

改进的 LPG-PCA 的图像去噪方法

李旭光 崔丽鸿 黄守勇
(北京化工大学理学院 北京 100029)

摘要 主成分分析(PCA)变换能够去除信号之间的相关性,并且在 PCA 域中,很容易把信号和噪声区分出来。在对目标像素块进行处理前,首先要有一定的搜索域中寻找与其结构相似的局部像素块作为训练样本,对图像进行复制,使用双参数收缩算法对复制图像进行处理,然后使用在复制图像中对应的像素块之间的欧氏距离,来代替目标像素块与局部像素块之间的相似性,减小了噪声所带来的影响,对后续的 PCA 变换起到了重要作用。仿真实验表明,改进的 LPG-PCA 方法相对于改进之前,使图像的质量有了一定提高。

关键词 图像去噪,局部像素块分组,主成分分析,双阈值收缩降噪

中图法分类号 TP751.1 文献标识码 A

Improvement of LPG-PCA Method for Image Denoising

LI Xu-guang CUI Li-hong HUANG Shou-yong

(School of Science, Beijing University of Chemical Technology, Beijing 100029, China)

Abstract The Principal Component Analysis(PCA) can remove the correlation between signals, and it is easy to distinguish the signal and noise. Before the processing of target pixel block, first of all, we should find the training samples in a certain local pixel search domain which are similar to the target pixel block. In this paper, we get the copy of the image, and use the Bivariate shrinkage denoising method(Bishrink) to manage it. After that, we use Euclidean distance of the corresponding pixel block to replace the similarity between the target pixel block and the local pixel block, which will reduce the effect of the noise, and play an important role in the follow-up PCA transformation. Simulation results show that, improved LPG-PCA method has the very big enhancement in the quality of the image compared with the method before improvement.

Keywords Image denoising, Local pixel grouping, Principal component analysis, Bivariate shrinkage denoising method

图像去噪是图像处理中的一个重要的研究领域。近年来,小波变换在图像去噪中起到了关键的作用。如何对频率域中的小波系数进行处理是运用小波变换进行图像去噪的关键所在,目前处理方法有很多种,包括阈值去噪^[1-5]、统计模型估计^[6-8]等。

大部分去噪方法都假设小波系数之间是不相关的,其实不然,它们之间确实有着一定的依赖关系。文献^[7]中提到的双参数收缩算法,考虑到了子小波系数与父小波系数之间的关系,并利用统计模型实现了图像去噪,与高斯滤波、维纳滤波、小波域下软硬阈值收缩去噪等简单方法相比,双参数收缩算法能够更好地去除高斯白噪声,而且思路简单、易实现。本文采用双参数收缩算法,对含噪图像对应的复制图像进行处理,为寻找与目标像素块结构相似的训练样本打下基础。

然而,图像去噪不仅注重于噪声的去除,而且要在去除噪声的同时保持图像的局部性质。Muresan 和 Parks 在文献^[9]中引入了基于主成分分析(PCA)的去噪方法,它把像素点及其邻域看作一个目标像素块,进行整体去噪,这样就很好地保护了图像的局部性质。但是使用主成分分析法需要有足够的训练样本,文献^[9]采用的获取训练样本方法是,在以目标像

素块为中心的局部域中,寻找所有与目标像素块大小相同的局部像素块作为训练样本,这就使得训练样本中包含了很多与目标像素块结构不同的像素块,从而导致产生的正交变换基不准确,进而影响最终的去噪效果。Zhang Lei, Dong W, Zhang D 等在文献^[10]中引入了局部像素块分组(LPG)的思想,通过计算局部域中像素块与目标像素块之间的欧氏距离,来判断它们之间的相似性,如果欧氏距离小于一定的阈值,就把相应的像素块作为训练样本,此种选择方法在一定程度上提高了正交变换基的准确性。但是噪声具有不确定性和随机性,这就使得像素块与目标像素块之间的欧氏距离不能很好地反映它们在没有噪声情况下的相似性。因此基于上述的考虑,本文在 LPG-PCA 方法的基础上提出了一种改进方法,用来改进训练样本的选取过程。

1 算法介绍

1.1 双参数收缩算法(Bishrink 算法)

假设含噪图像的模型为:

$$y = x + n, n \sim N(0, \sigma^2)$$

其中, y 为含噪图像, x 为真实图像, n 为图像所含的噪声。含

本文受国家自然科学基金(61272028)资助。

李旭光(1987—),男,硕士生,主要研究方向为小波滤波器构造、图像处理, E-mail: lixg2012@163.com; 崔丽鸿(1965—),女,博士,教授,主要研究方向为小波分析理论、构造及算法应用; 黄守勇(1989—),男,硕士生,主要研究方向为小波密度估计。

噪图像 y 经过小波变换之后的小波系数表示为: $w_y = w_x + w_n$, 其中, w_x 为原始图像的小波变换系数, w_n 为噪声的小波变换系数。如果 $w_{x,2}$ 为小波系数 $w_{x,1}$ 的父系数, 则

$$w_{y,1} = w_{x,1} + w_{n,1}, w_{y,2} = w_{x,2} + w_{n,2}$$

向量表示形式为: $W_y = W_x + W_n$, 其中 $W_y = (w_{y,1}, w_{y,2}), W_x = (w_{x,1}, w_{x,2}), W_n = (w_{n,1}, w_{n,2})$ 。

双阈值收缩算法通过求取 W_x 的极大似然估计, 推导出 $w_{x,1}$ 的估计值。考虑到子小波系数和父小波系数所含有的噪声为独立同分布的高斯白噪声, 设定 W_n 的概率分布为:

$$p_{W_n}(W_n) = \frac{1}{\delta^2 2\pi} \cdot \exp\left(-\frac{n_1^2 + n_2^2}{2\delta^2}\right) \quad (1)$$

为了能够很好地反映子小波系数和父小波系数之间的相互依赖关系, 设定 W_x 的概率密度分布为:

$$p_{W_x}(W_x) = \frac{3}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\sigma} \sqrt{w_{x,1}^2 + w_{x,2}^2}\right) \quad (2)$$

其中, σ^2 为无噪图像对应小波系数的方差。 W_x 的极大似然估计表示如下:

$$\begin{aligned} \hat{W}_x &= \arg \max_{W_x} [p_{W_y|W_x}(W_y|W_x) \cdot p_{W_x}(W_x)] \\ &= \arg \max_{W_x} [p_{W_n}(W_y - W_x) \cdot p_{W_x}(W_x)] \end{aligned} \quad (3)$$

将式(1)、式(2)代入式(3), 推导得到子小波系数的估计值:

$$\hat{w}_{x,1} = \frac{(\sqrt{w_{y,1}^2 + w_{y,2}^2} - \frac{\sqrt{3}\delta^2}{\sigma})_+}{\sqrt{w_{y,1}^2 + w_{y,2}^2}} w_{y,1} \quad (4)$$

以上就是小波域的双参数收缩降噪法。此方法能够很好地去掉高斯白噪声, 且方法简单易行, 相比于高斯滤波、维纳滤波、小波域下软阈值收缩去噪等方法, 有一定的优势。

1.2 LPG 方法选取训练样本

为了在增强图像去噪效果的同时表现出图像的局部性质, 本文把含噪声图像中的目标像素点与其邻域作为一个整体, 进行整体去噪。本文把一个以目标像素点为中心的 $K \times K$ 的窗口中所有的像素点看作一个整体, 作为目标像素块向量形式表示为: $y = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T, m = K \times K$ 。这样图像块对应的去噪模型表示为:

$$y = x + n \quad (5)$$

其中, $x = [x_1, x_2, \dots, x_m]^T, n = [n_1, n_2, \dots, n_m]^T$ 。

为了获得 PCA 方法所必需的大量的训练样本, 本文选取一个以目标像素块为中心的 $L \times L (L > K)$ 的窗口, 从中选取 $K \times K$ 大小的像素块, 作为局部像素块, 如图 1 所示。此 $L \times L$ 窗口中, 存在 $(L - K + 1)^2$ 个 $K \times K$ 的局部像素块, 其中部分像素块可能在结构上与目标像素块有很大的差异, 如果直接使用所有的训练样本, 会使 PCA 方法得到的协方差矩阵不准确。

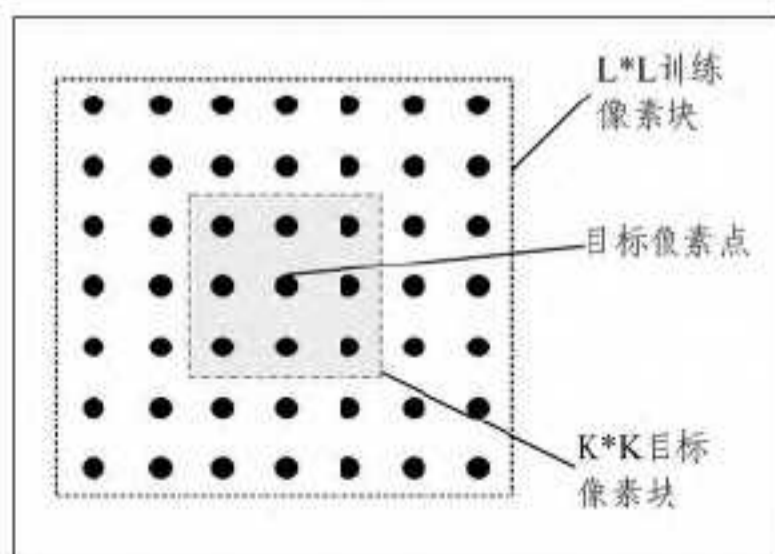


图 1 基于 LPG-PCA 图像去噪模型

为了解决上述问题, 文献[10]中采用 LPG 方法选取训练样本, 用局部像素块与目标像素块之间的欧氏距离来表示它们之间的相似性, 假设 $L \times L$ 窗口中第 i 个局部像素块与目标像素块之间的欧氏距离为 e_i 。但是噪声的存在使得含噪像素块之间的欧氏距离不能很好地表示无噪像素块之间的相似性。因此, 文献[10]中采用误差的无偏估计来近似表示像素块之间的相似性, 即:

$$e_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (y_j^0 - y_j^i)^2 \approx \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (x_j^0 - x_j^i)^2 + 2\delta^2 \quad (6)$$

其中, y^0 为含噪目标像素块, y^i 为含噪局部像素块, x^0, x^i 分别为对应的无噪像素块。设定一个合适的阈值 T , 当无噪像素块之间的欧氏距离小于此阈值时, 即:

$$\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (x_j^0 - x_j^i)^2 \leq T \quad (7)$$

含噪像素块之间的欧氏距离 $e_i \leq T + 2\delta^2$, 此时认为此局部像素块与目标像素块相似, 从而把相应的局部像素块作为训练样本。但是噪声具有不确定性, 这种方法可能会使结果产生偏差。文中针对 LPG 方法, 提出了一种改进的方法。

1.3 改进 LPG 方法

本文先对含噪图像进行复制, 对复制的图像采用双参数收缩去噪的方法[7]进行去噪, 这在一定程度上降低了复制图像中高斯白噪声的影响。为了方便, 接下来的内容把需要使用 PCA 处理的图像当作目标图像, 把 Bishrink 处理过的图像当作复制图像。

在复制图像中, 把与目标图像中目标像素块 y^0 相对应的像素块表示为 $z^0 = [z_1^0, z_2^0, \dots, z_m^0]^T$, 把与目标图像中 $L \times L$ 窗口里任一局部像素块 y^i 相对应的像素块表示为 $z^i = [z_1^i, z_2^i, \dots, z_m^i]^T, i = 1, 2, \dots, (L - K + 1)^2$ 。那么无噪像素块 x^0 与 x^i 之间的欧氏距离就用复制图像中对应的像素块 z^0 与 z^i 之间的欧氏距离来近似表示, 即 $\epsilon_i = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^m (z_j^i - z_j^0)^2$ 。如果

$\epsilon_i < T$, 则选取对应的目标图像中的局部像素块作为训练样本。假如选取了 n 个训练样本, 每个训练样本表示为

$$y^i = [y_1^i, y_2^i, \dots, y_m^i]^T, i = 1, 2, \dots, n$$

则这些训练样本可以组成一个 $m \times n$ 的矩阵, 即 $Y = [y^1, y^2, \dots, y^n]$ 。

1.4 LPG-PCA 图像去噪

带噪声的信号通过 PCA 变换, 能够很好地把信号和噪声区分开。为了实现图像的去噪, 把目标像素块中的 m 个像素看作 m 个主成分, 通过保留 PCA 域中最主要的几个像素点, 实现噪声的去除。

把训练样本组成的 $m \times n$ 的矩阵 Y 用行向量表示为 $Y = [Y_1^T, Y_2^T, \dots, Y_m^T]^T$, 其中 $Y_i = [y_1^i, y_2^i, \dots, y_m^i]$ 。这样含噪图像模型可以表示为: $Y = X + N$ 。矩阵 Y 的每一行的平均值表示为 $\mu_i = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_j^i, i = 1, \dots, m$ 。对 Y 的每一行作归一化处理, 即 $\bar{Y}_i = Y_i - \mu_i$ 。处理之后图像表示为 $\bar{Y} = [\bar{Y}_1^T, \bar{Y}_2^T, \dots, \bar{Y}_m^T]^T$, 图像模型仍可以表示为 $\bar{Y} = \bar{X} + N$ 。

假设 \bar{Y} 对应的协方差矩阵为 Σ_Y, \bar{X} 对应的协方差矩阵为 Σ_X , 经过推导证明, 可以得出 Σ_X 与 Σ_Y 有相同的特征向量 $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$ 。

记协方差矩阵 Σ_Y 的特征值 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_m, \Phi = [\varphi_1, \varphi_2,$

..., φ_m], 则

$$\Phi^T \Sigma_X \Phi = \text{diag}\{\lambda_1 - \delta^2, \lambda_2 - \delta^2, \dots, \lambda_m - \delta^2\} \quad (8)$$

则在 PCA 变换域下,

$$\bar{Y} = \Phi^T Y, \bar{X} = \Phi^T X, \bar{N} = \Phi^T N$$

对 \bar{Y} 中 \bar{Y}_k (即第 k 行) 进行处理, 则估计值可以表示为:

$$\bar{Y}_k^- = \frac{\lambda_k - \delta^2}{\lambda_k} \bar{Y}_k \quad (9)$$

这样对 \bar{Y} 中每一行按上式进行处理, 得到的结果表示为

$$\bar{Y}^- = [\bar{Y}_1^{-T}, \bar{Y}_2^{-T}, \dots, \bar{Y}_m^{-T}]^T$$

这样就可以得到 \bar{Y} 的估计 $\bar{Y}^- = \Phi \bar{Y}^-$, 然后对 \bar{Y}^- 的每一行加上 Y 中相应行的平均值 μ_k , 就可以得到 X 的估计值 X^- , 最后就可以从 X^- 中得到目标向量的去噪结果 x^k 。

把上述算法应用到图像中的所有像素点, 经过改进的 LPG-PCA 处理之后, 会发现结果图像中仍有很多的噪声, 原因是经过预处理得到的相似度仍然受到了残余噪声的影响。文献[10]中采用两阶段的 LPG-PCA 对图像进行处理, 这两个阶段的处理过程是一样的, 只不过两个阶段对应的噪声方差有了变换。

2 仿真实验

本文中, 参数的选取对图像的去噪结果非常重要, 算法中的主要参数包括: 目标像素块的大小 $K \times K$, 搜索局部域窗口大小 $L \times L$, 以及判断相似度的阈值 T 。为了进行对比实验, 文献[10]中采用的 K, L, T 与本文中采用相同的值。实验中, 设定 $K=5, L=41, T=25$, 对 3 张 256×256 的含有不同噪声的灰度图片分别使用两种方法进行处理, 得到的结果如表 1 所列。

表 1 使用文献[10]和本文方法对 3 张图像的去噪所得的 PSNR 和 SSIM

| Image Cameraman | | |
|-----------------|-------------|-------------|
| Method | 文献[10] | 本文方法 |
| $\delta=10$ | 33.94(0.94) | 34.15(0.94) |
| $\delta=20$ | 30.03(0.89) | 30.26(0.89) |
| $\delta=30$ | 27.80(0.85) | 28.09(0.85) |
| $\delta=40$ | 26.23(0.82) | 26.57(0.81) |
| Image Lena | | |
| Method | 文献[10] | 本文方法 |
| $\delta=10$ | 33.67(0.92) | 33.80(0.93) |
| $\delta=20$ | 29.75(0.85) | 30.12(0.87) |
| $\delta=30$ | 27.54(0.80) | 28.07(0.81) |
| $\delta=40$ | 26.04(0.75) | 26.68(0.77) |
| Image House | | |
| Method | 文献[10] | 本文方法 |
| $\delta=10$ | 35.53(0.90) | 35.70(0.91) |
| $\delta=20$ | 32.45(0.84) | 32.63(0.85) |
| $\delta=30$ | 30.46(0.81) | 30.79(0.82) |
| $\delta=40$ | 28.91(0.78) | 29.31(0.79) |

注: 括号中的值为 SSIM, δ 为噪声的标准差。

图 2 显示使用本文方法对含噪 Cameraman 图像的去噪结果, 加入的噪声的强度 $\delta=20$ 。从图中可以看出经过第二阶段方法的处理之后, 图片的质量确实得到了改善, 其中加入噪声之后的峰值信噪比为 $psnr=22.0987\text{dB}$, 使用第一阶段方法处理之后 $psnr=29.9361\text{dB}$, 经过第二阶段方法的处理之后 $psnr=30.2644\text{dB}$ 。

通过观察表 1 中的实验数据, 可发现本文改进的方法与

文献[10]处理得到的图像, SSIM 相差无几, 但是从 PSNR 的值中可以看出, 本文的方法明显要优于文献[10]中的方法。因此, 使用本文的方法对图像处理之后, 图像质量确实得到了很大的提高。



(a) 原图像

(b) 含噪图像



(c) 第一阶段处理后图像

(d) 第二阶段处理后图像

图 2 使用本文方法对含噪 Cameraman 图像的去噪结果

结束语 文中并不是简单地把双参数收缩算法和 LPG-PCA 算法进行叠加, 对图像重复进行处理, 而是使用双参数收缩算法对复制图像进行处理。在获取目标像素块与局部像素块之间的欧氏距离时, 使用复制图像中对应的像素块之间的欧氏距离来代替, 这样就大大减小了噪声所带来的影响。

本文提出的改进算法相比于改进之前能够更有效地去除高斯白噪声, 减小噪声的不确定性和随机性产生的影响, 有利于进行图像处理的后续研究。

参考文献

- [1] Nasri M, Nezamabadi-pour H. Image denoising in the wavelet domain using a new adaptive thresholding function[J]. Neuro-computing, 2009, 72(4): 1012-1025
- [2] Xiao F, Zhang Y. A Comparative Study on Thresholding Methods in Wavelet-based Image Denoising[J]. Procedia Engineering, 2011, 15: 3998-4003
- [3] Mukhopadhyay S, Mandal J K. Wavelet based Denoising of Medical Images Using Sub-band Adaptive Thresholding through Genetic Algorithm[J]. Procedia Technology, 2013, 10: 680-689
- [4] Cui Li-hong, Wang Zhan, Cen Yi-gang, et al. An Extension of the Interscale SURE-LET Approach for Image Denoising[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2014, 11
- [5] 岑翼刚, 尉宇, 孙德宝. 小波阈值神经网络在信号去噪及预测中的应用[J]. 控制理论与应用, 2008, 25(3): 485-491
- [6] 刘鹏举, 李宏. 基于小波域维纳滤波的图像降噪技术[J]. 计算机仿真, 2006, 22(9): 269-271
- [7] Sendur L, Selesnick I W. Bivariate shrinkage functions for wavelet-based denoising exploiting inter-scale dependency[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(11): 2744-2756
- [8] Wu J. Wavelet domain denoising method based on multistage

median filtering [J]. The Journal of China Universities of Posts and Telecommunications, 2013, 20(2): 113-119

[9] Muresan D D, Parks T W. Adaptive principal components and image denoising [C] // Proceedings of the 2003 International Conference on Image Processing, 2003: 101-104

[10] Zhang L, Dong W, Zhang D, et al. Two-stage image denoising by principal component analysis with local pixel grouping [J]. Pattern Recognition, 2010, 43(4): 1531-1549

[11] 祁云平, 马慧芳, 佟雨兵, 等. 基于 PSNR 与 SSIM 联合的图像质量评价模型 [J]. 计算机应用, 2007, 27(2): 503-506

(上接第 183 页)

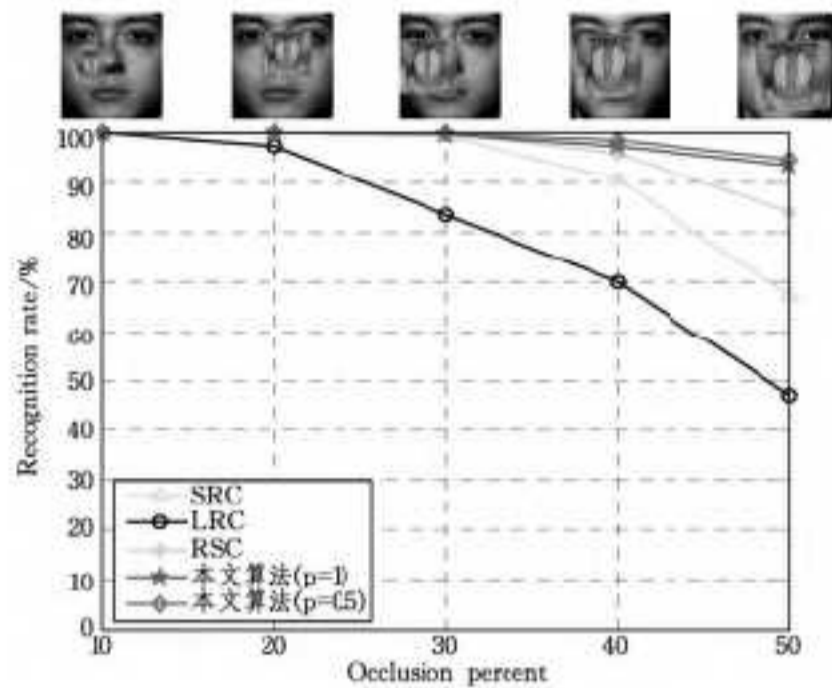


图 9 图片遮挡实验结果

从图 9 中可以看出, 当遮挡面积控制在 40% 之内时, 本文算法与 RSC 取得类似的识别效果; 当遮挡面积为 50% 时, 本文算法的识别率为 93.42%, 比 RSC 约高出 9%。

3.2.4 偏暗图片实验结果

这部分实验选取了 Extended Yale B 中 38 个人、每个人 12 张图像作为测试样本, 人脸图像样本如图 10 所示。这 12 张图像都是在灯光较暗的情况下采集的, 受到比较严重的光照影响, 有的人脸图像眼睛处于阴影处, 有的人脸图像半边脸处于阴影下, 实验结果如表 1 所列。



图 10 不同光照下的人脸样本

表 1 不同光照情况下的人脸识别率

| 算法 | SRC | LRC | RSC | 本文算法 ($p=1$) | 本文算法 ($p=0.5$) |
|--------|------|------|------|-------------------|---------------------|
| 识别率(%) | 82.5 | 89.3 | 84.3 | 92.5 | 93.7 |

这组人脸图像由于光照原因导致部分人脸特征信息丢失, 本文算法对这些图像进行实验, 识别效果仍达到 90% 以上, 从而进一步验证了本文算法对光照影响的鲁棒性。

在 AR 库和 Extended Yale B 库上的实验结果表明, 本文算法在以上所有遮挡情况下的识别率都是最优的。当参数 p 选择 0.5 时, 本文识别效果最佳, 由此可见 ℓ_p 范数比 ℓ_1 范数更接近稀疏解, 采用非凸 ℓ_p ($0 \leq p < 1$) 范数最小化能够获得比凸 ℓ_1 范数更好的效果。

结束语 基于矩阵回归理论, 本文提出一种联合低秩和 ℓ_p 稀疏的矩阵回归模型。该模型采用低秩性约束回归误差, 采用 ℓ_p 范数约束回归系数, 使其接近于最稀疏解, 最后用交替方向法计算模型参数。实验证明, 本文算法具有高的识别率, 能够更好地消除遮挡引起的结构性噪声, 且对光照变化也具有更强的鲁棒性。本文算法虽然在处理图像时比传统的回归方法更快, 但是由于需要进行多次迭代优化, 在实际应用中

处理效率仍需要提高。如何提高本文算法的速度是未来需要进一步研究的问题。

参考文献

- [1] Wright J, Yang A Y, Ganesh A, et al. Robust face recognition via sparse representation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2009, 31(2): 210-227
- [2] Yang J, Zhang L, Xu Y, et al. Beyond sparsity: The role of L1-optimizer in pattern classification [J]. Pattern Recognition, 2012, 45(3): 1104-1118
- [3] Yang M, Zhang D, Yang J. Robust sparse coding for face recognition [C] // 2011 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR). IEEE, 2011: 625-632
- [4] Candès E J, Li X, Ma Y, et al. Robust principal component analysis? [J]. Journal of the ACM (JACM), 2011, 58(3): 11
- [5] Liu G, Lin Z, Yu Y. Robust subspace segmentation by low-rank representation [C] // Proceedings of the 27th International Conference on Machine Learning (ICML-10). 2010: 663-670
- [6] 杨国亮, 谢乃俊, 罗璐, 等. 基于空间约束低秩图的人脸识别 [J]. 计算机科学, 2014, 41(8): 297-300, 326
- [7] Naseem I, Togneri R, Bennamoun M. Linear regression for face recognition [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2010, 32(11): 2106-2112
- [8] Huang S M, Yang J F. Kernel linear regression for low resolution face recognition under variable illumination [C] // 2012 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). IEEE, 2012: 1945-1948
- [9] Yang J, Qian J, Luo L, et al. Nuclear Norm based Matrix Regression with Applications to Face Recognition with Occlusion and Illumination Changes [J]. arXiv preprint arXiv:1405.1207, 2014
- [10] Lin Zhou-chen, Chen Min-ming, Ma Yi, et al. The augmented Lagrange multiplier method for exact recovery of corrupted low-rank matrices [EB/OL]. 2010-09-26. <http://arxiv.org/pdf/1009.5055>
- [11] Yuan X, Yang J. Sparse and low-rank matrix decomposition via alternating direction methods [OL]. <http://math.nju.edu.cn/~jfyang/files/LRSD-09.pdf>
- [12] Lyu Q, Lin Z, She Y, et al. A comparison of typical ℓ_p minimization algorithms [J]. Neurocomputing, 2013, 119: 413-424
- [13] Zuo W, Meng D, Zhang L, et al. A generalized iterated shrinkage algorithm for non-convex sparse coding [C] // Proceedings of the IEEE international conference on computer vision, 2013: 217-224
- [14] Ganesh A, Lin Z, Wright J, et al. Fast algorithms for recovering a corrupted low-rank matrix [C] // 2009 3rd IEEE International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP). IEEE, 2009: 213-216