

### 多翼瞬态混沌系统及有限时间同步研究

杨阳, 摆玉龙, 李艳, 霍婷婷

#### 引用本文

杨阳, 摆玉龙, 李艳, 霍婷婷. 多翼瞬态混沌系统及有限时间同步研究[J]. 计算机科学, 2024, 51(11A): 240300056-6.

YANG Yang, BAI Yulong, LI Yan, HUO Tingting. [Study on Multi-wing Transient Chaotic Systems and Finite Time Synchronization](#) [J]. Computer Science, 2024, 51(11A): 240300056-6.

---

#### 相似文章推荐 (请使用火狐或 IE 浏览器查看文章)

##### Similar articles recommended (Please use Firefox or IE to view the article)

##### [本地差分隐私下的高维数据发布方法](#)

High-dimensional Data Publication Under Local Differential Privacy

计算机科学, 2024, 51(2): 322-332. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.230600142>

##### [基于自注意力的自监督深度聚类算法](#)

Self-supervised Deep Clustering Algorithm Based on Self-attention

计算机科学, 2022, 49(3): 134-143. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.210100001>

##### [基于特征变换的图像检索对抗防御](#)

Feature Transformation for Defending Adversarial Attack on Image Retrieval

计算机科学, 2021, 48(10): 258-265. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.200800222>

##### [基于k-原型聚类和粗糙集的属性约简方法](#)

Attribute Reduction Method Based on  $k$ -prototypes Clustering and Rough Sets

计算机科学, 2021, 48(6A): 342-348. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.201000053>

##### [基于惯性传感器融合控制算法的聋哑手语识别](#)

Deaf Sign Language Recognition Based on Inertial Sensor Fusion Control Algorithm

计算机科学, 2021, 48(2): 231-237. <https://doi.org/10.11896/jsjcx.191200143>

# 多翼瞬态混沌系统及有限时间同步研究

杨 阳<sup>1</sup> 摆玉龙<sup>2</sup> 李 艳<sup>1</sup> 霍婷婷<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 宁夏师范大学物理与电子信息工程学院 宁夏 固原 756000

<sup>2</sup> 西北师范大学物理与电子工程学院 兰州 730070

**摘 要** 构造了一种能够产生多翼吸引子的三维混沌系统。通过对系统的相图、Lyapunov 指数谱、分岔图和复杂度分析发现,该系统表现出复杂的动力学特性。通过研究多组参数发现,该系统存在丰富多样的多翼吸引子,且吸引子的拓扑结构由四翼转变为双翼,再转变为四翼的形式。此外,系统存在瞬态和吸引子共存现象。利用 Multisim 对系统进行模拟电路仿真,实验结果与数值分析结果相吻合,验证了混沌系统的可实现性。最后,基于有限时间理论,设计了同步控制器,实现了不同结构系统的有限时间同步,为混沌保密通信提供了良好的基础。

**关键词:** 多翼吸引子;瞬态混沌;共存吸引子;电路仿真;有限时间同步

**中图分类号** O415.5,O213

## Study on Multi-wing Transient Chaotic Systems and Finite Time Synchronization

YANG Yang<sup>1</sup>, BAI Yulong<sup>2</sup>, LI Yan<sup>1</sup> and HUO Tingting<sup>1</sup>

<sup>1</sup> School of Physics and Electronic Information Engineering, Ningxia Normal University, Guyuan, Ningxia 756000, China

<sup>2</sup> School of Physics and Electronic Engineering, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China

**Abstract** A three-dimensional chaotic system that can generate multi-wing attractors is constructed. Through the analysis of the phase portraits, Lyapunov exponent spectra, bifurcation diagrams, and complexity, it is found that the system exhibits complex dynamical characteristics. By studying multiple sets of parameters, it is discovered that the system exhibits diverse multi-wing attractors, and the topological structure of the attractors changes from four-wing to double-wing, and then back to four-wing. In addition, the system exhibits coexistence of transients and attractors. Multisim is used to perform circuit simulations of the system, and the experimental results are consistent with the numerical analysis, verifying the feasibility of the chaotic system implementation. Finally, based on the finite time theory, a synchronization controller is designed to realize the finite time synchronization of different structures, which provides a good basis for chaotic secure communication.

**Keywords** Multi-wing attractor, Transient chaos, Coexisting attractor, Circuit simulation, Finite time synchronization

## 1 引言

混沌是一种特殊的非线性系统,被广泛应用于信息、医学、经济等领域<sup>[1-5]</sup>。混沌系统因其高度敏感性和伪随机性等特点而成为研究热点。为了探索更复杂的混沌系统,研究人员提出了许多种类的混沌系统。例如, Yang 等<sup>[6]</sup>提出了一种具有隐藏吸引子的新型六维超混沌系统。Bai 等<sup>[7]</sup>构建了一类具有复杂结构的三涡卷混沌系统。多翼吸引子指吸引子的拓扑结构具有多个翅膀,展示了系统的结构多样性<sup>[8-9]</sup>。多翼吸引子的多稳态混沌系统具有更加丰富的动力学特征。Zhang 等<sup>[10]</sup>通过引入忆阻器,提出了一种能够产生偏移和隐藏吸引子的混沌系统。基于已有模型,提出了一种能够产生双翼吸引子的混沌系统<sup>[11]</sup>。2017年, Lai 等<sup>[12]</sup>基于 sgn 函数构建了一种具有四翼四涡旋奇异吸引子的四维自治混沌

系统。随着参数的变化,这些吸引子会分解为两个共存的蝴蝶吸引子和两个共存的双涡旋吸引子。Zhang 等<sup>[13]</sup>引入状态反馈控制器,提出了一个具有单翼、双翼、三翼和四翼隐藏吸引子的四维混沌系统,并观察到了复杂的瞬态跃迁行为。瞬态指混沌运动中不属于混沌集的轨迹聚集演变为瞬态混沌,瞬态跃迁是混沌系统一个重要且有趣的现象。文献<sup>[14]</sup>提出了一种具有无平衡点的隐藏堆叠吸引子的双忆阻多稳态混沌系统。Gu 等<sup>[15]</sup>构建了一种存在两种复杂的瞬态转变行为的四维非哈密顿保守超混沌系统。Zhang 等<sup>[16]</sup>提出了一个新的具有宽参数范围的五维保守超混沌系统,证明了该系统满足 Hamilton 能量守恒且具有超混沌特性。Zhao 等<sup>[17]</sup>将所设计的反馈元胞自动机作为扰动加入混沌系统中,提出了一种基于扰动时空混沌的三维 OFDM 星座加密方案。文献<sup>[18]</sup>提出了一类概周期驱动分段光滑混沌系统,并证实了

基金项目:国家自然科学基金(42371377);宁夏师范大学固体微结构与功能重点实验室

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(42371377) and Ningxia Normal University Key Laboratory of Solid Microstructure and Function.

通信作者:杨阳(yangyang@nxnu.edu.cn)

存在奇异非混沌吸引子。

近年来,由于混沌序列具有复杂性,对混沌系统的应用研究不断增加。Bai 等<sup>[19]</sup>基于四维四翼混沌系统,实现了同步控制及在微弱信号中的检测应用。Yan 等<sup>[20]</sup>采用线性反馈法对吸引子共存混沌系统进行同步控制。目前,混沌同步在保密通信、图像加密、信号检测<sup>[21-22]</sup>等领域都得到了应用,因此人们提出了许多混沌同步研究方法。如自适应同步、鲁棒同步、耦合同步等<sup>[23]</sup>。然而,这些同步方法均属于渐进同步且收敛时间无限,这是实际应用中需要解决的问题。对于同步应用来说,时间的稳定性至关重要,因此提出了有限时间同步。在混沌系统中,有限时间同步的研究也得到了广泛的关注。例如,Mishra 等<sup>[24]</sup>提出了基于多涡旋混沌系统的有限时间同步方法。文献<sup>[25]</sup>研究了分数阶混沌系统的有限时间同步。为了提高保密通信系统的安全性,Dong 等<sup>[26]</sup>提出了一种基于有限时间理论的异结构超混沌系统组合一组合同步方案,并将其应用于混沌掩盖保密通信中,有效提高了通信系统的安全性。

本文采用混沌系统作为驱动系统,经典 Lorenz 系统作为响应系统,实现了不同结构系统的有限时间同步。第 2 章提出并证实了一种新的多翼吸引子混沌系统;第 3 章从 Lyapunov 指数、分岔图、共存吸引子、瞬态混沌和复杂度等方面,验证了新系统的动力学特性;第 4 章介绍了混沌系统的电路设计和仿真结果;第 5 章设计了同步控制器并实现了两个不同结构混沌系统的有限时间同步;最后,总结研究结果并给出了结论。

## 2 多翼混沌系统

### 2.1 系统的数学模型和混沌吸引子

系统的微分方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = -ax + yz \\ \dot{y} = xz - y^3 \\ \dot{z} = (-ac/8)xy + bz \end{cases} \quad (1)$$

其中, $x, y, z$ 是系统的状态变量, $a, b, c$ 是系统的参数。当参数 $a=8.5, b=10.1, c=8$ ,初始值为 $(1, 2, 3)$ 时,系统表现出复杂的四翼蝶形吸引子,如图 1 所示。

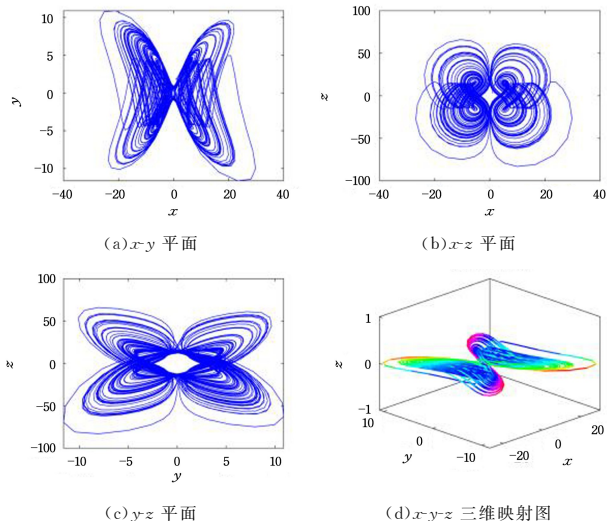


图 1 四翼吸引子相图

Fig. 1 Four-wing attractor phase diagram

### 2.2 平衡点和稳定性分析

令式(1)右边全部等于 0,可以得到系统的平衡点为:

$$\begin{cases} S_1 = (0, 0, 0) \\ S_{2,3} = (\pm(\sqrt{1010} * \sqrt{8585})/850, \mp\sqrt{1010}/10, \\ \quad -\sqrt{8585}/10) \\ S_{4,5} = (\pm(\sqrt{1010} * \sqrt{8585})/850, \pm\sqrt{1010}/10, \\ \quad \sqrt{8585}/10) \end{cases} \quad (2)$$

所有平衡点的雅可比矩阵可以表示为:

$$J_{ac} = \begin{bmatrix} -a & z & y \\ z & -3y^2 & x \\ -(ac/8)y & -(ac/8)x & b \end{bmatrix} \quad (3)$$

令  $\det(J - \lambda I) = 0$ ,得到系统的特征值为  $\lambda_1 = 7.0239, \lambda_2 = -3.7055, \lambda_3 = -13.7183$ ,存在小于零的特征值,为不稳定平衡点,满足混沌特性。

## 3 动力学特性分析

### 3.1 参数对系统的影响

参数的变化影响混沌系统的稳定性,并且吸引子的拓扑结构随之发生变化。当参数 $b=10.1, c=8$ ,初始值为 $(1, 2, 3)$ 时,图 2(a)给出了  $a$  的 Lyapunov 指数谱、分岔图和吸引子相图。从图中可以看出,当 $a=5.5$ 时,系统产生混沌双翼吸引子;当 $a=13.5$ 时,双翼吸引子转变为四翼混沌吸引子;当 $a=17.5$ 时,系统变为双翼周期吸引子。通过改变参数  $b$ ,也可以观察到吸引子的变化。图 2(b)给出了  $b$  的 Lyapunov 指数谱、分岔图和吸引子相图。当 $b=5$ 时,系统为双翼周期吸引子;当 $b=9.1$ 时,系统为四翼拟周期吸引子;当 $b=14$ 时,系统为双翼混沌吸引子。综上所述,随着  $a, b$  的变化,混沌系统存在多种结构的吸引子。

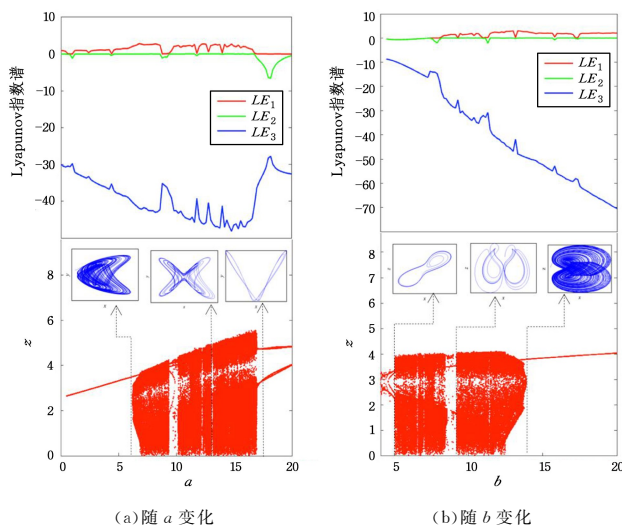


图 2 不同参数下的 Lyapunov 指数谱、分岔图和吸引子拓扑结构图  
Fig. 2 Lyapunov exponential spectrum, bifurcation diagram and attractor topological structure diagram with different parameters

### 3.2 共存吸引子

混沌系统对初始条件高度敏感,固定参数,当初始条件发生变化时,系统的轨迹会收敛到不同的吸引子上。固定参数 $b=10.1, c=8$ ,初始值为 $(1, \pm 2, 3)$ 时,参数  $a$  不同取值下的

共存吸引子如图 3 所示,混沌相图共存行为由双翼到四翼变化。类似地,固定参数  $a=8.5, c=8$ , 参数  $b$  不同取值下的共存吸引子如图 4 所示。综上所述,随着  $a, b$  的变化,系统存在多种结构的共存吸引子。

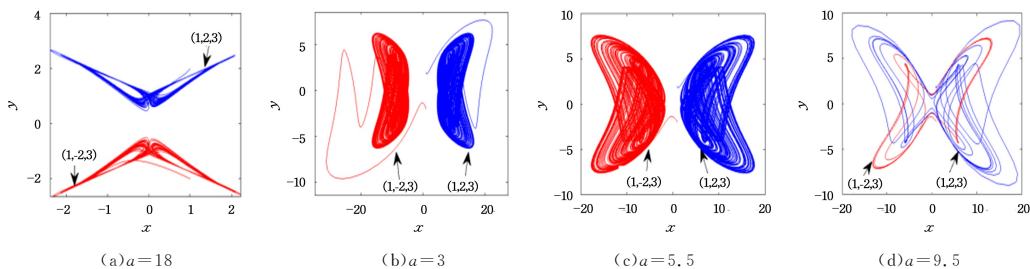


图 3 参数  $a$  不同取值下的共存吸引子

Fig. 3 Coexisting attractors with different values of parameter  $a$

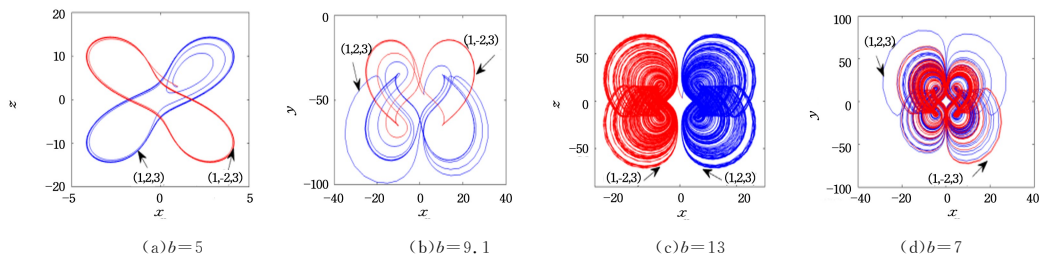
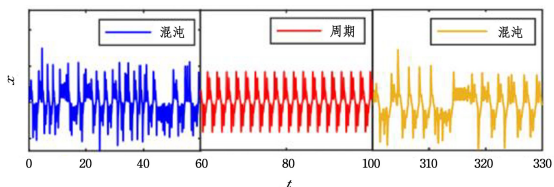


图 4 参数  $b$  不同取值下的共存吸引子

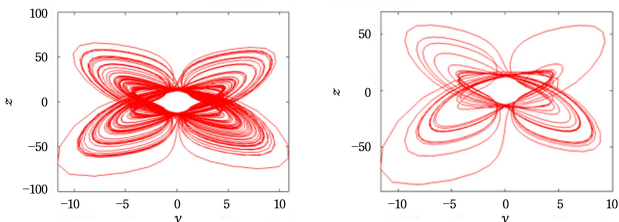
Fig. 4 Coexisting attractors with different values of parameter  $b$

### 3.3 瞬态现象

混沌行为中存在着周期窗口,从混沌状态开始到周期状态结束的运动称为混沌系统的瞬态现象。固定参数不变,图 5(a)展示了变量  $x$  随时间变化的时间序列。可以观察到,随着时间的推移,系统的运动状态在混沌和周期之间交替变化。当  $t \in [0, 60]$  时,系统处于混沌状态;当  $t \in [60, 100]$  时,系统进入周期状态;当  $t \in [300, 330]$  时,系统再次回到混沌状态,该混沌吸引子和周期吸引子如图 5(b)、图 5(c) 所示。



(a) 变量  $x$  的时域波形



(b)  $t \in [0, 60]$  的混沌吸引子

(c)  $t \in [60, 100]$  的周期吸引子

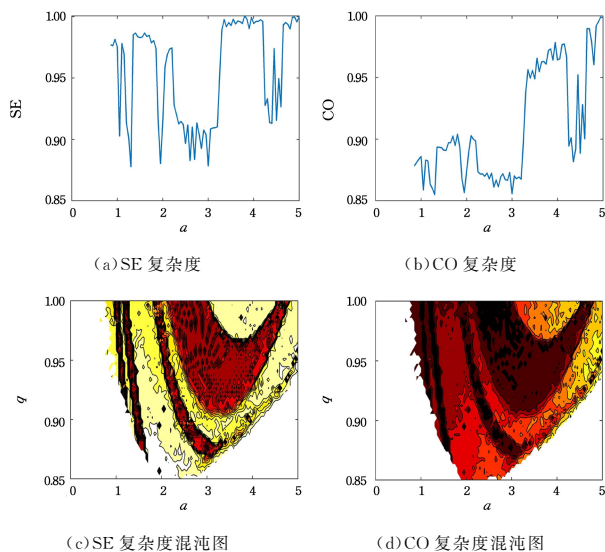
图 5 瞬态混沌

Fig. 5 Transient chaos

### 3.4 复杂度分析

复杂度算法可以用来衡量混沌系统中随机序列与混沌序列的相关程度,混沌系统的高复杂度更适合于安全通信。本文选用 SE 和 CO 复杂度算法来计算系统的复杂度。通过傅里叶变换 (FFT) 得到能量谱分布,然后根据香农公式计算

谱熵值,即 SE 复杂度。基于 FFT 变换,得到序列中不规则部分所占比例越大,即 CO 复杂度越高。固定参数  $a=8.5, b=10.1, c=8$ , 初始值  $(1, 2, 3)$ , 图 6(a)、图 6(b) 显示了系统在参数  $a$  变化下的 SE 和 CO 复杂度,与图 6(c)、图 6(d) 中绘制的参数  $a$  的复杂度混沌图一致,这证实了系统的混沌特性。



(a) SE 复杂度

(b) CO 复杂度

(c) SE 复杂度混沌图

(d) CO 复杂度混沌图

图 6 系统的复杂度

Fig. 6 System complexity

## 4 电路仿真

本章利用线性电阻、线性电容、运算放大器和模拟乘法器来设计混沌系统的电路原理图,如图 7 所示。电阻和电容用于调节系统的参数,运算放大器用于实现电路的积分运算,而模拟乘法器则用于实现非线性项。为了方便电路测试,首先将变量压缩为原来的  $1/10$ ,令  $\tau = \tau_0 t, \tau_0 = 1000$  可得:

$$\begin{cases} \dot{x} = -8500x + 1000yz \\ \dot{y} = 1000xz - 1000y^3 \\ \dot{z} = -8500xy + 10100z \end{cases} \quad (4)$$

根据电路定律,得到电路状态方程如下:

$$\begin{cases} \dot{x} = -\frac{1}{R_1 C_1}(x) - \frac{1}{R_2 C_1}(-y)z \\ \dot{y} = -\frac{1}{R_3 C_2}(-x)z - \frac{1}{R_4 C_2}(-y)^3 \\ \dot{z} = -\frac{1}{R_5 C_3}(xy) - \frac{1}{R_6 C_3}(-z) \end{cases} \quad (5)$$

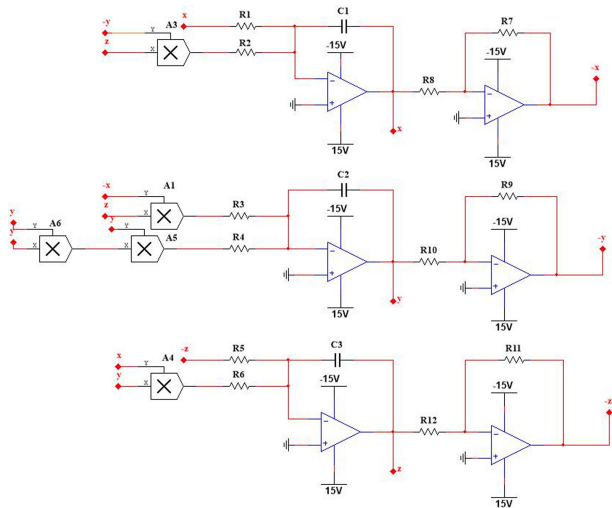


图7 电路原理图

Fig. 7 Circuit schematic diagram

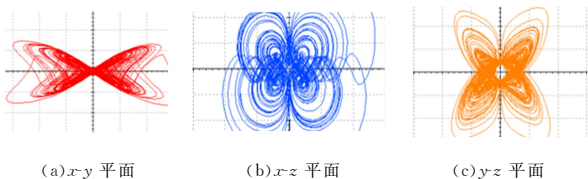


图8 电路仿真结果

Fig. 8 Circuit simulation results

对比式(4)与式(5),令  $C_1 = C_2 = C_3 = 100\mu F$ ,可以计算得到电阻阻值  $R_1 = 1.176 \text{ k}\Omega$ ,  $R_2 = R_3 = R_4 = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $R_5 = 79.761 \text{ k}\Omega$ ,  $R_6 = 1.667 \text{ k}\Omega$ ,其余电阻阻值均为  $10 \text{ k}\Omega$ 。调试电路后得到系统的仿真图如图8所示,证明了系统的物理可行性。

## 5 有限时间同步

在实际应用中,研究两个不同结构的混沌系统之间的同步问题更具有意义。本文以四翼混沌系统作为驱动系统,选取经典的 Lorenz 系统作为响应系统,其数学模型如式(6)、式(7)所示:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -ax_1 + y_1 z_1 \\ \dot{y}_1 = x_1 z_1 - y_1^3 \\ \dot{z}_1 = -(ac/8)x_1 y_1 + bz_1 \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = k(y_2 - x_2) + \mu_1 \\ \dot{y}_2 = \omega x_2 - y_2 - x_2 z_2 + \mu_2 \\ \dot{z}_2 = x_2 y_2 - rz_2 + \mu_3 \end{cases} \quad (7)$$

将同步控制器  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$  加入到式(7)中,在 Lorenz 系统中,当参数  $k=10, \omega=28, r=8/3$ ,初始值  $(x_2, y_2, z_2) = (1, 1, 1)$  时,满足混沌特性。定义响应系统与驱动系统的误差为同步误差公式,进而得到同步误差函数为:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = x_2 - x_1 = ky_2 - kx_2 + ax_1 - y_1 z_1 + \mu_1 \\ \dot{e}_2 = y_2 - y_1 = \omega x_2 - y_2 - x_2 z_2 - x_1 z_1 + y_1^3 + \mu_2 \\ \dot{e}_3 = z_2 - z_1 = x_2 y_2 - rz_2 + ac/8 x_1 y_1 - bz_1 + \mu_3 \end{cases} \quad (8)$$

为了保证驱动-响应系统的有限时间同步,必须满足当  $t_1 > 0$  时,  $\lim_{t \rightarrow t_1} |e_i| = 0$ ; 当  $t_1 > t$  时,  $|e_i| = 0$ 。

**定理 1** 如果存在一个可微的正函数  $W(t)$  如下:

$$\dot{W}(t) \leq -\alpha W^\beta(t), \forall t > t_0, W(t) \leq 0 \quad (9)$$

当  $\alpha > 0, 0 < \beta < 1$  且  $t_1 > t > t_0$ ,  $W(t)$  满足  $W^{1-\beta}(t) \leq W^{1-\beta}(t_0) - \alpha(1-\beta)(t-t_0)$  且  $\forall t > t_1, W(t) = 0$ , 则稳定时间  $t_1 \leq t_0 + \frac{W^{1-\beta}(t_0)}{\alpha(1-\beta)}$ 。

**定理 2** 对于任意实数  $\tau_1, \tau_2, \tau_3, \dots, \tau_n, 0 < \beta < 1$ , 下列不等式成立。

$$\sum_{i=1}^n \tau_i^{\beta+1} \leq \left( \sum_{i=1}^n \tau_i \right)^{\frac{\beta+1}{2}} \quad (10)$$

为了满足系统(6)、系统(7)达到同步,根据误差函数所设计的控制器如式(11)所示:

$$\begin{cases} \mu_1 = -me_1 - n \operatorname{sgn}(e_1) |e_1|^\gamma + k(x_2 - y_2) - ax_1 + y_1 z_1 \\ \mu_2 = me_2 - n \operatorname{sgn}(e_2) |e_2|^\gamma + x_2 z_2 + x_1 z_1 + y_1^3 - \omega x_2 \\ \mu_3 = me_3 - n \operatorname{sgn}(e_3) |e_3|^\gamma + rz_2 + bz_1 - x_2 y_2 - \\ (ac/8)x_1 y_1 \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $m, n$  是大于 0 的常数,  $\gamma \in [0, 1]$ , 构造 Lyapunov 函数

$$V = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^3 e_i^2, \text{ 对其求导可得:}$$

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 \\ &= e_1 (ky_2 - kx_2 + ax_1 - y_1 z_1 + \mu_1) + e_2 (\omega x_2 - y_2 - \\ &\quad x_2 z_2 - x_1 z_1 + y_1^3 + \mu_2) + e_3 (x_2 y_2 - rz_2 + \\ &\quad (ac/8)x_1 y_1 - bz_1 + \mu_3) \end{aligned} \quad (12)$$

将式(11)代入式(12)中,可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= e_1 (-me_1 - n \operatorname{sgn}(e_1) |e_1|^\gamma) + e_2 (me_1 - \\ &\quad n \operatorname{sgn}(e_2) |e_2|^\gamma) + e_3 (-me_3 - n \operatorname{sgn}(e_3) |e_3|^\gamma) \\ &= -me_1^2 + me_2^2 + me_3^2 - n [\operatorname{sgn}(e_1) |e_1|^{\gamma+1} + \operatorname{sgn}(e_2) \\ &\quad |e_2|^{\gamma+1} + \operatorname{sgn}(e_3) |e_3|^{\gamma+1}] \\ &\leq -n [\operatorname{sgn}(e_1) |e_1|^{\gamma+1} + \operatorname{sgn}(e_2) |e_2|^{\gamma+1} + \\ &\quad \operatorname{sgn}(e_3) |e_3|^{\gamma+1}] \end{aligned} \quad (13)$$

根据定理 2 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -n [\operatorname{sgn}(e_1) |e_1| + \operatorname{sgn}(e_2) |e_2| + \operatorname{sgn}(e_3) |e_3|]^{\frac{1+\gamma}{2}} \\ &\leq -n(2V)^{\frac{1+\gamma}{2}} \\ &\leq (-2)^{\frac{1+\gamma}{2}} (nV)^{\frac{1+\gamma}{2}} \end{aligned} \quad (14)$$

此时,满足定理 1 的条件,可以得到系统(6)和系统(7)能够在有限时间内达到稳定状态,同步时间为:

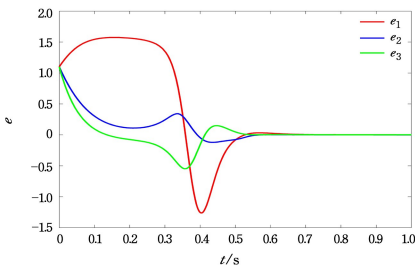
$$t_1 \leq \frac{(V(t_0))^{\frac{1+\gamma}{2}}}{2 \frac{\gamma-1}{2} n(1-\gamma)} \quad (15)$$

令  $m=n=1, \gamma=1/2$ , 系统(6)、系统(7)的初始条件分别为(1,2,3)和(1,1,1),对同步系统进行了仿真。图9(a)展示了同步仿真的结果,图9(b)、图9(c)展示了变量  $x, y$  的时域波形。可以观察到,系统(6)和系统(7)在极短的时间内(约0.6s)达到了同步。此外,还与其他有限时间同步方法进行了比较,如表1所列,验证了本文方案的高效性。与其他驱动—响应系统的同步方案相比,本文方案具有更强的抗攻击能力。

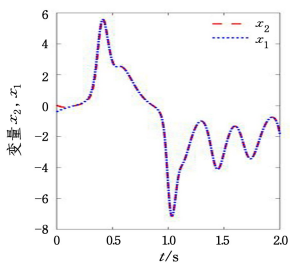
表1 有限时间同步效果对比

Table 1 Finite time synchronization effect comparison

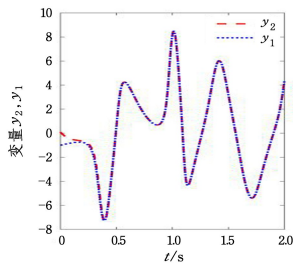
|              | 本文     | 文献[27] | 文献[28] | 文献[29] |
|--------------|--------|--------|--------|--------|
| 达到同步时间 $t/s$ | 0.5    | 2.1    | 1.2    | 2.4    |
|              | 文献[30] | 文献[31] | 文献[32] | 文献[33] |
|              | 1.5    | 2      | 1.3    | 1.8    |



(a)同步误差



(b)变量  $x$  的时域波形



(c)变量  $y$  的时域波形

图9 同步误差效果图

Fig.9 Synchronization error effect diagram

**结束语** 本文提出了一种具有多翼吸引子的新型混沌系统。分析该系统的 Lyapunov 指数谱、分岔图和吸引子相图发现,该系统的吸引子拓扑结构随着参数变化由四翼转变为双翼;讨论了在不同的时刻和初始条件下,系统分别存在瞬态混沌和吸引子共存的现象,证明了系统具有复杂的动力学行为;搭建了该系统的模拟仿真电路,验证了其可行性;最后,将新系统作为驱动系统,将 Lorenz 系统作为响应系统,设计了控制器实现了有限时间同步,并进行了数值仿真以验证理论的正确性。未来的研究计划包括提高同步速率和效率,并将其应用于保密通信领域。

参考文献

[1] TARASOVA V, TARASOVVE. Logistic map with memory from economic model [J]. *Chaos, Solitons & Fractals*, 2017, 95(1):84-91.  
 [2] XIANG N, WU Q, WAN A. Spatiotemporal patterns of a diffusive plant-herbivore model with toxin-determined functional responses; Multiple bifurcations [J]. *Mathematics and Computers in Simulation*, 2021, 187(C): 337-356.  
 [3] LI G Z, TAN N L, SU S Q, et al. Unknown frequency weak sig-

nal detection based on Lorenz chaotic synchronous system [J]. *Vibration and Impact*, 2019, 38(5): 155-161.  
 [4] VAIDYANATHAN S, AKGUL A, KAA S, et al. A new 4-D chaotic hyperjerk system, its synchronization, circuit, design and applications in RNG image encryption and chaos based steganography [J]. *The European Physical Journal Plus*, 2018, 133(2): 46-50.  
 [5] SANDUBETE J, ESCOT L. Chaotic signals inside some tick-by-tick financial time series [J]. *Chaos, Solitons and Fractals: the Interdisciplinary Journal of Nonlinear Science, and Nonequilibrium and Complex Phenomena*, 2020, 137(C): 109852.  
 [6] YANG L, YANG Q G, CHEN G R. Hidden attractors, singularly degenerate heteroclinic orbits, multistability and physical realization of a new 6D hyperchaotic system [J]. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2020, 90(12): 1-16.  
 [7] BAI Y L, YANG Y, TANG L H. Design of a new multi-scroll chaotic system and its application to image encryption [J]. *Journal of Electronics and Information Technology*, 2019, 43 (2): 436-444.  
 [8] LI C, SPROTT J C, HU W, et al. Infinite Multistability in a Self-Reproducing Chaotic System [J]. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, 2017, 27(10): 175-160.  
 [9] XIAN Y J, FU K R, XU C B. A four-dimensional multistable hyperchaotic system with multi-wing attractors [J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2021, 40(1): 15-22, 38.  
 [10] ZHANG S, LI C B, ZHENG J H, et al. Generating any number of initial offset-boosted coexisting chua's double-scroll attractors via piecewise-nonlinear memristor [J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2021, 69(7): 7202-7212.  
 [11] ZHANG S, LI C B, ZHENG J H, et al. Enderating any number of diversified hidden attractors via memristor coupling [J]. *IEEE transactions on circuits and systems, I. Regular papers; a publication of the IEEE Circuits and Systems Society*, 2021, 68(12): 4945-4956.  
 [12] LAI Q, AKGUL A, ZHAO X W, et al. Various Types of Coexisting Attractors in a New 4D Autonomous Chaotic System [J]. *International Journal of Bifurcation & Chaos*, 2017, 27(9): 142-150.  
 [13] ZHANG S, ZENG Y, LI Z, et al. Generating one to four-wing hidden attractors in a novel 4D no-equilibrium chaotic system with extreme multistability [J]. *Chaos*, 2018, 28(1): 013113.  
 [14] DU C, LIU L, ZHANG Z, et al. Double memristors oscillator with hidden stacked attractors and its multi-transient and multistability analysis [J]. *Chaos Solitons & Fractals*, 2021, 148(1): 111023.  
 [15] GU S, DU B, WAN Y. A New Four-Dimensional Non-Hamiltonian Conservative Hyperchaotic System [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2020, 30(16): 1-23.  
 [16] ZHANG Z F, HUANG LL, XIANG J H, et al. Dynamics of a new five-dimensional conserved hyperchaotic system with a wide parameter range [J]. *Journal of Physics*, 2021, 70(23): 128-138.  
 [17] ZHAO G, WU Y, MA Y J, et al. Three-dimensional OFDM constellation encryption scheme based on disturbed space-time chaos [J]. *Computer Science*, 2024, 51(5): 390-399.

- [18] ZHAO Y F, SHEN Y Z, DU C B. Characteristic analysis of singular non-chaotic attractors for a class of almost period-driven piecewise smooth systems [J/OL]. *Complex Systems and Complexity Science*, 2024, 21(2):75-79.
- [19] BAI Y L, LI X F, PAN W S. The design of a four-wing chaotic system and the application of synchronous control in weak signal detection[J]. *Physica Scripta*, 2022, 97(11):115206.
- [20] YANG S H, WANG E T, SUN X, et al. A chaotic system with attractor Coexistence and its synchronization circuit implementation[J]. *Journal of Shenzhen University(Science Technology)*, 2021, 38(6):649657.
- [21] KENGNE J, TABEKOUENG Z N, TAMBA V K, et al. Periodicity, chaos, and multiple attractors in a memristor-based Shrikri's circuit[J]. *Chaos*, 2015, 25(10):103-126.
- [22] WU H, BAO B, LIU Z, et al. Chaotic and periodic bursting phenomena in a memristive Wien-bridge oscillator [J]. *Nonlinear Dynamics*, 2016, 83(1/2):893-903.
- [23] BAO B C H, YU J J, HU F W, et al. Generalized Memristor Consisting of Diode Bridge with First Order Parallel RC Filter [J]. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2014, 24(11):1450143.
- [24] MISHRA AMIT K, DAS S, YADAV VIJAY K. Finite-time synchronization of multi-scroll chaotic systems with sigmoid non-linearity and uncertain terms[J]. *Chinese Journal of Physics*, 2020, 75:235-245.
- [25] SHAO K Y, HAN F, GUO S X, et al. Finite-time Synchronization of A Class of Fractional-order Hyperchaotic System [J]. *Control and Instruments in Chemical Industry*, 2018, 45(1):1-4, 22.
- [26] DONG W, WANG C, ZHANG H L, et al. Finite time combination-combinatorial synchronization and its application for heterogeneous hyperchaotic systems [J]. *Journal of System Simulation*, 2023, 35(7):1590-1601.
- [27] YANG S H, WANG E T, GU B X, et al. Analysis and finite-time synchronization of a novel double-wing chaotic system with transient chaos[J]. *Physica A:Statistical Mechanics and its Applications*, 2022, 602:127652.
- [28] WU S F. Finite-time synchronization of fractional multi-wing chaotic system [J]. *Physica Scripta*, 2023, 98(11):115224.
- [29] AHMAD I, OUANNAS A, SHAFIQ M, et al. Finite-Time Stabilization of a Perturbed Chaotic Finance Model[J]. *Journal of Advanced Research*, 2021, 6(13):1-14.
- [30] WANG C Y, DI J H, MAO B H. Adaptive sliding mode synchronization of fractional-order chaotic systems in uncertain atmospheres [J]. *Journal of Jilin University(Science Edition)*, 2022, 60(2):439-444.
- [31] CHEN S, ZHANG F C, XIAO M. Analysis and synchronization control of a Complex chaotic System [J/OL]. *Systems Science and Mathematics*, 2024, 44(5):1311-1323.
- [32] WANG Q, LIU H. Adaptive fuzzy sliding mode finite time synchronization control for fractional-order chaotic systems with different dimensions [J]. *Fuzzy Systems and Mathematics*, 2019, 37(2):1-12.
- [33] LUIGI D, GIUSEPPE F, PAOLO P. Robust output tracking, disturbance attenuation and synchronization for a class of Lur'e systems: a high-gain, fractional-order control approach[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2023, 112(2):1011-1022.



**YANG Yang**, born in 1995, master, assistant professor, Her main research interests include nonlinear circuit and signal processing.