

基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标优化算法

孙良旭, 李林林, 刘国莉

引用本文

孙良旭, 李林林, 刘国莉. 基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标优化算法[J]. 计算机科学, 2024, 51(11): 280-291.

SUN Liangxu, LI Linlin, LIU Guoli. Decomposition Multi-objective Optimizaiton Algorithm with Weight Vector Generation StrategyBased on Non-Euclidean Geometry [J]. Computer Science, 2024, 51(11): 280-291.

相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

[基于距离泛化的二分图 \$\(\alpha, \beta\)\$ -core高效分解算法](#)

Distance-generalized Based (α, β) -core Decomposition on Bipartite Graphs

计算机科学, 2024, 51(11): 95-102. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.231000130>

[面向多目标状态感知的自适应云边协同调度研究](#)

Study on Adaptive Cloud-Edge Collaborative Scheduling Methods for Multi-object State Perception

计算机科学, 2024, 51(9): 319-330. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.240200036>

[基于演化多目标聚类的SAR图像变化检测](#)

Change Detection in SAR Images Based on Evolutionary Multi-objective Clustering

计算机科学, 2024, 51(9): 140-146. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230800014>

[基于鲲鹏处理器的LU并行分解优化算法](#)

LU Parallel Decomposition Optimization Algorithm Based on Kunpeng Processor

计算机科学, 2024, 51(9): 51-58. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230900079>

[基于同态加密的隐私保护主成分分析方法](#)

Privacy-preserving Principal Component Analysis Based on Homomorphic Encryption

计算机科学, 2024, 51(8): 387-395. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230800177>

基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标优化算法

孙良旭¹ 李林林¹ 刘国莉²

1 辽宁科技大学计算机与软件工程学院 辽宁 鞍山 114051

2 沈阳工业大学机械工程学院 沈阳 110300

摘要 随着目标数量的增加,多目标优化问题(Multi Objective Problems, MOPs)的求解越来越困难。基于分解的多目标进化算法表现出更好的性能,但在求解具有复杂 Pareto 前沿的 MOPs 时,此类算法易出现种群多样性不足、算法性能下降等问题。为了解决这些问题,提出了一种基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标优化算法,通过在非欧几何空间中拟合非支配前沿并进行参数估计,再利用对非支配解目标变量的正态统计采样生成权向量,以此引导种群的进化方向并保持种群的多样性。同时非欧几何空间中周期性重新确定子问题的邻域,提高分解算法协同进化的效率,进而提高算法的性能。基于 MaF 基准测试函数的实验结果表明,相比 MOEA/D, NSGA-III 和 AR-MOEA 算法,所提算法在求解多目标和众目标优化问题方面具有明显的优势。

关键词: 分解;多目标;权向量;非支配前沿;非欧几何

中图分类号 TP391

Decomposition Multi-objective Optimizaiton Algorithm with Weight Vector Generation Strategy Based on Non-Euclidean Geometry

SUN Liangxu¹, LI Linlin¹ and LIU Guoli²

1 College of Computer and Software Engineering, University of Science and Technology Liaoning, Anshan, Liaoning 114051, China

2 College of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110300, China

Abstract With the increase of the number of objectives, multi-objective problems (MOPs) are more and more difficult to solve. Decomposition-based multi-objective evolutionary algorithms show better performance. However, when solving MOPs with complex Pareto fronts, decomposition-based algorithms show poor diversity in population and the performance deteriorates. To address these issues, this paper proposes a decomposition multi-objective optimization algorithm with weight vector generation strategy based on non-Euclidean geometry. By fitting the non-dominated frontier in the non-Euclidean geometric space and estimating the parameters, the normal statistical sampling of the target variable of the non-dominated solution is used to generate the weight vector, so as to guide the evolution direction of the population and maintain the diversity of the population. Meanwhile, the neighborhood of sub-problems can be rebuilt periodically, to improve the efficiency of the co-evolution of decomposition algorithm and improve the performance of the algorithm. Experiment results based on the MaF benchmark test problems show that, compared with MOEA/D, NSGA-III and AR-MOEA algorithms, the proposed algorithm has significant performance in solving multi-objective optimization problems.

Keywords Decomposition, Multi objective, Weight vector, Non-dominated front, Non-Euclidean geometry

1 引言

近年来,进化算法被广泛用于求解各类多目标优化问题。为了使求得的解集具有良好的收敛性和多样性,研究人员进行了大量的研究,促进了多目标进化算法的蓬勃发展与应用^[1-3]。根据选择策略,多目标进化算法可以分为3类。

第一类为基于支配关系的多目标进化算法^[4-6],此类算法

通过比较种群中解的支配关系对个体进行选择,收敛性好的解优先被选择。但是随着目标数量增多,种群中的大部分个体都互不支配,导致支配关系的选择压力不足,因此该类算法在求解高维多目标优化问题时性能严重下降。

第二类多目标进化算法为基于指标的多目标进化算法^[7-9],此类算法直接将衡量算法性能的指标如 IGD 指标、HV 指标、R2 指标等作为种群选择的标准,因此能够同时

到稿日期:2023-09-04 返修日期:2024-01-08

基金项目:国家自然科学基金(61903169,71301066);辽宁省教育厅项目(2020LNQN05);辽宁省振兴人才计划(XLYC2007182)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(61903169,71301066), Liaoning Provincial Education Department Project(2020LNQN05) and Liaoning Revitalization Talents Program(XLYC2007182).

通信作者:孙良旭(sunliangxumail@163.com)

兼顾算法的收敛性和多样性。但以指标贡献为导向的个体选择策略容易误选个体,造成种群多样性变差,而且此类算法需要额外消耗计算资源来计算性能指标,易导致算法性能下降。

第三类为基于分解的多目标进化算法^[10-12],此类算法利用聚合方法将多目标优化问题转换为单目标优化问题,具有更大的选择压力,尤其在求解高维多目标优化问题时具有一定的优势。此类算法通过权向量或参考点引导种群进化,权向量或参考点的分布与问题 PF 形状之间的匹配性决定了得到的解集的分布性和均匀性。此类算法在求解形状简单 PF 的多目标优化问题时具有收敛速度快的特点,但在求解具有复杂 PF 形状的多目标优化问题时,算法容易出现无法完整覆盖整个 Pareto 前沿、解集分布不均匀等问题。

在基于分解的多目标进化算法的研究中,权向量或参考点是种群进化的动力,权向量的生成和调整是此类算法的重要研究内容,也是保证解集收敛性和多样性的关键。MOEA/D 方法^[10]使用 Das 和 Dennis 的系统方法^[13]生成权向量或参考点,该方法将参考点放置在一个归一化的超平面上。然而对于 PF 是凸的或凹的,甚至是退化的、反转型的多目标优化问题,这种权向量或参考点设置方式难以有效地引导种群中个体的分布,因此求解效果欠佳^[14]。根据种群进化中的历史信息 and 过程信息调整权向量或参考点的分布能够较好地改进算法求解复杂 PF 的多目标问题的性能。

现有研究中,一类比较有效的权向量或参考点调整方法是利用种群或档案集中的非支配解实现权向量的生成和调整。Dong 等^[15]提出了一种自适应权向量调整方法,利用种群进化过程中生成的非支配解重新生成权向量。在权向量调整中,每个非支配解的目标向量与其对应的权向量的夹角为零。Sri 等^[16]提出了一种双档案集的分解多目标进化算法,一个档案集用于调整权向量,另一个档案集用于更新参考点。Dai 等^[17]研究了基于均匀设计和拥挤距离的方法来生成权向量,并根据非支配解间距离自适应调整权向量。Zhao 等^[18]利用种群个体对权向量进行两次调整,在第一次调整中利用种群进化的历史过程信息提高权向量调整的准确性,在第二次调整中进一步根据种群的分布对权向量的分布性进行调整来保证分布的均匀性。Sun 等^[19]提出了一种基于分解和分层聚类选择的多目标优化算法,使用一组自适应参考向量对种群中的优势个体进行排序,保留有希望的候选解,同时采用分层聚类选择策略,选择收敛性好的解,采用多样性维护策略去除多样性差的解决方案^[19]。Liang 等^[20]提出了两种新的参考向量自适应调整策略:参考向量缩放策略通过引用中心向量调整其他参考向量,用于求解凸/凹 PF 的 MaOP;基于种群个体的位置变换策略来处理不规则 PFs。Li 等^[21]突破固定权向量的限制,将随机权向量和自适应权向量引入 MOEA/D 中,并利用飞蛾搜索算法作为算子,提高了算法的全局搜索能力。

还有一类研究是利用 Pareto 前沿拟合或学习的方法生成和调整权向量。这类研究在一定程度上实现了权向量分布的预测,基于预测信息创建和调整权向量的方法能够更好地

改进种群的进化方向,保持种群的多样性。应用非线性拟合方法对 Pareto 前沿形状建模,进而实现权向量的自适应调整,但这种方法会消耗大量的计算资源,使算法具有很高的复杂性^[22-24]。Guo 等^[25]提出了一种基于拥挤信息的预设初始权向量生成策略以获取种群分布的有效面积,采用自组织映射权向量设计方法生成权向量,获取 PF 分布的拓扑结构,并提出 L_p 度量距离与角度距离相结合的复合聚合函数,提高算法收敛性和多样性。Wu 等^[26-27]通过学习 Pareto 前沿的几何形状,同时利用高斯过程回归模型生成新的权向量。他们进一步利用学习模块学习非支配前沿的统计信息,提出了 MOEA/D-LTD 算法,通过对大量的检测集利用高斯回归过程学习多目标优化问题的 PF 形状。Ge 等^[28]提出了一种基于级联聚类和参考点增量学习两个交互过程的多目标优化算法,利用级联聚类选择种群中的优势解,并将此信息作为反馈进行增量学习,通过增量学习逐步获得参考点的适当分布,并重新产生参考向量。Liu 等^[29-30]将神经网络模型用于学习权向量的拓扑结构,根据种群进化需要生成权向量几何。

为了提高分解多目标进化算法求解各类 Pareto 前沿形状的多目标问题和高维多目标问题的性能和质量,本文设计和实现了一个基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标进化算法,主要工作包括:

- 1) 提出了一种基于非欧几何空间的权向量生成策略,通过对非支配解的拟合和参数估计,并对目标变量的边缘正态分布采样生成权向量,使权向量与非支配前沿分布保持一致,在为种群进化提供有希望的方向的同时保持种群的多样性。
- 2) 将权向量生成策略嵌入 MOEA/D 算法框架中,周期性生成权向量集合,满足种群进化各阶段的需求。
- 3) 利用贪婪匹配策略实现权向量与子问题当前解的匹配,同时非欧几何空间中周期性地重新构造子问题的邻域关系,提高种群的协同进化效率。
- 4) 在非欧几何空间中实现档案集的更新,保证非支配解集的质量和分布性。
- 5) 将所提算法与 MOEA/D, NSGA-III, AR-MOEA 算法进行实验对比,对 MaF 基准问题进行测试,验证所提算法的有效性。

本文第 2 章介绍了多目标优化研究中的基本概念,并给出了 L_p 范数的定义及其与超平面之间的关系;第 3 章详细介绍了所提算法的框架和策略;第 4 章为实验部分;最后总结全文并展望未来。

2 基础知识

2.1 多目标优化

多目标优化问题一般用式(1)表示,即通过求得 n 维解向量 $\mathbf{x}^* = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$, 使 $f(\mathbf{x}^*)$ 的 M 个目标达到最优。其中, $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ 为由 n 个变量构成的决策向量, U 为 n 维决策向量构成的决策空间, $\mathbf{x} \in U$ 。 $f(\mathbf{x})$ 为 $f: U \rightarrow R^M$ 的 M 维目标向量。众目标优化问题通常指目标的个数 $M > 3$ 的多目标优化问题。

$$\begin{aligned} & \text{Minimize } f(x) = (f_1(x), \dots, f_M(x))^T \\ & \text{s. t. } x \in U \subseteq R^n \end{aligned} \quad (1)$$

在多目标问题中,如果一个解 x 支配解 y ,可以表示为 $x \prec y$,对于解 x 和 y 而言,所有的目标函数值均有 $f_i(x) \leq f_i(y), i=1, \dots, M$,且至少存在一个目标 k ,使 $f_k(x) < f_k(y)$ 。Pareto 最优解 x^* 则表示不存在任何解 y 可以使 $y \prec x^*$ 。所有 Pareto 最优解的集合称为 Pareto 最优解集,对应目标向量的集合称为 Pareto 前沿。多目标优化的目标是得到尽可能接近 Pareto 最优解集的集合,且解集对应的 Pareto 前沿具有良好的多样性。在众目标问题的求解中,使用 Pareto 支配关系对解进行比较,容易出现大部分解互不支配的现象,而且随着目标数目的增多,非支配解的数量会呈指数级增加,因此求解众目标问题也更加困难。

2.2 Lp 范数

在二维或者三维目标空间中,两个点之间的距离通常使用欧氏距离进行计算。但是在高维空间中,点的分布具有稀疏性,欧氏距离难以准确描述两点距离的精确信息^[31]。非欧几何扩大了几何学的研究范围,使几何学的研究对象由图形的性质进入到抽象空间,非欧几何空间是更一般的空间形式。Lp 范数是欧氏距离在高维空间的一般性表达,如式(2)所示:

$$\|v\|_p = (v_1^p + \dots + v_j^p + \dots + v_M^p)^{1/p} \quad (2)$$

其中, M 为高维空间的维度, V_j 是第 j 维空间两个点坐标的差。利用 Lp 范数可以对任意维度空间中点之间的距离进行度量。 p 的不同取值表达了 M 维空间中两点距离的不同度量,到某个点距离相同的点的集合依赖于参数 p 的设置。单位超曲面^[31]则表示到坐标原点的 Lp 范数等于 1 的所有点的集合,使用 $\|\cdot\|_p = 1$ 表示。而单位超曲面的形状也依赖参数 p , p 取值不同,单位超曲面的形状也不同。 p 为 1 时单位超曲面为超平面; p 为 2 时单位超曲面为标准球面; p 的取值在 0 和 1 之间时,单位超曲面为凹曲面; p 值大于 1 时单位超曲面为凸曲面。

利用 Lp 范数将多目标优化问题的目标空间表达为非欧几何空间,通过估计 Lp 范数参数 p 来识别 Pareto 前沿的方法为研究多目标进化算法提供了一种很好的研究思路。Panichella^[32]提出了一种高效估计参数 p 的方法实现对非支配前沿的拟合,并设计了相应的选择策略来平衡收敛性和多样性,增加了基于支配关系的多目标优化算法求解高维多目标优化问题的选择压力。Benali 等^[33]在其基础上对 Pareto 前沿进行拟合,并利用 K-means++ 方法对非均匀 Pareto 前沿进行多样性管理,取得了较好的效果。但上述研究均是将其应用于基于支配关系的多目标进化算法,并没有将其应用于基于分解的多目标进化算法。本文尝试将上述研究成果应用在基于分解的多目标进化算法的研究中,利用 Pareto 前沿的拟合和参数估计,在非欧几何空间中设计相应的权向量生成策略,目标在于沿非支配前沿的方向引导权向量的生成,进而弥补基于分解多目标进化算法在多样性维护方面的不足,提高算法求解各类多目标和众目标优化问题的性能。

3 Lp-MOEA/D 算法

3.1 算法框架

本文提出了基于非欧几何权向量产生策略的分解多目标进化算法(Lp-norm Multi-Objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition, Lp-MOEA/D),该算法利用 Lp 范数实现非支配前沿的拟合和参数估计,依据目标向量的边缘分布信息生成权向量,保证子问题沿着 Pareto 前沿的方向进行进化同时保证种群多样性。Lp-MOEA/D 算法的框架如图 1 所示,算法将权向量调整策略嵌入基于分解的多目标进化算法,周期性地使权向量的分布与非支配前沿保持一致。为了进一步描述算法的细节,算法 1 给出了 Lp-MOEA/D 算法完整流程。

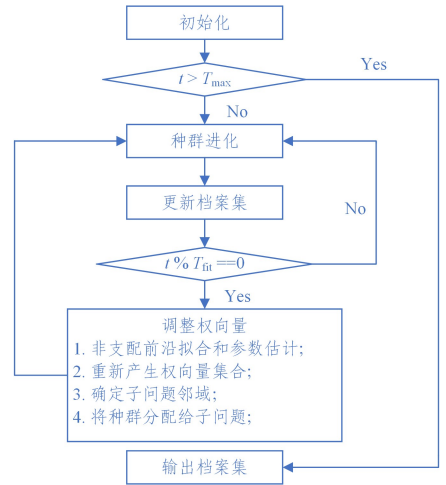


图 1 Lp-MOEA/D 算法的框架

Fig. 1 Lp-MOEA/D algorithm framework

在步骤 1 中利用 Das 等提出的方法^[13]初始化权向量集合,并根据初始参数 p (默认取 2) 来确定子问题的邻域。在步骤 13 中将更新邻域成功的新个体 y 暂存在集合 U 中,用于在步骤 15 中对档案集进行更新。在步骤 16—步骤 21 中以 T_{fit} 为频率周期性完成利用档案集拟合非支配前沿和参数估计,并重新产生权向量集合。具体过程为:步骤 17 利用档案集中非支配解完成非支配前沿的拟合和参数 p 的估计;步骤 18 则利用参数 p 和非支配解目标向量边缘正态统计信息的采样重新生成权向量集合;步骤 19 中子问题邻域根据参数 p 来重新确定,这样能更准确地确定子问题的邻域关系,提高邻域信息协同的效率;步骤 20 则利用贪婪匹配的方法完成权向量与种群的匹配。

算法 1 Lp-MaOEA/D 算法

参数设置:参数 p 初始值,种群规模 N ,邻域 T ,邻域最大替换次数 T_r ,档案集最大容量 N_{EXA} ,估计周期 T_{fit} ;

1. 初始化权向量集合 $W = \{\lambda^1, \dots, \lambda^{NP}\}$;
2. 确定子问题的邻域 $B(i) = \{i_1, \dots, i_T\}$;
3. 初始化所有子问题,并评价目标值;
4. 初始化参考点 Z^* ;
5. 利用非支配解初始化外部档案集 EXA ;
6. While(终止条件不满足)do

```

7.   For i=1 to N Do
8.     从子问题 i 的邻域 B(i)中随机选择父代个体;
9.     进行交叉、变异操作产生新个体 y;
10.    计算个体 y 切比雪夫聚合函数值;
11.    更新参考点 Z*;
12.    更新邻域 B(i);
13.    如果邻域更新成功,利用个体 y→U;
14.  End For
15.  利用集合 U 中非支配解更新档案集 EXA;
16.  If(t%Tfit==0)
17.    利用 EXA 中拟合非支配前沿和估计参数;
18.    重新生成权向量(见算法 2);
19.    确定子问题邻域;
20.    将种群分配给子问题;
21.  End if
22. End While

```

3.2 非支配前沿拟合与参数估计

为了在非欧几何空间中描述档案集中非支配解在目标空间的分布,需要先对非支配解的目标函数值进行归一化处理,以减少目标的不同量纲对非支配前沿形状的影响。具体的归一化方法为在档案集中获取各维目标函数值的最大值 F_j^{\max} 和最小值 F_j^{\min} , $j=1,\dots,M$,其中 Z_j^{\min} 为理想点对应第 j 维的取值。并利用式(3)对各维目标值进行处理,得到归一化后的目标函数值。再利用单位超曲面 $\|f_j'(x_i)\|_p=1$ 对非支配前沿形状进行拟合。本文采用文献[32]中提出的 Pareto 前沿拟合方法并对参数 p 进行估计。这一方法拟合效率高,不会增加算法的计算资源消耗。

$$f_j'(x_i) = (f_j(x_i) - Z_j^{\min}) / (F_j^{\max} - F_j^{\min}) \quad (3)$$

3.3 权向量产生策略

利用 Das 等提出的方法[13]所生成的权向量均匀分布在超平面中,但是很多的多目标问题的 Pareto 前沿形状并不是平面的,利用这样的权向量难以很好地引导种群的进化。利用 Pareto 前沿引导权向量的分布,能够有效地改进种群的进化方向和多样性。基于这一想法提出了一种基于非欧几何的权向量产生策略,具体的生成方法如算法 2 所示。

算法中首先在步骤 1—步骤 3 中利用正态分布统计各维目标变量的均值和标准方差,然后在步骤 4—步骤 15 中按照目标维度依次利用边缘正态分布采样权向量的分量,根据单位超曲面的 L_p 范数为 1 来设置各个权向量。

另外,还需要根据权向量之间的 L_p 距离重新确定领域关系,再将权向量与种群中的个体进行匹配。为了加快算法的收敛速度,使种群中个体与权向量实现更好的匹配,重新计算了种群中个体与权向量的聚合函数值,利用贪婪匹配的方式对二者进行重新匹配。

算法 2 基于非欧几何的权向量产生策略

输入:参数 p ;

输出:权向量集合 W ;

```

1.   For i=1 to M do
2.     统计 EXA 中所有非支配解第 i 维目标函数值的均值 $\mu_i$ 和标准方差 $\delta_i$ ;
3.  End For

```

```

4.   For i=1 to N do
5.     count=0;
6.      $\lambda(i) = \varphi$ ;
7.     For j=1 to M do
8.        $\lambda(i,j) \leftarrow N(\mu_j, \delta_j)$ ;
9.       count=count+ $\lambda(i,j)^p$ ;
10.    End for
11.   For j=1 to M do
12.      $\lambda(i,j) = \lambda(i,j)^p / \text{count}$ ;
13.   End For
14.    $W = W \cup \{\lambda(i)\}$ ;
15. End For

```

3.4 邻域更新方法

为了减少种群的多样性损失,选择与 MOEA/D-DE 算法相同的邻域更新方式,即生成的子代个体在父代个体所在的邻域内最多进行 N_r 次邻域替换,并将替换成功的解保存在集合 U 中,用于更新档案集。

3.5 档案集更新方法

为了提高档案集更新的效率,保证档案集中解的多样性,首先将更新的个体集合 U 与档案集合并,再通过 Pareto 关系删除被支配解,如果档案集中解的数量超过其最大容量,则通过计算任意两个解之间的 L_p 距离,以式(4)为概率随机删除解 s ,直到档案集中个体数目等于最大容量。

$$prob(s) = \frac{\min_{t \in EXA, t \neq s} \|f(s) - f(t)\|_p}{\sum_{k \in EXA} \sum_{t \in EXA, t \neq k} \|f(k) - f(t)\|_p} \quad (4)$$

3.6 算法复杂度分析

在整个权向量调整方法中,非支配前沿拟合的时间复杂度为 $O(M \times N)$,参数估计的时间复杂度为 $O(M)$ [32]。权向量产生策略的算法复杂性为 $O(2M + 2M \times N)$,确定权向量邻域时计算任意两个权向量的 L_p 距离的时间复杂度为 $O(N \times N)$,确定每个权向量邻域的时间复杂度为 $O(N \times N \times \log N)$ 。个体与权向量匹配的时间复杂度为 $O(N \times N \times M)$ 。因此整个权向量调整方法的时间复杂度为 $O(M \times N^2)$ 。可以证明所提出的权向量调整方法不会过度增加算法的整体复杂度,能够较好地保证算法的性能。

4 实验分析

为了验证所提 L_p -MaOEA/D 算法的性能,将其与 MOEA/D[10],NSGA-III[12],AR-MOEA[34]算法进行比较。选择 MaF 系列基准函数[35]作为测试问题,该系列包含 15 个不同性质的问题,例如 MaF1 为线性的、MaF2 为凹的、MaF3 为凸的、MaF4 为多模态的等。因此, MaF 系列基准函数能够测试算法不同方面的性能。实验中对目标个数为 3,5,10 的问题分别进行测试。

4.1 实验环境设置

算法利用 Matlab 开源平台 PlatEMO[36]开发,对比算法使用了与文献[10,12,34]中相同的参数设置。由于在 MOEA/D,NSGA-III 和 AR-MOEA 中,种群规模由 Das 等提出的系统方法[13]生成的参考点的数量决定,为公平起见,各算法的种群规模在目标数为 3,5,10 时的取值分别为 91,

210, 275, 算法的最大评价次数为 $300 \times M$, M 表示目标数。所提算法的参数设置情况为: 邻域大小 T 设置为 10; 邻域最大替换次数 N_r 为 2; 档案集最大容量设置为 100; SBX 算子的参数 $\rho_c = 1; \eta_c = 30$; 多项式变异率 p_m 设置为 $1/n$, 其中 n 为决策变量的维度; 非支配前估计周期 T_{fit} 设置为 50。

4.2 算法比较

为了对各算法进行性能分析和显著性差异比较, 利用 MOEA/D 算法、NSGA-III 算法、AR-MOEA 及 Lp-MaOEA/D 算法对 MaF 系列 15 个问题进行 30 次独立实验, 计算其非支配解集以及 IGD 指标的均值和标准方差, 再使用 Wilcoxon 秩和检验分析各算法的显著性差异, 置信水平设置为 95%。在指标比较中, 具有较小 IGD 指标均值的算法获胜, 如果两算法具有相同的 IGD 指标均值, 则具有较小标准方差的算法表现更好。表 2—表 6 中的“+”“=”和“-”表示显著性分析结果, 其中“+”表示 Lp-MaOEA/D 算法得到的指标显著优于对比算法;“-”表示 Lp-MaOEA/D 算法得到的指标显著

劣于对比算法;“=”表示 Lp-MaOEA/D 算法得到的指标与对比算法没有显著性差异。最后一行“Nos. +/-/-”则表示各算法显著性分析的统计结果。

表 1 列出了 4 种算法求解 3 个目标 MaF 系列问题 IGD 指标的均值和方差及显著性比较结果, 图 2—图 8 为 4 种算法求得各问题 Pareto 前沿分布图。Lp-MaOEA/D 算法得到 15 个问题中 12 个最好的 IGD 指标。其中, Lp-MaOEA/D 算法在 13 个问题中显著优于基准算法 MOEA/D, 在 12 个问题中显著优于 NSGA-III 算法, 在 10 个问题中显著优于 AR-MOEA 算法。从图 2—图 8 可以发现, 所提算法在求解 PF 为平面的 (MaF1, MaF9)、凹的 (MaF5)、凸的 (MaF3)、退化的 (MaF6)、分离型的 (MaF7)、多模态的 (MaF11) 各种形状问题上都得到了较好的效果。上述实验证明了周期性通过 Pareto 前沿拟合和正态分布采样重新生成权向量方法的有效性, 能够使权向量的分布与 Pareto 前沿形状趋于一致, 进而使算法具有更好的收敛性和多样性。

表 1 算法求解 MaF 基准问题得到的 IGD 指标 ($M=3$)

Table 1 IGD metrics achieved by different algorithms on MaF benchmark problems ($M=3$)

Problem	MOEA/D	NSGA-III	AR-MOEA	Lp-MaOEA/D
MaF1	$7.0477 \times 10^{-2} (5.62 \times 10^{-6}) -$	$6.0455 \times 10^{-2} (1.73 \times 10^{-3}) -$	$4.4041 \times 10^{-2} (7.78 \times 10^{-4}) -$	$4.3039 \times 10^{-2} (3.41 \times 10^{-4})$
MaF2	$4.1194 \times 10^{-2} (1.07 \times 10^{-3}) -$	$3.5819 \times 10^{-2} (6.54 \times 10^{-4}) -$	$3.2173 \times 10^{-2} (8.16 \times 10^{-4}) -$	$3.0657 \times 10^{-2} (5.14 \times 10^{-4})$
MaF3	$2.6676 \times 10^{-1} (6.80 \times 10^{-1}) -$	$1.2545 \times 10^{+0} (3.27 \times 10^{+0}) -$	$5.2498 \times 10^{-1} (1.40 \times 10^{+0}) -$	$2.0926 \times 10^{-1} (5.43 \times 10^{-1})$
MaF4	$1.5087 \times 10^{+0} (3.93 \times 10^{-1}) -$	$1.5596 \times 10^{+0} (1.76 \times 10^{+0}) -$	$6.5665 \times 10^{-1} (6.44 \times 10^{-1}) -$	$4.8436 \times 10^{-1} (5.34 \times 10^{-1})$
MaF5	$9.7026 \times 10^{-2} (7.56 \times 10^{-1}) -$	$4.1974 \times 10^{-1} (4.94 \times 10^{-1}) -$	$1.6848 \times 10^{+0} (1.77 \times 10^{+0}) -$	$3.1264 \times 10^{-1} (3.40 \times 10^{-1})$
MaF6	$9.8442 \times 10^{-2} (1.29 \times 10^{-1}) -$	$1.4920 \times 10^{-2} (1.61 \times 10^{-3}) -$	$5.1522 \times 10^{-2} (9.22 \times 10^{-5}) -$	$5.1007 \times 10^{-3} (9.59 \times 10^{-5})$
MaF7	$1.5551 \times 10^{-1} (2.59 \times 10^{-3}) -$	$1.2843 \times 10^{-1} (1.22 \times 10^{-1}) -$	$2.0643 \times 10^{-1} (2.33 \times 10^{-1}) -$	$8.6229 \times 10^{-2} (5.41 \times 10^{-2})$
MaF8	$1.9739 \times 10^{-1} (1.01 \times 10^{-1}) -$	$1.1626 \times 10^{-1} (1.65 \times 10^{-2}) -$	$9.2249 \times 10^{-2} (2.88 \times 10^{-2}) -$	$7.3610 \times 10^{-2} (4.07 \times 10^{-3})$
MaF9	$1.4383 \times 10^{-1} (6.15 \times 10^{-2}) -$	$7.6323 \times 10^{-2} (1.19 \times 10^{-2}) -$	$7.9789 \times 10^{-2} (3.42 \times 10^{-2}) =$	$6.7113 \times 10^{-2} (2.32 \times 10^{-3})$
MaF10	$3.2008 \times 10^{-1} (2.63 \times 10^{-2}) -$	$2.1539 \times 10^{-1} (2.49 \times 10^{-2}) -$	$1.8561 \times 10^{-1} (2.68 \times 10^{-2}) -$	$1.6180 \times 10^{-1} (8.27 \times 10^{-3})$
MaF11	$2.5736 \times 10^{-1} (1.28 \times 10^{-2}) -$	$1.6296 \times 10^{-1} (1.52 \times 10^{-3}) =$	$1.7037 \times 10^{-1} (3.48 \times 10^{-3}) =$	$1.6225 \times 10^{-1} (1.49 \times 10^{-3})$
MaF12	$2.9558 \times 10^{-1} (4.21 \times 10^{-2}) -$	$2.2368 \times 10^{-1} (1.76 \times 10^{-3}) =$	$2.2343 \times 10^{-1} (2.48 \times 10^{-3}) =$	$2.2742 \times 10^{-1} (2.29 \times 10^{-2})$
MaF13	$1.1313 \times 10^{-1} (2.90 \times 10^{-2}) -$	$9.6095 \times 10^{-2} (9.42 \times 10^{-3}) -$	$8.7656 \times 10^{-2} (5.56 \times 10^{-3}) -$	$7.9804 \times 10^{-2} (6.36 \times 10^{-3})$
MaF14	$6.3420 \times 10^{-1} (1.64 \times 10^{-1}) +$	$1.0794 \times 10^{+0} (5.70 \times 10^{-1}) -$	$9.6470 \times 10^{-1} (3.71 \times 10^{-1}) -$	$1.0239 \times 10^{+0} (4.03 \times 10^{-1})$
MaF15	$4.0521 \times 10^{-1} (1.22 \times 10^{-1}) +$	$7.5563 \times 10^{-1} (1.56 \times 10^{-1}) -$	$3.6642 \times 10^{-1} (5.68 \times 10^{-2}) +$	$4.5059 \times 10^{-1} (9.84 \times 10^{-2})$
Nos. +/-/=	2/13/0	0/12/3	1/10/4	

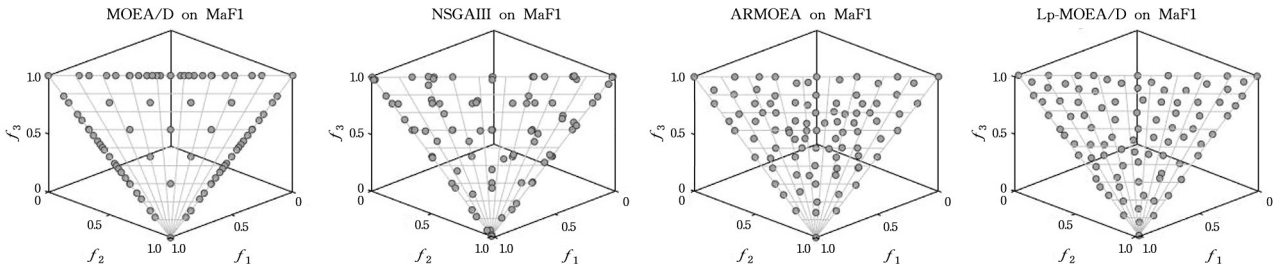


图 2 4 种算法求解 MaF1 问题的非支配前沿分布图 ($M=3$)

Fig. 2 Non-dominated front distribution map for solving MaF1 problem by four algorithms ($M=3$)

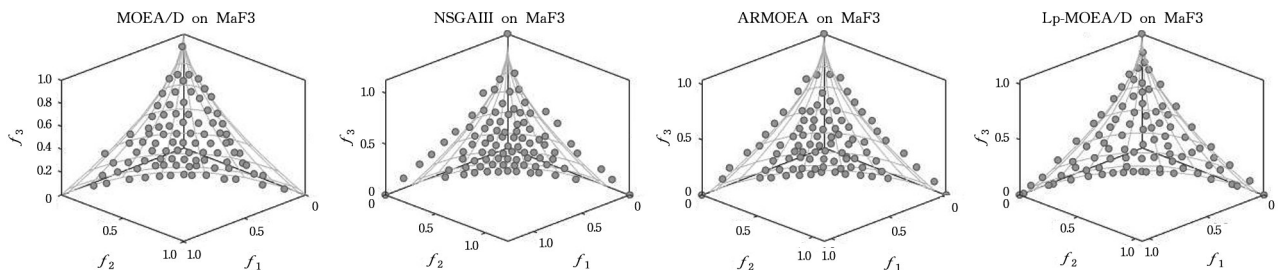


图 3 4 种算法求解 MaF3 问题的非支配前沿分布图 ($M=3$)

Fig. 3 Non-dominated front distribution map for solving MaF3 problem by four algorithms ($M=3$)

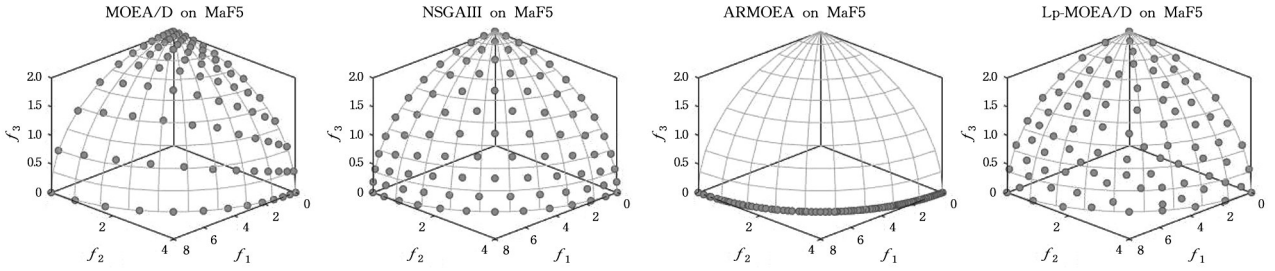


图 4 4种算法求解 MaF5 问题的非支配前沿分布图($M=3$)

Fig. 4 Non-dominated front distribution map for solving MaF5 problem by four algorithms($M=3$)

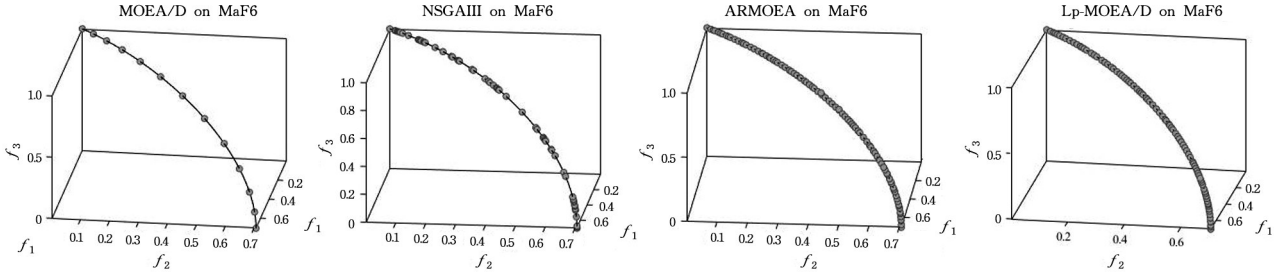


图 5 4种算法求解 MaF6 问题的非支配前沿分布图($M=3$)

Fig. 5 Non-dominated front distribution map for solving MaF6 problem by four algorithms($M=3$)

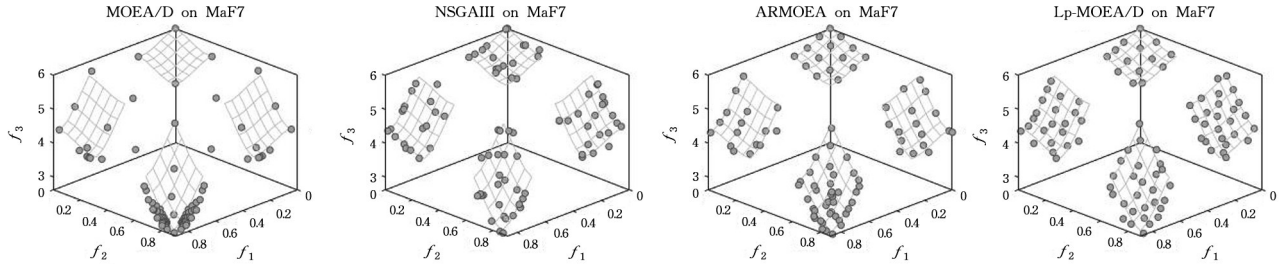


图 6 4种算法求解 MaF7 问题的非支配前沿分布图($M=3$)

Fig. 6 Non-dominated front distribution map of MaF7 problem solved by four algorithms($M=3$)

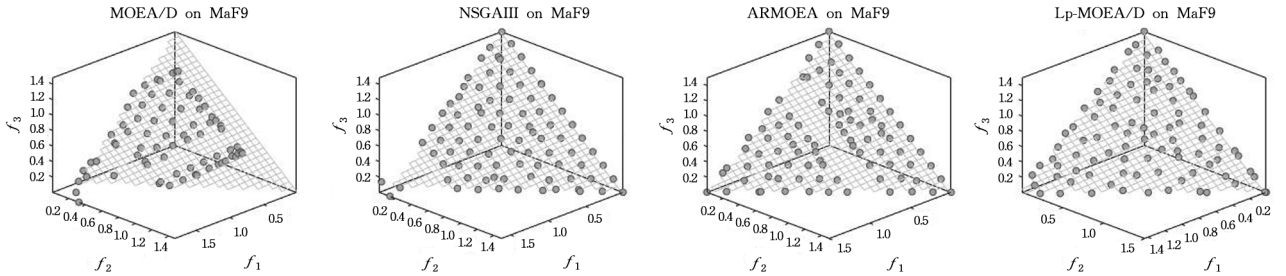


图 7 4种算法求解 MaF9 问题的非支配前沿分布图($M=3$)

Fig. 7 Non-dominated front distribution map for solving MaF6 problem by four algorithms($M=3$)

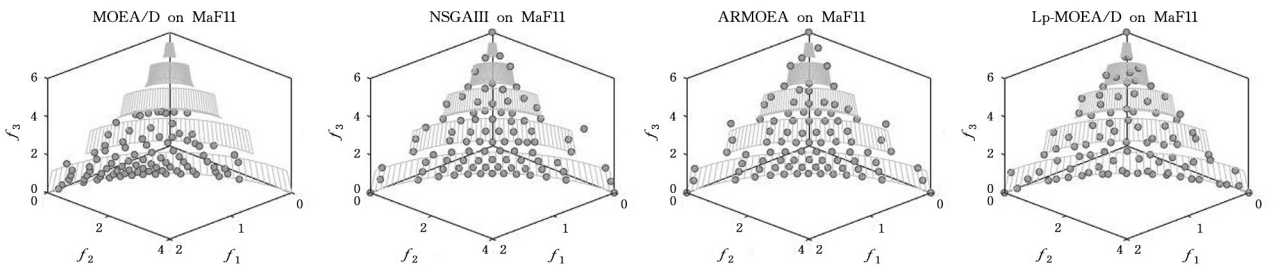


图 8 4种算法求解 MaF11 问题的非支配前沿分布图($M=3$)

Fig. 8 Non-dominated front distribution map for solving MaF11 problem by four algorithms($M=3$)

表 2 列出了 MOEA/D 算法、NSGA-III 算法、AR-MOEA 及 Lp-MaOEA/D 算法求解 5 个目标 MaF 系列问题得到 IGD

指标的均值、方差以及显著性比较结果,图 9—图 15 给出了 4 种算法求得各问题的 Pareto 前沿的分布图。Lp-MaOEA/D 算法分别得到了 15 个问题中 12 个最好的 IGD 指标。其中,所提算法得到的 IGD 指标中有 13 个问题显著优于 MOEA/D 算法和 NSGA-III 算法,12 个问题显著优于 AR-MOEA 算

法。通过图 9—图 15 可以发现,随着目标数目的增加,所提算法的表现仍然是比较优异的。上述实验进一步证明了利用 Pareto 前沿拟合重新产生权向量,使权向量的分布与 Pareto 前沿形状一致,算法能够很好地平衡收敛性和多样性。同时,基于分解的方法不会随目标规模增大明显影响到算法的性能。

表 2 算法求解 MaF 基准问题得到的 IGD 指标(M=5)

Table 2 IGD metrics achieved by different algorithms on MaF benchmark problems(M=5)

Problem	MOEA/D	NSGA-III	AR-MOEA	Lp-MaOEA/D
MaF1	$1.5382 \times 10^{-1} (5.28 \times 10^{-2})$ —	$1.8345 \times 10^{-1} (1.10 \times 10^{-2})$ —	$1.1552 \times 10^{-1} (1.35 \times 10^{-3})$ —	$1.1017 \times 10^{-1} (1.24 \times 10^{-3})$
MaF2	$1.1106 \times 10^{-1} (3.28 \times 10^{-4})$ —	$1.1236 \times 10^{-1} (3.33 \times 10^{-3})$ —	$9.4627 \times 10^{-2} (1.65 \times 10^{-3})$ —	$9.3480 \times 10^{-2} (1.26 \times 10^{-3})$
MaF3	$1.0581 \times 10^{-1} (6.31 \times 10^{-3})$ —	$2.7886 \times 10^{-1} (4.96 \times 10^{-1})$ —	$8.4378 \times 10^{-2} (1.88 \times 10^{-2})$ —	$6.0511 \times 10^{-2} (3.23 \times 10^{-2})$
MaF4	$1.1625 \times 10^{+1} (7.90 \times 10^{-1})$ —	$3.0414 \times 10^{+0} (2.06 \times 10^{+0})$ —	$2.2700 \times 10^{+0} (8.75 \times 10^{-2})$ —	$1.8221 \times 10^{+0} (5.95 \times 10^{-2})$
MaF5	$8.4045 \times 10^{+0} (1.45 \times 10^{+0})$ —	$1.9945 \times 10^{+0} (9.99 \times 10^{-2})$ —	$1.9723 \times 10^{+0} (5.41 \times 10^{-3})$ —	$1.7594 \times 10^{+0} (2.61 \times 10^{-3})$
MaF6	$5.5760 \times 10^{-2} (1.12 \times 10^{-1})$ —	$1.7229 \times 10^{-2} (4.15 \times 10^{-3})$ —	$2.3514 \times 10^{-3} (4.50 \times 10^{-5})$ —	$2.0402 \times 10^{-3} (3.65 \times 10^{-5})$
MaF7	$5.1637 \times 10^{-1} (4.66 \times 10^{-2})$ —	$2.9272 \times 10^{-1} (2.89 \times 10^{-2})$ —	$2.5787 \times 10^{-1} (5.99 \times 10^{-3})$ —	$2.5185 \times 10^{-1} (1.80 \times 10^{-2})$
MaF8	$2.5293 \times 10^{-1} (6.07 \times 10^{-2})$ —	$1.6216 \times 10^{-1} (1.12 \times 10^{-2})$ —	$8.9254 \times 10^{-2} (2.17 \times 10^{-3})$ —	$7.6001 \times 10^{-2} (7.73 \times 10^{-4})$
MaF9	$1.2113 \times 10^{-1} (3.93 \times 10^{-2})$ —	$4.4411 \times 10^{-1} (1.62 \times 10^{-1})$ —	$9.0665 \times 10^{-2} (8.69 \times 10^{-3})$ —	$8.4995 \times 10^{-2} (5.57 \times 10^{-3})$
MaF10	$8.2209 \times 10^{-1} (3.34 \times 10^{-2})$ —	$4.5928 \times 10^{-1} (2.88 \times 10^{-2})$ —	$4.1072 \times 10^{-1} (2.20 \times 10^{-2})$ —	$3.6247 \times 10^{-1} (5.33 \times 10^{-3})$
MaF11	$7.9466 \times 10^{-1} (3.93 \times 10^{-2})$ —	$3.8732 \times 10^{-1} (2.36 \times 10^{-3})$ —	$3.9100 \times 10^{-1} (3.06 \times 10^{-3})$ —	$3.8805 \times 10^{-1} (5.26 \times 10^{-3})$
MaF12	$1.5742 \times 10^{+0} (7.85 \times 10^{-2})$ —	$9.3312 \times 10^{-1} (4.16 \times 10^{-3})$ —	$9.4606 \times 10^{-1} (3.63 \times 10^{-3})$ —	$9.1863 \times 10^{-1} (4.08 \times 10^{-3})$
MaF13	$1.6013 \times 10^{-1} (2.40 \times 10^{-2})$ —	$1.8946 \times 10^{-1} (2.60 \times 10^{-2})$ —	$9.9846 \times 10^{-2} (2.12 \times 10^{-2})$ —	$9.1419 \times 10^{-2} (1.08 \times 10^{-2})$
MaF14	$7.9569 \times 10^{-1} (2.10 \times 10^{-1})$ +	$2.4556 \times 10^{+0} (1.05 \times 10^{+0})$ —	$8.3813 \times 10^{-1} (1.44 \times 10^{-1})$ +	$1.1930 \times 10^{+0} (3.63 \times 10^{-1})$
MaF15	$6.9985 \times 10^{-1} (1.07 \times 10^{-1})$ +	$1.4794 \times 10^{+0} (2.45 \times 10^{-1})$ +	$6.1235 \times 10^{-1} (4.05 \times 10^{-2})$ +	$1.6980 \times 10^{+0} (2.91 \times 10^{-1})$
Nos. +/—/=	2/13/0	1/13/1	2/12/1	

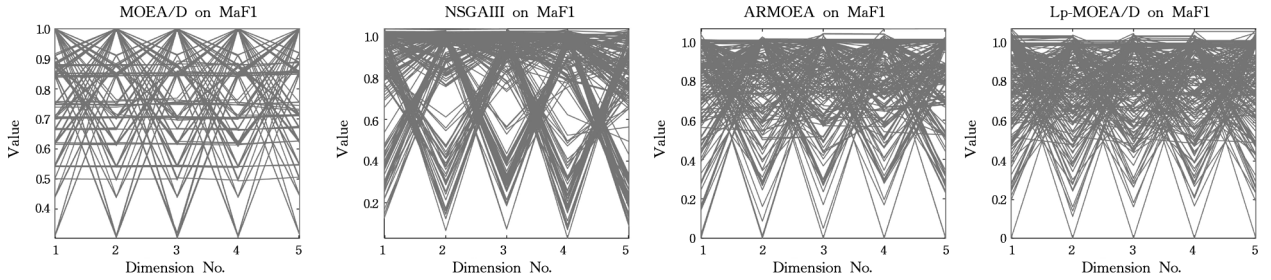


图 9 4 种算法求解 MaF1 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 9 Non-dominated front distribution map of MaF1 problem solved by four algorithms(M=5)

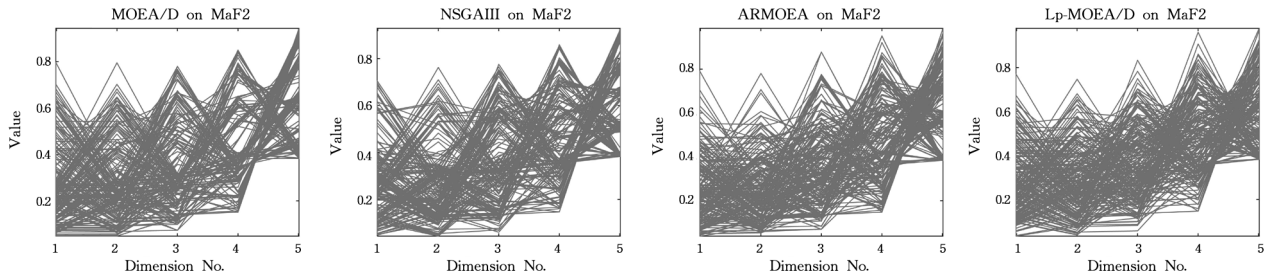


图 10 4 种算法求解 MaF2 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 10 Non-dominated front distribution map of MaF2 problem solved by four algorithms(M=5)

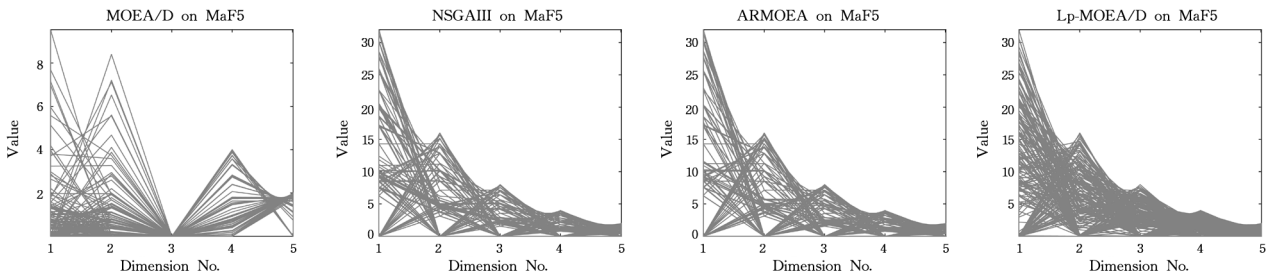


图 11 4 种算法求解 MaF5 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 11 Non-dominated front distribution map for solving MaF5 problem by four algorithms(M=5)

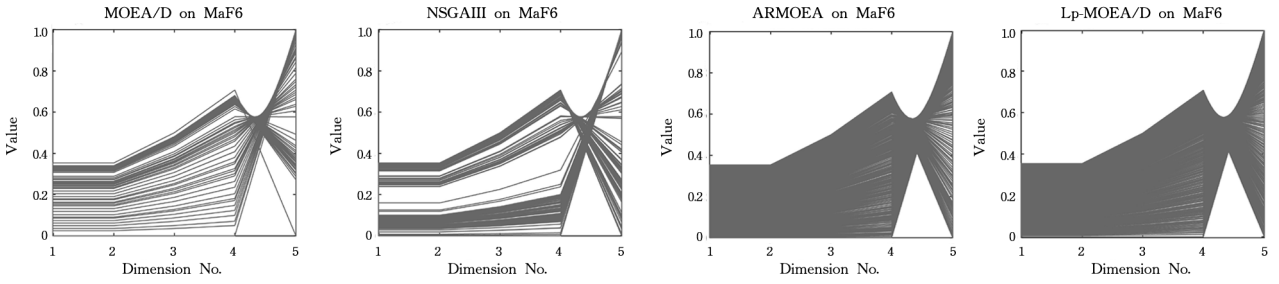


图 12 4种算法求解 MaF6 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 12 Non-dominated front distribution map for solving MaF6 problem by four algorithms(M=5)

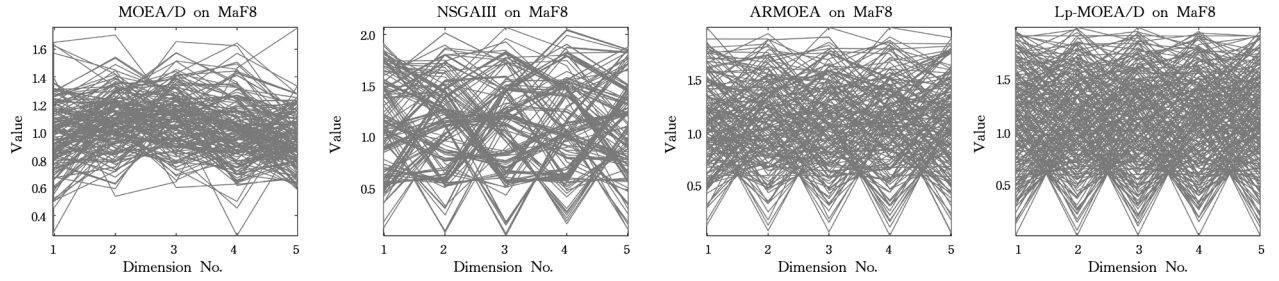


图 13 4种算法求解 MaF8 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 13 Non-dominated front distribution map for solving MaF8 problem by four algorithms(M=5)

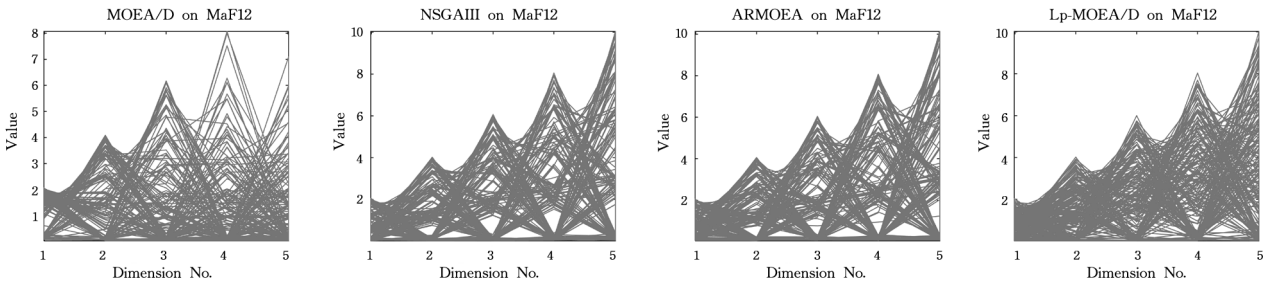


图 14 4种算法求解 MaF12 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 14 Non-dominated front distribution map for solving MaF12 problem by four algorithms(M=5)

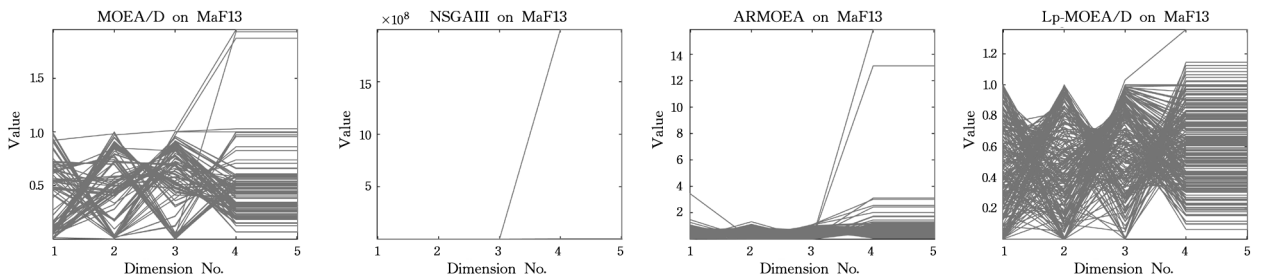


图 15 4种算法求解 MaF13 问题的非支配前沿分布图(M=5)

Fig. 15 Non-dominated front distribution map for solving MaF13 problem by four algorithms(M=5)

表 3 列出了 MOEA/D 算法、NSGA-III 算法、AR-MOEA 算法以及 Lp-MaOEA/D 算法在求解目标数为 10 的 MaF 系列问题中得到的 IGD 指标的均值、方差以及显著性比较结果,图 16—图 20 给出了 4 种算法求得各问题的 Pareto 前沿的分布图。Lp-MaOEA/D 算法分别得到了 15 个问题中

11 个最好的 IGD 指标。其中,所提算法得到的 IGD 指标分别有 12, 14 和 11 个问题的表现显著优于 MOEA/D 算法、NSGA-III 算法和 AR-MOEA 算法。通过对 10 个目标问题的测试实验可以发现,所提算法在求解各类众目标优化问题时性能较为稳定。

表 3 算法求解 MaF 基准问题得到的 IGD 指标(M=10)

Table 3 IGD metrics achieved by different algorithms on MaF benchmark problems(M=10)

Problem	MOEA/D	NSGA-III	AR-MOEA	Lp-MaOEA/D
MaF1	$5.4085 \times 10^{-1} (3.21 \times 10^{-2})$	$2.7773 \times 10^{-1} (5.25 \times 10^{-3})$	$2.3580 \times 10^{-1} (6.66 \times 10^{-3})$	$2.2671 \times 10^{-1} (2.78 \times 10^{-3})$
MaF2	$2.6169 \times 10^{-1} (1.31 \times 10^{-3})$	$2.0578 \times 10^{-1} (1.88 \times 10^{-2})$	$1.8185 \times 10^{-1} (3.89 \times 10^{-3})$	$1.7871 \times 10^{-1} (5.47 \times 10^{-3})$
MaF3	$1.4386 \times 10^{-1} (1.89 \times 10^{-3})$	$1.0562 \times 10^{+4} (2.05 \times 10^{+4})$	$7.1573 \times 10^{+0} (3.02 \times 10^{+1})$	$6.9690 \times 10^{-2} (6.63 \times 10^{-4})$
MaF4	$5.4879 \times 10^{+2} (4.25 \times 10^{+1})$	$9.1961 \times 10^{+1} (8.36 \times 10^{+0})$	$9.4449 \times 10^{+1} (8.02 \times 10^{+0})$	$5.8952 \times 10^{+1} (4.86 \times 10^{+0})$
MaF5	$3.0236 \times 10^{+2} (1.91 \times 10^{+0})$	$7.7158 \times 10^{+1} (2.03 \times 10^{+0})$	$9.8006 \times 10^{+1} (3.49 \times 10^{+0})$	$4.5453 \times 10^{+1} (1.45 \times 10^{+0})$

(续表)

Problem	MOEA/D	NSGA-III	AR-MOEA	Lp-MOEA/D
MaF6	$2.3466 \times 10^{-1} (2.56 \times 10^{-1}) =$	$1.0315 \times 10^{+0} (4.33 \times 10^{-1}) -$	$2.3147 \times 10^{-1} (2.46 \times 10^{-1}) =$	$2.7898 \times 10^{-1} (2.62 \times 10^{-1})$
MaF7	$2.5323 \times 10^{+0} (6.15 \times 10^{-1}) -$	$1.1534 \times 10^{+0} (9.30 \times 10^{-2}) =$	$1.3767 \times 10^{+0} (9.86 \times 10^{-2}) -$	$1.1142 \times 10^{+0} (2.54 \times 10^{-1})$
MaF8	$9.8566 \times 10^{-1} (8.81 \times 10^{-2}) -$	$2.8866 \times 10^{-1} (5.64 \times 10^{-2}) -$	$1.2520 \times 10^{-1} (3.54 \times 10^{-3}) -$	$1.0316 \times 10^{-1} (8.28 \times 10^{-4})$
MaF9	$6.3034 \times 10^{-1} (8.69 \times 10^{-1}) -$	$5.2589 \times 10^{-1} (1.37 \times 10^{-1}) -$	$1.5915 \times 10^{-1} (5.06 \times 10^{-3}) +$	$2.9239 \times 10^{-1} (1.07 \times 10^{-2})$
MaF10	$1.7922 \times 10^{+0} (4.69 \times 10^{-2}) -$	$1.2517 \times 10^{+0} (4.68 \times 10^{-2}) -$	$1.3001 \times 10^{+0} (8.55 \times 10^{-2}) -$	$9.1024 \times 10^{-1} (1.08 \times 10^{-2})$
MaF11	$1.9354 \times 10^{+0} (3.26 \times 10^{-2}) -$	$1.1869 \times 10^{+0} (1.76 \times 10^{-1}) -$	$1.0073 \times 10^{+0} (3.44 \times 10^{-2}) -$	$9.9004 \times 10^{-1} (1.96 \times 10^{-2})$
MaF12	$8.8736 \times 10^{+0} (6.16 \times 10^{-1}) -$	$4.3661 \times 10^{+0} (5.12 \times 10^{-2}) -$	$4.4607 \times 10^{+0} (2.73 \times 10^{-2}) -$	$3.8918 \times 10^{+0} (2.10 \times 10^{-2})$
MaF13	$9.7424 \times 10^{-1} (7.96 \times 10^{-2}) -$	$2.4339 \times 10^{-1} (2.91 \times 10^{-2}) -$	$1.1485 \times 10^{-1} (6.20 \times 10^{-3}) -$	$9.7036 \times 10^{-2} (6.90 \times 10^{-3})$
MaF14	$6.9082 \times 10^{-1} (1.72 \times 10^{-1}) +$	$1.7053 \times 10^{+1} (8.97 \times 10^{+0}) -$	$1.1789 \times 10^{+0} (2.48 \times 10^{-1}) +$	$2.8242 \times 10^{+0} (8.00 \times 10^{-1})$
MaF15	$1.0955 \times 10^{+0} (8.86 \times 10^{-2}) +$	$2.8175 \times 10^{+0} (7.16 \times 10^{-1}) -$	$1.0614 \times 10^{+0} (8.62 \times 10^{-2}) +$	$1.7991 \times 10^{+0} (1.89 \times 10^{-1})$
Nos. +/-/=	2/12/1	0/14/1	3/11/1	

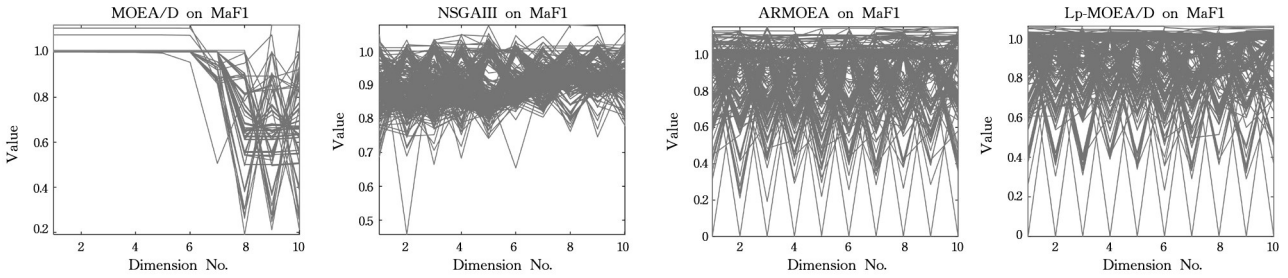


图 16 4种算法求解 MaF1 问题的非支配前沿分布图(M=10)

Fig. 16 Non-dominated front distribution map of MaF1 problem solved by four algorithms(M=10)

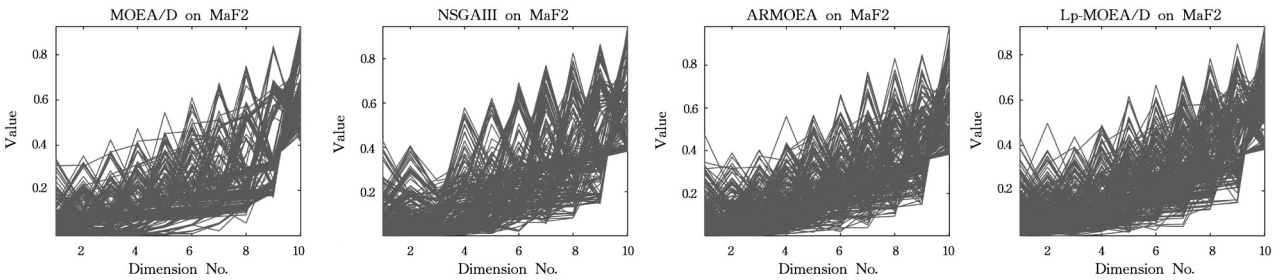


图 17 4种算法求解 MaF2 问题的非支配前沿分布图(M=10)

Fig. 17 Non-dominated front distribution map of MaF2 problem solved by four algorithms(M=10)

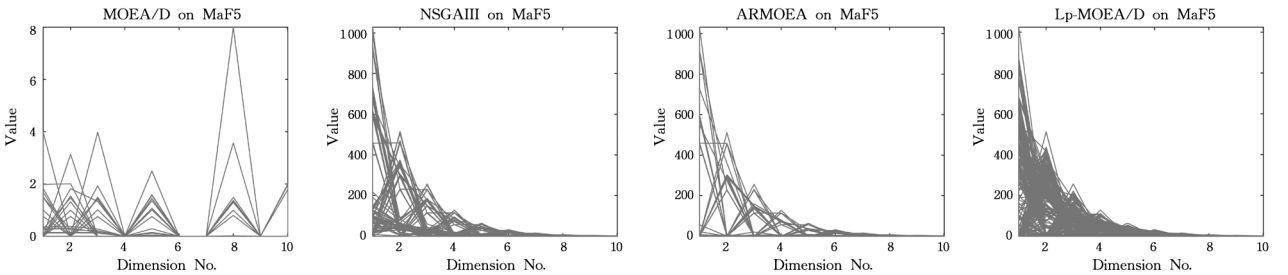


图 18 4种算法求解 MaF5 问题的非支配前沿分布图(M=10)

Fig. 18 Non-dominated front distribution map for solving MaF5 problem by four algorithms(M=10)

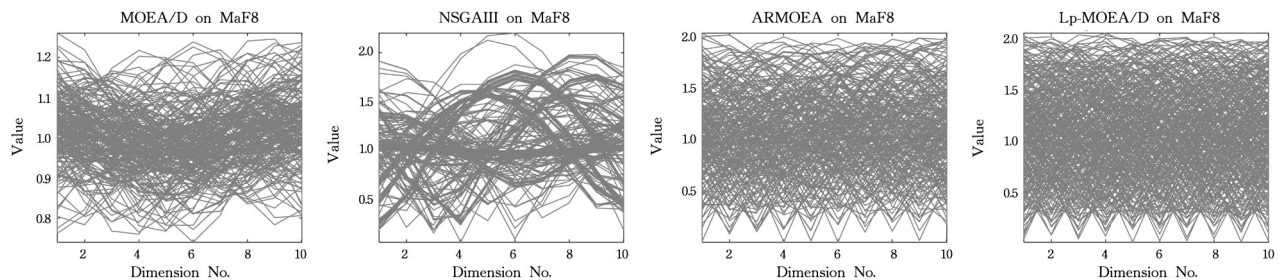
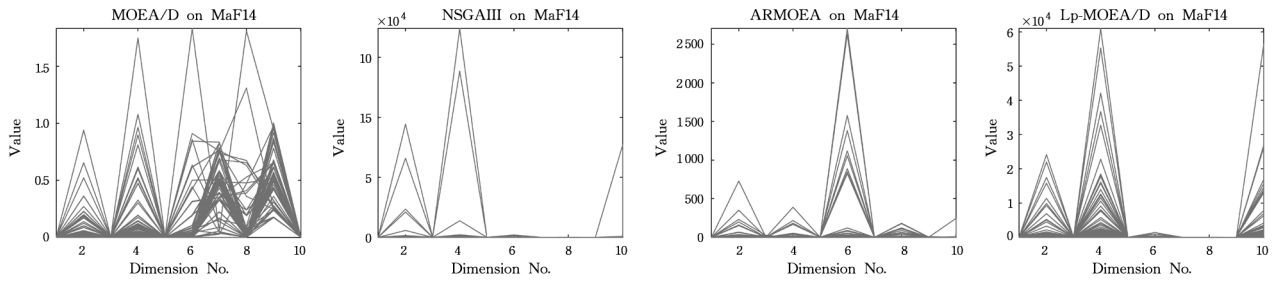


图 19 4种算法求解 MaF8 问题的非支配前沿分布图(M=10)

Fig. 19 Non-dominated front distribution map for sloving MaF8 problem by four algorithms(M=10)

图 20 4种算法求解 MaF14 问题的非支配前沿分布图($M=10$)Fig. 20 Non-dominated front distribution map for solving MaF14 problem by four algorithms($M=5$)

4.3 算法实际应用验证

为了验证所提算法在实际多目标工程问题方面的应用效果,将其应用于钢铁企业的煤气分配。钢铁企业的煤气系统主要用于处理焦炉煤气、高炉煤气和转炉煤气在生产过程中的发生、存储、放散和发电等问题,需要在满足各主要生产工序供应要求的基础上保证各煤气柜平衡、管网流量平衡,其目标为煤气消耗成本最小化、煤气发电收益最大化,式(5)给出了煤气分配问题的模型。模型的约束条件分别是设备热值约束、物料平衡约束、设备能耗约束、气柜柜位水平约束和气柜柜位变化约束,如式(6)~式(12)所示:

$$\min F = \left(\sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^J C_{ij} X_{ij}, -\sum_{i=1}^3 \varphi_i W_i \right)^T \quad (5)$$

$$\text{s. t. } Q_j^l \leq \sum_{i=1}^3 X_{ij} \leq Q_j^u \quad (6)$$

$$V_i \leq \sum_{j=1}^J O_{ij} - \sum_{j=1}^J X_{ij} - W_i \quad (7)$$

$$O_{ij} \leq \tau_{ij} \sum_{j=1}^J X_{ij} \quad (8)$$

$$\gamma_{ij}^l \leq X_{ij} \leq \gamma_{ij}^u \quad (9)$$

$$h_i^l \leq h_i^0 + \frac{V_i}{\varepsilon_i} \leq h_i^u \quad (10)$$

$$\frac{V_i}{\varepsilon_i} \leq \Delta h_i^u \quad (11)$$

$$i \in I, j \in J \quad (12)$$

其中,决策变量 X_{ij} 表示设备 j 上的煤气 i 的分配量;变量 O_{ij} 表示设备 j 上的煤气 i 的回收量;变量 W_i 表示用于发电的煤气 i 的使用量。常量 I 表示煤气类型,取值为焦炉煤气、高炉煤气和转炉煤气, i 的取值分别为1,2,3; J 表示设备总数, j 表示设备的编号; C_{ij} 表示设备 j 上的煤气 i 的单位消耗成本; φ_i 表示煤气 i 的单位发电收益; τ_{ij} 表示工序 j 上煤气 i 的回收系数; q_i 表示煤气 i 的单位热值; Q_j^l 和 Q_j^u 分别表示设备 j 工作热值的上下限; γ_{ij}^l 和 γ_{ij}^u 表示设备 j 上的煤气 i 需求的上下限; h_i^l 和 h_i^u 表示煤气 i 气柜柜位的上下限; h_i^0 表示煤气 i 气柜上一次调度柜位; ε_i 表示煤气 i 气柜柜位体积转换系数; Δh_i^u 表示煤气 i 气柜柜位最大变化量。上述参数的取值均根据实际生产环境指定。

为了验证 Lp-MOEA/D 算法的求解效果,分别比较了焦炉煤气在富余、不足(其他煤气基本平衡)两种工况下的问题求解。图 21、图 22 给出了两种工况下手工调度与利用所提算法调度的结果。在焦炉煤气富余时通过提高生产设备热值、增加发电量等方式保证气柜稳定和能源管网平衡,能源消耗成本和发电收益较高;相反,当焦炉煤气不足时,煤气主要用于保证生产,发电收益降低。可以发现所提算法能够更好

地保证在煤气富余和煤气不足两种工况下的煤气优化分配,而且为调度员提供了不同偏好的决策方案。

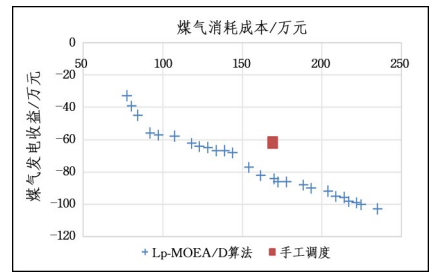


图 21 焦炉煤气富余工况下的煤气分配结果

Fig. 21 Gas distribution results under coke oven gas surplus condition

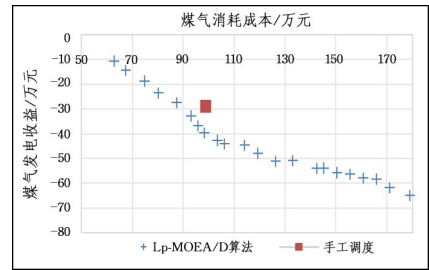


图 22 焦炉煤气不足工况下的煤气分配结果

Fig. 22 Gas distribution results under coke oven gas shortage condition

结束语 为了求解各类 Pareto 前沿形状的多目标和众目标优化问题,本文提出了一种基于非欧几何空间权向量产生策略的分解多目标优化算法,利用非支配前沿拟合参数估计和边缘正态分布采样方法设计了权向量生成策略,为种群进化提供动力并保持种群的多样性。此外,所提算法在非欧几何空间中完成了邻域结构重构,提高了种群更新的效率。为了保证非支配前沿的质量和分布性,设计了一种新的档案集更新策略。目标数目为 3,5 和 10 这 3 种规模的 MaF 测试问题的测试实验结果表明,Lp-MOEA/D 算法相比 MOEA/D,NSGA-III,AR-MOEA 算法在求解各类 PF 形状的多目标和众目标优化问题方面具有明显的优势。最后将 Lp-MOEA/D 算法应用于钢铁企业煤气分配问题的求解,实验结果表明所提算法的分配效果优于手工调度。

本文仅使用档案集非支配解集的中心点,利用几何方法估计参数 ρ ,虽然算法效率很高,但在一定程度上会影响非支配前沿拟合的准确性。未来计划利用机器学习等其他方法在提高非支配前沿拟合准确性方面继续开展研究工作。

参考文献

- [1] SOFIA A S, GANESHKUMAR P. Multi-Objective Task Scheduling to Minimize Energy Consumption and Makespan of Cloud Computing Using NSGA-II[J]. *Journal of Network and Systems Management*, 2018, 26(2): 463-485.
- [2] BABAJAMALI Z, KHABAZ M, AGHADAVOUDI F, et al. Pareto Multi-Objective Optimization of Tandem Cold Rolling Settings for Reductions and Inter Stand Tensions Using NSGA-II [J]. *ISA Transactions*, 2022, 130: 399-408.
- [3] BANSAL J C, SETHI N, ANICHO O, et al. Drone Flocking Optimization Using NSGA-II and Principal Component Analysis [J]. *Swarm Intelligence*, 2022, 17: 63-87.
- [4] DENG W, ZHANG X X, ZHOU Y, et al. An Enhanced Fast Non-Dominated Solution Sorting Genetic Algorithm for Multi-objective Problems [J]. *Information Sciences*, 2022, 585: 441-453.
- [5] YANG Y K, LIU J C, TAN S B, et al. A Multi-objective Differential Evolution Algorithm Based on Domination and Constraint-handling Switching [J]. *Information Sciences*, 2021, 579: 796-813.
- [6] MA H P, ZHANG Y J, SUN S Y, et al. A Comprehensive Survey on NSGA-II for Multi-objective Optimization and Applications [J]. *Artificial Intelligence Review*, 2023, 56(12): 15217-15270.
- [7] GUERREIRO A P, FONSECA C M, PAQUETE L. The Hypervolume Indicator: Problems and Algorithms [J]. *ACM Computing Surveys*, 2021, 54(6): 1-42.
- [8] ZAPOTECAS-MARTÍNEZ S, LÓPEZ-JAIMES A, GARCÍA-NÁJERA A. LIBEA: A Lebesgue Indicator-Based Evolutionary Algorithm for Multi-objective Optimization [J]. *Swarm & Evolutionary Computation*, 2019, 44: 404-419.
- [9] ZAPOTECAS-MARTÍNEZ S, GARCÍA-NÁJERA A, MENCHACA-MÉNDEZ A. Improved Lebesgue Indicator-based Evolutionary Algorithm: Reducing Hypervolume Computations [J]. *Mathematics*, 2022, 10(1): 1-25.
- [10] ZHANG Q F, LI H. MOEA/D: A Multi-objective Evolutionary Algorithm based on Decomposition [J]. *IEEE Transaction on Evolutionary Computing*, 2007, 11(6): 712-731.
- [11] CHENG R, JIN Y C, OLHOFFER M, et al. A Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm for Many-objective Optimization [J]. *IEEE Transaction on Evolutionary Computing*, 2016, 20(5): 773-791.
- [12] DEB K, JAIN H. An Evolutionary Many-objective Optimization Algorithm Using Reference-point-based Nondominated Sorting Approach, Part I: Solving Problems with Box Constraints [J]. *IEEE Transaction on Evolutionary Computing*, 2014, 18(4): 577-601.
- [13] DAS I, DENNIS J E. Normal-Boundary Intersection: A New Method for Generating the Pareto Surface in Nonlinear Multi-criteria Optimization Problems [J]. *SIAM Journal on Optimization* 1998, 8(3): 631-657.
- [14] HUA Y C, LIU Q Q, HAO K R. A Survey of Evolutionary Algorithms for Multi-objective Optimization Problems with Irregular Pareto Fronts [J]. *IEEE/CAA Journal of Automatica Sinica*, 2021, 8(2): 303-318.
- [15] DONG M G, LIU B, JING C. A Many-objective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition with Dynamic Resource Allocation for Irregular Optimization [J]. *Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering*, 2020, 21(8): 1171-1190.
- [16] SRI SRINIVASA RAJU M, MALLIPEDDI R, DAS K N. A Twin-archive Guided Decomposition Based Multi/many-objective Evolutionary Algorithm [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 71: 101082.
- [17] DAI C, LEI X J, HE X G. A Decomposition-based Evolutionary Algorithm with Adaptive Weight Adjustment for Many-objective Problems [J]. *Soft Computing*, 2020, 24: 10597-10609.
- [18] ZHAO C L, ZHOU Y R, HAO Y Y. Decomposition-based Evolutionary Algorithm with Dual Adjustments for Many-objective Optimization Problems [J]. *Swarm and Evolutionary Computation*, 2022, 75(2): 101168-101182.
- [19] SUN Y H, XIAO K L, WANG S Q, et al. An Evolutionary Many-Objective Algorithm based on Decomposition and Hierarchical Clustering Selection [J]. *Applied Intelligence*, 2022, 52(8): 8464-8509.
- [20] LIANG Z P, HOU W J, HUANG X, et al. Two New Reference Vector Adaptation Strategies for Many-Objective Evolutionary Algorithms [J]. *Information Sciences*, 2019, 483: 332-349.
- [21] LI G, WANG G G, XIAO R B. A Novel Adaptive Weight Algorithm Based on Decomposition and Two-part Update Strategy for Many-objective Optimization [J]. *Information Sciences*, 2022(615): 323-347.
- [22] FAN R, WEI L X, LI X, et al. Self-Adaptive Weight Vector Adjustment Strategy for Decomposition-based Multi-Objective Differential Evolutionary Algorithm [J]. *Soft Computing*, 2020, 24(17): 13179-13195.
- [23] TIAN Y, ZHANG X Y, CHENG R, et al. Guiding Evolutionary Multi-objective Optimization with Generic Front Modeling [J]. *IEEE Transactions on Cybernetics*, 2020, 50(3): 1106-1119.
- [24] LI L, YEN G G, SAHOO A, et al. On the Estimation of Pareto Front and Dimensional Similarity in Many-objective Evolutionary Algorithm [J]. *Information Sciences*, 2021, 563: 375-400.
- [25] GUO X F, WANG Y P, GAO X Z. Two-stage Adaptive Weight Vector Design Method for Decomposition Based Many-objective Evolutionary Algorithm [J]. *International Journal of Ad Hoc and Ubiquitous Computing*, 2022, 39(1/2): 58-69.
- [26] WU M Y, KWONG S, JIA Y H, et al. Adaptive Weights Generation for Decomposition-based Multi-objective Optimization Using Gaussian Process Regression [C]// *Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference (GECCO'17)*. 2017: 641-648.
- [27] WU M Y, LI K, KWONG S, et al. Learning to Decompose: A Paradigm for Decomposition-based Multi-objective Optimization [J]. *IEEE Transaction on Evolutionary Computing*, 2019, 23(3): 376-390.

- [28] GE H W,ZHAO M D,SUN L, et al. A Many-Objective Evolutionary Algorithm with Two Interacting Processes; Cascade Clustering and Reference Point Incremental Learning[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2019, 23(4): 572-586.
- [29] LIU Y P, ISHIBUCHI H, MASUYAMA N, et al. Adapting Reference Vectors and Scalarizing Functions by Growing Neural Gas to Handle Irregular Pareto Fronts[J]. IEEE Transaction on Evolutionary Computing, 2020, 24(3): 439-453.
- [30] LIU Q Q, JIN Y C, HEIDERICH M, et al. An Adaptive Reference Vector Guided Evolutionary Algorithm Using Growing Neural Gas for Many-objective Optimization of Irregular Problems[J]. IEEE Transaction on Cybernetic, 2022, 52(5): 2698-2711.
- [31] THOMPSON A C. Minkowski Geometry [M]. Cambridge University Press, 1996.
- [32] PANICHELLA A. An Adaptive Evolutionary Algorithm Based on Non-Euclidean Ggeometry for Many-objective Optimization [C]//Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference(GECCO'19), 2019: 595-603.
- [33] BENALI F, BODÉNÈS D, RUNZ C D, et al. An Enhanced Adaptive Geometry Evolutionary Algorithm Using Stochastic Diversity Mechanism [C]//Proceedings of the Genetic and Evolutionary Computation Conference(GECCO'22), 2022: 476-483.
- [34] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Y, et al. An Indicator Based Multi-objective Evolutionary Algorithm with Reference Point Adaptation for Better Versatility[J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2018, 22(4): 609-622.
- [35] CHENG R, LI M Q, TIAN Y, et al. A Benchmark Test Suite for Evolutionary Many-objective Optimization[J]. Complex & Intelligent Systems, 2017, 3: 67-81.
- [36] TIAN Y, CHENG R, ZHANG X Q, et al. PlatEMO: A MATLAB Platform for Evolutionary Multi-Objective Optimization [J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2017, 12(4): 73-87.



SUN Liangxu, born in 1979, Ph.D, associate professor. His main research interests include multi-objective evolutionary algorithm and production scheduling.

(责任编辑:何杨)