOVEC J,et al. How powerful are graph neural networks? [J]. arXiv:1810.00826, 2018.
- [16] COUTINO M,ELVIN I,AND GEERT L. Advances in distributed graph filtering[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2019, 67(9): 2320-2333.
- [17] ISUFI E,FERNANDO G,DAVID I,et al. Graph filters for signal processing and machine learning on graphs[J]. arXiv:2211.08854, 2022.
- [18] DONG X W,THANOU D,TONI L,et al. Graph signal processing for machine learning: A review and new perspectives[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2020, 37(6): 117-127.
- [19] ZHANG X T,LIU H,LI Q M,et al. Attributed graph clustering via adaptive graph convolution[J]. arXiv:1906.01210, 2019.
- [20] WANG B,CHEN Y,SHENG J F,et al. Attributed Graph Embedding Based on Attention with Cluster [J]. Mathematics, 2022, 10(23): 4563.
- [21] WANG J,LI W X,HOU C Y,et al. HCL: Improving Graph Representation with Hierarchical Contrastive Learning [C]// Proceedings of the International Semantic Web Conference. Springer, 2022: 108-124.
- [22] JIN M,ZHENG Y Z,LI Y F,et al. Multi-scale contrastive siamese networks for self-supervised graph representation learning [J]. arXiv:2105.05682, 2021.
- [23] HASSANI K,AMIR H K. Contrastive multi-view representa-

- tion learning on graphs[C]// Proceedings of the International Conference on Machine Learning. PMLR, 2020: 4116-4126.
- [24] MA Z R, KANG Z, LUO G C, et al. Towards clustering-friendly representations: Subspace clustering via graph filtering[C]// Proceedings of the 28th ACM International Conference on Multimedia. 2020: 3081-3089.
- [25] KANG Z, LIN Z P, ZHU X F, et al. Structured graph learning for scalable subspace clustering: From single view to multiview[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2021, 52(9): 8976-8986.
- [26] KANG Z, PAN H Q, CH HOI S, et al. Robust graph learning from noisy data[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2019, 50(5): 1833-1843.
- [27] KANG Z, ZHOU W T, ZHAO Z T, et al. Large-scale multi-view subspace clustering in linear time[C]// Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2020: 4412-4419.
- [28] KINGMA D P, BA J. Adam: A method for stochastic optimization[J]. arXiv: 1412. 6980, 2014.
- [29] ZHANG H M, QIU L W, YI L L, et al. Scalable multiplex network embedding[C]// Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2018: 3082-3088.
- [30] LIU W Y, CHEN P Y, YEUNG S L, et al. Principled multilayer network embedding[C]// Proceedings of the 2017 IEEE International Conference on Data Mining Workshops(ICDMW). IEEE, 2017: 134-141.
- [31] XIA R K, PAN Y, DU L, et al. Robust multi-view spectral clustering via low-rank and sparse decomposition[C]// Proceedings of the AAAI Conference on Artificial Intelligence. 2014.
- [32] NIE F P, LI J, LI X L. Self-weighted Multiview Clustering with Multiple Graphs[C]// Proceedings of the International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2017: 2564-2570.



**LIU Pengyi**, born in 1999, postgraduate, is a member of CCF(No. T3986G). His main research interests include attribute graph clustering and graph neural network.



**HU Jie**, born in 1978, Ph. D, associate professor, master supervisor, is a member of CCF(No. D5539M). Her main research interests include artificial intelligence, machine learning and data mining.

(责任编辑:何杨)