第 42 卷 第 6A 期
2015 年 6 月
计 算 机 科 学
Computer Science
Vol. 42 No. 6A
June 2015

基于蕴涵算子族 L-λ-Π 的模糊推理三 I 支持算法

双靖宁 惠小静 贺锦瑞
（延安大学数学与计算机科学学院 延安 716000）

摘 要 提出了一类新的蕴涵算子族 L-λ-Π，说明了它是 Łukasiewicz 蕴涵算子、Goguen 蕴涵算子更一般的形式。基于该算子族，给出了模糊推理 FMP 模型、FMT 模型的三 I 支持算法和 α-三 I 支持算法的计算公式，并给予了证明。

关键词 蕴涵算子族 L-λ-Π，模糊推理，三 I 支持算法，α—三 I 支持算法

中图法分类号 O159 **文献标识码** A

Fuzzy Reasoning Triple I Sustaining Method Based on Family of Implication Operator L-λ-Π

SHUANG Jing-ning HUI Xiao-jing HE Jin-rui
(College of Mathematics and Computer Science, Yan'an University, Yan'an 716000, China)

Abstract The new family of implication operator L-λ-Π was given, and that it is a general form on Łukasiewicz implication operator and Goguen implication operator was illustrated. Three methods were discussed and proved based on family of implication operator L-λ-Π, and they are FMP model, FMT model fuzzy reasoning triple I sustaining method and α-triple I sustaining method.

Keywords Family of implication operator L-λ-Π, Fuzzy reasoning, Triple I sustaining method, α- triple I sustaining method

1 引言

1937 年，Zadeh 在文献[1]中首次提出了 Fuzzy 推理中求解 FMP 模型和 FMT 模型的 CRI 算法，其广泛地应用于许多科研领域。事实证明，CRI 算法还存在着许多理论不足。为了改进这些不足，王国俊教授在文献[2]中提出了模糊推理的全蕴涵三 I 算法。在此基础上，文献[3-13]提出了新型三 I 算法、三 I 约束算法、反向三 I 算法、反向三 I 约束算法，并对算法的连续性和逼近性进行了讨论，这些研究所得到的结论进一步丰富和发展了模糊推理的相关理论；而文献[14-18]讨论了几类不同蕴涵算子族的三 I 支持算法及其支持度理论。通过详细阅读以上文献可以发现，对于不同的蕴涵算子，它们所对应的算法及推理结果是不同的，甚至差别很大。因此，提出带参数的蕴涵算子族，将几种蕴涵算子结合成一类蕴涵算子族，以提高模糊推理的可靠性，是目前亟需解决的课题。

本文在上述文献的基础上，构造了一类更广泛的蕴涵算子族 L-λ-Π，即当 $\lambda=0$ 和 1 时，该算子分别对应 R_L 与 $R_Π$ 蕴涵算子；并基于蕴涵算子族 L-λ-Π 分别给出了 FMP 模型和 FMT 模型的三 I 支持算法、α-三 I 支持算法的计算公式并加以论证，从而为几类蕴涵算子三 I 支持算法的一般化求解提供了思路。

2 预备知识

定义 1[7] Łukasiewicz 三角模 $\otimes_L$ 如下：

当 $a,b\in[0,1]$ 时，$a\otimes_L b=(a+b-1)\vee 0$。

与其相应的伴随蕴涵算子为：

$$R_L(a,b)=a\rightarrow_L b=\begin{cases}1, & a\leqslant b\\ 1-a+b, & a>b\end{cases}$$

定义 2[7] Goguen 三角模 $\otimes_Π$ 如下：

当 $a,b\in[0,1]$ 时，$a\otimes_Π b=a\cdot b$。

与其相应的伴随蕴涵算子为：

$$R_Π(a,b)=a\rightarrow_Π b=\begin{cases}1, & a\leqslant b\\ \dfrac{b}{a}, & a>b\end{cases}$$

定义 3（蕴涵算子族 L-λ-Π） 对 $\forall\lambda\in[0,1]$，蕴涵算子族 L-λ-Π 的模糊蕴涵算子 $R(x,y)=x\rightarrow_\lambda y$ 定义如下：

$$x\rightarrow_\lambda y=\begin{cases}1, & x\leqslant y\\ \dfrac{y+(1-\lambda)(1-x)}{1-\lambda+\lambda x}, & x>y\end{cases};x,y\in[0,1]$$

特别地，当 $\lambda=0,1$ 时，分别对应 R_L 与 $R_Π$ 蕴涵算子，所以我们称它为 $R_{L\text{-}\lambda\text{-}Π}$ 蕴涵算子，又称这些蕴涵算子的全体为模糊蕴涵算子族 L-λ-Π。

FMP 模型（FMT 模型）三 I 算法的一般形式如下。

FMP 模型：已知	$A(x)\rightarrow B(y)$	FMT 模型：已知	$A(x)\rightarrow B(y)$
且给定	$A^*(x)$	且给定	$B^*(y)$
求	$B^*(y)$	求	$A^*(x)$

3 FMP 模型的全蕴涵三 I 支持算法

FMP 模型 α-三 I 支持算法的基本思想：

本文受国家自然科学基金（11471007），陕西省自然科学基金（2014JM1020），陕西省高水平大学建设专项资金（2012SXTS07）资助。
双靖宁 女，硕士生，主要研究方向为不确定性推理，E-mail：1264905987@qq.com；惠小静 女，博士，教授，CCF 会员，主要研究方向为不确定性推理；贺锦瑞 女，硕士生，主要研究方向为不确定性推理。

设 X,Y 为非空集合，$F(X),F(Y)$ 分别表示 X,Y 上模糊子集的全体构成的集合，已知 $A(x),A^*(x)\in F(X),B(y)\in F(Y),\alpha\in[0,1]$ 时，寻求最小的模糊集 $B^*(y)\in F(Y)$，使得

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to B^*(y))\geqslant\alpha \tag{1}$$

对一切 $x\in X$ 与 $y\in Y$ 都成立。

特别地，当 $\alpha=1$ 时，式(1)可表示为：

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to B^*(y))=1 \tag{2}$$

基于蕴涵算子族 L-λ-II，首先讨论 $\alpha=1$ 时，FMP 模型的全蕴涵三 I 支持算法，并有如下定理成立。

定理 1(三 I FMP 下确界算法)　设 X,Y 为非空集合，已知 $A(x),A^*(x)\in F(X),B(y)\in F(Y)$，则对 $\forall x\in X,y\in Y$，使得式(2)成立的最小模糊集 $B^*(y)$ 的算法如下：

$$B^*(y)=\sup_{x\in X}\{A^*(x)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]\},y\in Y$$

证明：一方面，任取 $C(y)\in F(Y)$，满足 $C(y)\geqslant B^*(y)$，则 $C(y)$ 使得式(2)成立。事实上，由 $C(y)\geqslant B^*(y)$ 知，$C(y)\geqslant A^*(x)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]$，即可分两种情况进行讨论。

(1)当 $C(y)\geqslant A^*(x)$ 时，则 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to 1\equiv 1$；

(2)当 $C(y)<A^*(x)$ 时，即 $C(y)\geqslant(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)$，则 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to\dfrac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}$。

又由 $C(y)\geqslant(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)$ 知：$R(A(x),B(y))\leqslant\dfrac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}$。所以 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))\equiv 1$，即 $C(y)$ 使得式(2)成立。

另一方面，若 $\exists y_0\in Y$，满足 $D(y_0)<B^*(y_0)$，则 $D(y_0)$ 必不会使得式(2)成立。事实上，由 $D(y_0)<B^*(y_0)$ 可知，$\exists x_0\in X$，使得 $D(y_0)<A^*(x_0)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(R(A(x_0),B(y_0))-1)+A^*(x_0)]$，即 $D(y_0)<A^*(x_0)$ 且 $D(y_0)<(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(R(A(x_0),B(y_0))-1)+A^*(x_0)$，则 $(A(x_0)\to B(y_0))\to(A^*(x_0)\to D(y_0))=R(A(x_0),B(y_0))\to\dfrac{D(y_0)+(1-\lambda)(1-A^*(x_0))}{1-\lambda+\lambda A^*(x_0)}=$

$$\frac{\dfrac{D(y_0)+(1-\lambda)(1-A^*(x_0))}{1-\lambda+\lambda A^*(x_0)}+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}$$

$$<\frac{R(A(x_0),B(y_0))+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}=\frac{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}=1。$$

所以 $(A(x_0)\to B(y_0))\to(A^*(x_0)\to D(y_0))<1$，即 $D(y_0)$ 不能使式(2)成立。

综上所述可知，定理 1 是恒成立的。

例 1：设 $A,A^*\in F(X),B\in F(Y),X=Y=[0,1],A(x)=x,A^*(x)=x,B(y)=0,x\in X,y\in Y$，当 $\lambda=\dfrac{1}{2}$ 时，按 $R_{L\text{-}\lambda\text{-II}}$ 型三 I 算法求 B^*。

解：由 $R_{L\text{-}\lambda\text{-II}}$ 定义知，$R_{L\text{-}\lambda\text{-II}}(A(x),B(y))=\dfrac{B(y)+(1-\lambda)(1-A(x))}{1-\lambda+\lambda A(x)}=\dfrac{1-x}{1+x}$。

又由定理 1 得，$B^*(y)=\sup\limits_{x\in[0,1]}\{A^*(x)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]\}=\sup\limits_{x\in[0,1]}\{x\wedge[(1-\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}x)(\dfrac{1-x}{1+x}-1)+x]\}=\sup\limits_{x\in[0,1]}\{x\wedge 0\}=0$。

注 1：由于当 $B^*(y)=1$ 时，式(2)的最大值为：$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to 1)=1$，所以对于式(2)的 FMP 模型的一般化问题，式(1)应满足的 α 取值范围为 $\alpha\in(0,1]$。则我们可以得到关于 FMP 模型的 α-三 I 支持算法，定理如下。

定理 2(α-三 I FMP 下确界算法)　设 X,Y 为非空集合，已知 $\alpha\in(0,1],A(x),A^*(x)\in F(X),B(y)\in F(Y)$，则对 $\forall x\in X,y\in Y$，使得式(1)成立的最小模糊集 $B^*(y)$ 的算法如下：

$$B^*(y)=\sup_{x\in X}\{A^*(x)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]\wedge[A^*(x)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))-(1-R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))]\},y\in Y$$

证明：一方面，任取 $C(y)\in F(Y)$，满足 $C(y)\geqslant B^*(y)$，则 $C(y)$ 使得式(1)成立。事实上，由 $C(y)\geqslant B^*(y)$ 知，$C(y)\geqslant A^*(x)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]\wedge[A^*(x)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))-(1-R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))]$，即可分两种情况进行讨论。

(1)当 $C(y)\geqslant A^*(x)$ 时，则 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to 1=1\geqslant\alpha$；

(2)当 $C(y)<A^*(x)$ 时，即 $C(y)\geqslant[(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)]\wedge[A^*(x)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x)-(1-R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))]$，则需再分两种情况讨论：

①若 $C(y)\geqslant(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)$，则 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to\dfrac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}$。

又由 $C(y)\geqslant(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)$ 知：$R(A(x),B(y))\leqslant\dfrac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}$。

所以 $(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=1\geqslant\alpha$。

②若 $C(y)<(1-\lambda+\lambda A^*(x))(R(A(x),B(y))-1)+A^*(x)$，即 $C(y)\geqslant A^*(x)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))-(1-R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))$，则

$$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))=R(A(x),B(y))\to\frac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}$$

$$=\frac{\frac{C(y)+(1-\lambda)(1-A^*(x))}{1-\lambda+\lambda A^*(x)}+(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}$$

$$\geqslant\frac{(\alpha-1)(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))+(1-\lambda+\lambda A^*(x))(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))}{(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))}$$

$$=\frac{\alpha(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))}{(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))(1-\lambda+\lambda A^*(x))}=\alpha$$

所以$(A(x)\to B(y))\to(A^*(x)\to C(y))\geqslant\alpha$，即$C(y)$使得式(1)成立。

另一方面，若$\exists y_0\in Y$，满足$D(y_0)<B^*(y_0)$，则$D(y_0)$必不会使得式(2)成立。事实上，由$D(y_0)<B^*(y_0)$可知，$\exists x_0\in X$，使得$D(y_0)<A^*(x_0)\wedge[(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(R(A(x_0),B(y_0))-1)+A^*(x_0)]\wedge[A^*(x_0)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))-(1-R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))]$，即$D(y_0)<A^*(x_0)$且$D(y_0)<(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(R(A(x_0),B(y_0))-1)+A^*(x_0)$且$D(y_0)<A^*(x_0)-(1-\alpha)(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))-(1-R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))$，则

$$(A(x_0)\to B(y_0))\to(A^*(x_0)\to D(y_0))=R(A(x_0),B(y_0))\to\frac{D(y_0)+(1-\lambda)(1-A^*(x_0))}{1-\lambda+\lambda A^*(x_0)}$$

$$=\frac{\frac{D(y_0)+(1-\lambda)(1-A^*(x_0))}{1-\lambda+\lambda A^*(x_0)}+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}$$

$$=\frac{D(y_0)+(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))+1-R(A(x_0),B(y_0))-A^*(x_0)}{(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))}$$

$$<\frac{(\alpha-1)(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))+(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))}{(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))}$$

$$=\frac{\alpha(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))}{(1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)))(1-\lambda+\lambda A^*(x_0))}=\alpha$$

所以$(A(x_0)\to B(y_0))\to(A^*(x_0)\to D(y_0))<\alpha$，即$D(y_0)$不会使式(2)成立。

综上所述可知，定理2是恒成立的。

4 FMT模型的全蕴涵α-三I支持算法

FMT模型α-三I支持算法的基本思想：

设X,Y为非空集合，$F(X),F(Y)$分别表示X,Y上模糊子集的全体构成的集合，已知$A(x)\in F(X),B(y),B^*(y)\in F(Y),\alpha\in[0,1]$时，寻求最大的模糊集$A^*(x)\in F(X)$，使得式(1)对一切$x\in X$与$y\in Y$都成立。

基于蕴涵算子族L-λ-Ⅱ，当$\alpha=1$时，FMT模型的全蕴涵三I支持算法如下。

定理3(三I FMT上确界算法) 设X,Y为非空集合，已知$A(x)\in F(X),B(y),B^*(y)\in F(Y)$，则对$\forall x\in X,y\in Y$，使得式(2)成立的最大模糊集$A^*(x)$的算法如下：

$$A^*(x)=\inf_{y\in Y}\{B^*(y)\vee[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]\},$$
$x\in X$

证明：一方面，任取$C(x)\in F(X)$，满足$C(x)\leqslant A^*(x)$，则$C(x)$使得式(2)成立。事实上，对$\forall x\in X$，由$C(x)\leqslant A^*(x)$知，$C(x)\leqslant B^*(y)\vee[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]$，则分两种进行情况讨论。

(1)当$C(x)\leqslant B^*(y)$时，则$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))=R(A(x),B(y))\to 1\equiv 1$。

(2)当$C(x)>B^*(y)$时，即$C(x)\leqslant\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1$，则$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))=R(A(x),B(y))\to\frac{B^*(y)+(1-\lambda)(1-C(x))}{1-\lambda+\lambda C(x)}$。

又由$C(x)\leqslant\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1$知，$R(A(x),B(y))\leqslant\frac{B^*(y)+(1-\lambda)(1-C(x))}{1-\lambda+\lambda C(x)}$

所以$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))\equiv 1$，即$C(x)$使得式(2)成立。

另一方面，若$\exists x_0\in X$，满足$D(x_0)>A^*(x_0)$，则$D(x_0)$不会使得式(2)成立。事实上，由$D(x_0)>A^*(x_0)$知，$\exists y_0\in Y$，使得$D(x_0)>B^*(y_0)\vee[\frac{B^*(y_0)-R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}+1]$，即$D(x_0)>B^*(y_0)$且$D(x_0)>\frac{B^*(y_0)-R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}+1$，则$(A(x_0)\to B(y_0))\to(D(x_0)\to B^*(y_0))=R(A(x_0),B(y_0))\to\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)(1-D(x_0))}{1-\lambda+\lambda D(x_0))}=$

$$\frac{\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)(1-D(x_0))}{1-\lambda+\lambda D(x_0)}+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}$$

$$<\frac{R(A(x_0),B(y_0))+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}$$

$$=\frac{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}=1$$

所以$(A(x_0)\to B(y_0))\to(D(x_0)\to B^*(y_0))<1$，即$D(x_0)$不会使得式(2)成立。

由此可知定理3恒成立。

例2：设$A\in F(X),B,B^*\in F(Y),X=Y=[0,1],A(x)=1,B(y)=\frac{y+1}{3},B^*(y)=\frac{y+1}{3},x\in X,y\in Y$，当$\lambda=\frac{5}{9}$时，按$R_{L\text{-}\lambda\text{-}Ⅱ}$型三I算法求$A^*$。

解：由$R_{L\text{-}\lambda\text{-}Ⅱ}$定义知，$R_{L\text{-}\lambda\text{-}Ⅱ}(A(x),B(y))=\frac{B(y)+(1-\lambda)(1-A(x))}{1-\lambda+\lambda A(x)}=\frac{y+1}{3}$；

又由定理3可知，$A^*(x)=\inf\limits_{y\in[0,1]}\{B^*(y)\vee[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]\}=\inf\limits_{y\in[0,1]}\{\frac{y+1}{3}\vee 1\}=1$。

注2：当$A^*(x)=0$时，式(2)的最大值为：$(A(x)\to B(y))\to(0\to B^*(y))=1$，所以对于式(2)的FMT模型的一般化问题，式(1)应满足的α的取值范围为$\alpha\in(0,1]$，即可以推出关于FMT模型的α-三I支持算法。

定理4(α-三I FMT上确界算法)　设X,Y为非空集合，已知$A(x)\in F(X),B(y),B^*(y)\in F(Y),\alpha\in(0,1]$，则对$\forall x\in X,y\in Y$，使得式(1)成立的最大模糊集$A^*(x)$的算法如下：

$$A^*(x)=\inf_{y\in Y}\{B^*(y)\vee[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]\vee \frac{B^*(y)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x),B(y))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x),B(y))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}\},x\in X$$

证明：一方面，任取$C(x)\in F(X)$，满足$C(x)\leqslant A^*(x)$，则$C(x)$使式(1)成立。事实上，对$\forall x\in X$，由$C(x)\leqslant A^*(x)$知，

$$C(x)\leqslant B^*(y)\vee[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]\vee \frac{B^*(y)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x),B(y))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x),B(y))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}$$

则分情况进行讨论：

(1)当$C(x)\leqslant B^*(y)$时，则$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))=R(A(x),B(y))\to 1=1\geqslant\alpha$。

(2)当$C(x)>B^*(y)$时，即

$$C(x)\leqslant[\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1]\vee\frac{B^*(y)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x),B(y))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x),B(y))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}$$

，则需再分两种情况进行讨论：

①若$C(x)\leqslant\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1$，则

$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))=R(A(x),B(y))\to\frac{B^*(y)+(1-\lambda)(1-C(x))}{1-\lambda+\lambda C(x)}=1\geqslant\alpha$

②若$C(x)>\frac{B^*(y)-R(A(x),B(y))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}+1$，即

$$C(x)\leqslant\frac{B^*(y)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x),B(y))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x),B(y))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))},$$

则

$$\begin{aligned}&(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))\\&=R(A(x),B(y))\to\frac{B^*(y)+(1-\lambda)(1-C(x))}{1-\lambda+\lambda C(x)}=\\&\frac{\frac{B^*(y)+(1-\lambda)(1-C(x))}{1-\lambda+\lambda C(x)}+(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}\\&=\frac{\frac{B^*(y)-C(x)}{1-\lambda+\lambda C(x)}+1+(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}\end{aligned}$$

又由于$\frac{B^*(y)-C(x)}{1-\lambda+\lambda C(x)}\geqslant\alpha R(A(x),B(y))-(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))-1$，所以上式

$$\begin{aligned}&(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))\\&\geqslant\frac{\alpha R(A(x),B(y))-(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))-1+1+(1-\lambda)(1-R(A(x),B(y)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}\\&=\frac{\alpha(1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x),B(y))}=\alpha\end{aligned}$$

所以$(A(x)\to B(y))\to(C(x)\to B^*(y))\geqslant\alpha$，即$C(x)$使得式(1)成立。

另一方面，若$\exists x_0\in X$，满足$D(x_0)>A^*(x_0)$，则$D(x_0)$不会使式(1)成立。事实上，由$D(x_0)>A^*(x_0)$知，$\exists y_0\in Y$，使

$$D(x_0)>B^*(y_0)\vee[\frac{B^*(y_0)-R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}+1]\vee\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x_0),B(y_0))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x_0),B(y_0))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}$$

即$D(x_0)>B^*(y_0)$且$D(x_0)>\frac{B^*(y_0)-R(A(x_0),B(y_0))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}+1$且

$$D(x_0)>\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)[1-\alpha R(A(x_0),B(y_0))+(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))]}{1-\lambda+\alpha\lambda R(A(x_0),B(y_0))-\lambda(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}$$

则

$$\begin{aligned}&(A(x_0)\to B(y_0))\to(D(x_0)\to B^*(y_0))=R(A(x_0),B(y_0))\to\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)(1-D(x_0))}{1-\lambda+\lambda D(x_0))}\\&=\frac{\frac{B^*(y_0)+(1-\lambda)(1-D(x_0))}{1-\lambda+\lambda D(x_0)}+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)}\end{aligned}$$

$$=\frac{\frac{B^*(y_0)-D(x_0)}{1-\lambda+\lambda D(x_0)}+1+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0)}$$

$$<\frac{\alpha R(A(x_0),B(y_0))-(1-\alpha)(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))-1+1+(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}$$

$$=\frac{\alpha R(A(x_0),B(y_0))+\alpha(1-\lambda)(1-R(A(x_0),B(y_0)))}{1-\lambda+\lambda R(A(x_0),B(y_0))}=\alpha$$

所以 $(A(x_0)\to B(y_0))\to(D(x_0)\to B^*(y_0))<\alpha$，即 $D(x_0)$ 不能使式(1)成立。

综上所述可知，定理 4 是恒成立的。

结束语 本文提出了新的蕴涵算子族 L-λ-Ⅱ，并基于该蕴涵算子族讨论了 FMP 模型和 FMT 模型的三 I 支持算法、α-三 I 支持算法。所得到的结论进一步丰富和发展了全蕴涵三 I 算法的相关理论。如何给出常用的 R_0、Gödel、Łukasiewicz、Goguen 等蕴涵算子三 I 算法的更一般形式，笔者将另文讨论。

参 考 文 献

[1] Zadeh L A. Outline of new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1973, 3(1): 28-33

[2] 王国俊. 模糊推理的全蕴涵三 I 算法[J]. 中国科学(E 辑), 1999, 29(1): 43-53

[3] 王国俊. 模糊推理的一个新方法[J]. 模糊系统与数学, 1999, 13(3): 1-9

[4] 徐蔚鸿，谢中科，杨静宇，等. 两类模糊推理算法的连续性和逼近性[J]. 软件学报, 2004, 15(10): 1485-1492

[5] 王国俊，宋庆燕. 一种新型的三 I 算法及其逻辑基础[J]. 自然科学进展, 2003, 13(6): 575-581

[6] 裴道武. FMT 问题的两种三 I 算法及其还原性[J]. 模糊系统与数学, 2001, 15(4): 1-6

[7] 王国俊. 数理逻辑引论与归结原理[M]. 北京：科学出版社, 2006

[8] 王国俊. 非经典数理逻辑与近似推理[M]. 北京：科学出版社, 2008

[9] 裴道武. 模糊推理全蕴涵算法及其还原性[J]. 数学研究与评论, 2004, 24(2): 359-368

[10] 宋士吉，吴澄. 模糊推理的反向三 I 算法[J]. 中国科学(E 辑), 2002, 32(2): 230-246

[11] 宋士吉，吴澄. 模糊推理的反向三 I 约束算法[J]. 自然科学进展, 2002, 12(1): 95-100

[12] 彭家寅，侯建，李洪兴. 基于某些常见蕴涵算子的反向三 I 算法[J]. 自然科学进展, 2005, 15(4): 404-410

[13] 彭家寅. 基于某些常见蕴涵算子的模糊推理全蕴涵三 I 约束算法[J]. 自然科学进展, 2005, 15(5): 539-546

[14] 张兴芳，孟广武. 蕴涵算子族及其应用[J]. 计算机学报, 2007, 30(3): 448-453

[15] 张森，李成允，张兴芳. 正则蕴涵算子族 $G-\lambda-R_0$ 及其三 I 支持算法[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(22): 29-31

[16] 支晓斌，范九伦. 一个新的蕴涵算子族[J]. 模糊系统与数学, 2010, 24(4): 12-18

[17] 张森，张兴芳. 一类蕴涵算子下的支持度及 α—三 I 算法[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(1): 43-45

[18] 彭家寅. 基于蕴涵算子族 $H_{(p,\lambda)}$ 的三 I 算法模糊系统[J]. 计算机工程与应用, 2013, 49(1): 53-58

(上接第 4 页)

及预测的当前冲突率选择乐观/悲观冲突消解策略。DDCC 算法使得数据库在不同事务率的情况下并发控制效果都较好。通过实验对比发现，DDCC 算法的性能要优于经典两阶加锁并发控制 S2PL 算法和 HCC 算法。DDCC 算法能够在系统较闲、事务较少时快速响应，迅速处理完事务，而在系统较忙、冲突较高时，在确保事务等待时间较短的情况下保证事务正确有序地执行，尽量避免了事务的中断重启。

参 考 文 献

[1] Graefe G, Halim F, Idreos S, et al. Concurrency control for adaptive indexing[J]. Proceedings of the VLDB Endowment, 2012, 5(7): 656-667

[2] Nystrom D, Nolin M, Tesanovic A, et al. Pessimistic concurrency control and versioning to support database pointers in real-time databases[C] // 16th Euromicro Conference on Real-Time Systems, 2004(ECRTS 2004). IEEE, 2004: 261-270

[3] Mao Q, Wang J, Zhan Y. The optimistic locking concurrency controlling algorithm based on relative position and its application in real-time collaborative editing system[C] // The 8th International Conference on Computer Supported Cooperative Work in Design, 2004. IEEE, 2004, 1: 99-105

[4] Makni A, Bouaziz R, Gargouri F. Formal verification of an optimistic concurrency control algorithm using SPIN[C] // Thirteenth International Symposium on Temporal Representation and Reasoning, 2006(TIME 2006). IEEE, 2006: 160-167

[5] Aydonat U, Abdelrahman T S. Relaxed concurrency control in software transactional memory[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2012, 23(7): 1312-1325

[6] Sheikhan M, Rohani M, Ahmadluei S. A neural-based concurrency control algorithm for database systems[J]. Neural Computing and Applications, 2013, 22(1): 161-174

[7] Sheikhan M, Ahmadluei S. An intelligent hybrid optimistic/pessimistic concurrency control algorithm for centralized database systems using modified GSA-optimized ART neural model[J]. Neural Computing andApplications, 2013, 23(6): 1815-1829

[8] 彭林，谢伦国，张小强. 采用向量时钟的软件事务存储算法[J]. 计算机科学, 2010, 37(5): 282-286

[9] Jea K F, Chen S Y. A high concurrency XPath-based locking protocol for XML databases[J]. Information and Software Technology, 2006, 48(8): 708-716

[10] Pleshachkov P O, Kuznetsov S D. Transaction management in RDBMSs with XML support[J]. Programming and Computer Software, 2006, 32(5): 243-254