

面向高精度 AOA 定位的布站优化算法

丁磊^{1,2} 任潞¹ 侯轩¹ 张东坡² 朱丽娜¹

1 西安电子科技大学通信工程学院 西安 710071

2 中国电子科技集团公司第三十六研究所 浙江 嘉兴 314033

(690061251@qq.com)

摘要 针对测向站选址优化部署方案迭代效率低、易陷入局部收敛的问题,文中总结了站点布局对系统定位性能的影响规律,基于最优化理论的基本思想进行了 AOA 定位优化布局的问题描述和模型建立,并综合考虑了实际定位场景测向站通信网络连通性和系统有效性等约束因素,利用几何精度因子值搭配惩罚函数来当作优化问题的目标函数,采用改进的粒子群算法对优化问题进行求解,最后根据所提算法进行了仿真,从理论和仿真等多方面证明了该算法的有效性。

关键词: 无源定位;粒子群;布站优化

中图分类号 TN957

Station Deployment Optimization Algorithm for High-precision AOA Positioning

DING Lei^{1,2}, REN Lu¹, HOU Xuan¹, ZHANG Dongpo² and ZHU Li'na¹

1 School of Telecommunication Engineering, Xidian University, Xi'an 710071, China

2 The 36 Research Laboratory of China Electronics Technology Group, Jiaxing, Zhejiang 314033, China

Abstract Aiming at the problems of low iteration efficiency and easy local convergence of the optimized deployment scheme for location of direction-finding station, this paper summarizes the impact of site layout on system positioning performance. Subsequently, based on optimization theory, the paper describes and establishes an AOA positioning optimization layout model, considering constraint factors such as communication network connectivity and system effectiveness in real-world positioning scenarios. By utilizing geometric precision factor values and penalty functions as objective functions for the optimization problem, an improved particle swarm optimization algorithm is employed to solve it. Finally, through theoretical analysis and simulations, this algorithm's effectiveness is demonstrated.

Keywords Passive positioning, Particle swarm, Station optimization

随着电磁环境的日趋复杂,目标辐射源准确定位的重要性愈加显著。无源定位技术因隐蔽性好、抗干扰能力强等优势逐渐成为研究热点。在实际错综复杂的环境下,信号的角度信息相较于时间差、辐射强度等更为稳定可靠,使得基于到达角(Angel of Arrival, AOA)的定位在众多方法中脱颖而出^[1]。在获取辐射源目标所处的模糊区域以后,可通过调整测向站的位置来形成对特定目标的最优布局。基于此,本文从交叉定位的基本工作原理出发,基于高检测率的 AOA 定位方法,主要探讨分析测向站的最优布局,以达到提高系统定位性能的目的。

在定位的仿生智能优化算法方面,现已有大量进展。Yan 等^[2]通过对 AOA 定位圆概率误差的推导,从理论上分析了测向站和目标相对位置对误差的影响,提供了一些特殊情况下的最优布站方案。文献[3]对双站测向交叉定位的精度进行了研究,提出了双站单目标定位的最优布局,即将目标位于基线的垂直平分线上。Wang^[4]在测向站数量一定的情况下,针对常见的三角形、星形、正方形等布局形式进行仿真分析,在不考虑因素干扰的前提下得出整体性能较好的是星

形的布站形式。Li 等^[5]提出了一种基于多智能体强化学习的优化方法,该方法通过将问题目标函数分解为智能体价值函数来学习协作优化布站形式。Hu 等^[6]提出了一种利用蜉蝣优化算法寻找机载测向站无源定位最优站点的方法,该方法不易陷入局部最优,可有效降低区域目标的定位误差。文献[7]分析了多站无源时差系统中的布站优化问题,并提出了基于遗传算法(Genetic Algorithm, GA)的站点优选方法,该方法能够有效提高定位精度,但操作起来较为复杂,需要处理繁琐的基因编码问题。Chen 等^[8]基于无源时差定位方法分析给出了最优布站方案,在计算过程中将测向站可部署区域离散化,并利用 GA 算法求解目标问题,在很大程度上提高了运算效率。Wang 等^[9]通过数学描述推导出雷达定位的布局优化问题,探索了优化理论和粒子群优化(Particle Swarm Optimization, PSO)在该优化问题中的应用,该研究为定位布局优化领域的应用提供了一定的参考。Annepu 等^[10]针对传统差分进化算法(Differential Evolution, DE)容易陷入局部最优的问题,提出了一种自适应变异因子交叉概率的差分进化算法来提高其收敛速度,以更好地探索和利用全局最优解。

基金项目:国家自然科学基金(62371381)

This work was supported by the National Natural Science Foundation of China(62371381).

通信作者:任潞(1075676947@qq.com)

Yue 等^[11]以用于移动定位的 TDOA/DOA 混合定位算法为研究对象,首先通过最大似然法得到定位的估计函数,再采用 PSO 算法求解布站的最优位置。

如上文所述,经过多年的研究,从开始的特殊几何位置布局到针对不同目标区域实现自适应布局,尤其是各种智能优化算法的发展更是提供了不少解决思路。但目前的各种布站优化算法对多站 AOA 定位优化模型的研究较少,更多的是混合无源定位场景,且大多算法的迭代效率不高,容易陷入局部收敛等。

针对以上问题,本文基于最优化理论思想:

1)建立了 AOA 定位优化布局模型,结合实际定位场景提出了通信网络连通性和系统有效性等相应约束指标。

2)利用几何精度因子搭配惩罚函数来当作优化问题的目标函数,并设置决策变量的约束条件。

3)采用改进的粒子群算法对优化问题进行求解,提高了计算速度和迭代效率,最后通过仿真从多方面证明了该算法的有效性。

1 多站定位布局影响分析

1.1 重要指标 GDOP

几何精度因子(Geometric Dilution Precision, GDOP)是无源定位系统中常用来评估算法定位性能的重要指标,主要原因是高精度定位系统中观测站与目标的相对位置会对定位精度产生影响^[12]。将某个固定区域的定位误差使用 GDOP 以等高线的方式表现出来,就可以看到不同观测站的布置对系统性能的影响,如图 1 所示。图 1 中红色圆圈分别代表观测站所处位置,结合等高线的分布情况可以明显看出,测向站的分布对系统精度是有影响的, GDOP 等高线是对称的,距离一定时精度较高的位置出现在基线的垂直平分线上,在观测站的周围集中出现了误差较大的区域。

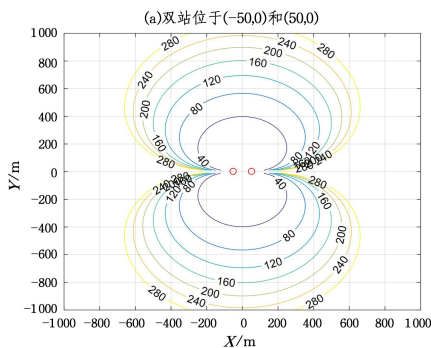


图 1 GDOP 等高线示意图(电子版为彩图)

Fig. 1 Schematic diagram of GDOP contour lines

如上文所述, GDOP 的评价标准是 AOA 定位系统中选择观测站位置的重要依据,被广泛用于无源定位系统,通常情况下其数值大小和系统的定位精度成反比。

1.2 多站定位 GDOP 推导

GDOP 的表达式如式(1)所示:

$$GDOP = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} \quad (1)$$

其中, σ_x 表示系统在 X 轴方向的误差, σ_y 为 Y 轴方向的定位误差。

本节将结合 AOA 定位的基本原理来推导多站 AOA 定位的 GDOP 求解,结合相关类型的文章可以发现,当观测站

位置确定时,定位误差最小位置不会随着测向误差的变化而变化^[13]。此外,在实验仿真中我们所有测向站测向误差都满足相同的高斯分布,因此,为了简化推导难度,将基本的 GDOP 表达式修改为:

$$GDOP = \frac{\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}}{\sigma} \quad (2)$$

其中, σ_x 表示系统在 X 轴方向的误差, σ_y 为 Y 轴方向的定位误差, σ 表示所有测向站共有的测向误差的方差。

为了确定目标的位置, AOA 定位系统中需要测量目标相对于测向站的方位角,具体表示为:

$$\tan \theta_i = \frac{y_T - y_i}{x_T - x_i} \quad (3)$$

其中, θ_i 为第 i 个观测站的探测方位角, $X = (x_T, y_T)$ 为目标坐标位置, (x_i, y_i) 为观测站坐标位置。假设有 n 个观测站,则转化为矩阵形式为:

$$\theta(X) = \begin{bmatrix} \arctan \frac{y_T - y_1}{x_T - x_1} \\ \arctan \frac{y_T - y_2}{x_T - x_2} \\ \dots \\ \arctan \frac{y_T - y_n}{x_T - x_n} \end{bmatrix} \quad (4)$$

在向量的分析中,雅可比矩阵体现出了一个可微方程与给出点的最优线性逼近,该矩阵由方程的一阶偏导数排列而成。因此, AOA 定位系统的雅可比矩阵如下:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{-y_T + y_1}{r_1^2} & \frac{x_T - x_1}{r_1^2} \\ \frac{-y_T + y_2}{r_2^2} & \frac{x_T - x_2}{r_2^2} \\ \dots & \dots \\ \frac{-y_T + y_n}{r_n^2} & \frac{x_T - x_n}{r_n^2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, $r_i^2 = (x_T - x_i)^2 + (y_T - y_i)^2$, 表示观测站到目标距离的平方,令 $dX = [dx_T, dy_T]$, 运用伪逆法可求得系统的定位误差为:

$$dX = (J^T J)^{-1} J^T dV \quad (6)$$

其中, dV 为测向角误差矩阵,令 $H = (J^T J)^{-1} J^T$, 则定位误差的协方差矩阵表示为:

$$P = H \text{cov}(dV) H^T \quad (7)$$

$$\text{cov}(dV) = E(dV^T dV) = \sigma^2 I$$

其中, I 为单位矩阵, tr 为矩阵的秩, 由于 $\sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2} = \sqrt{\text{tr}(P)}$, 结合式(1)可得:

$$GDOP = \frac{\sqrt{\text{tr}(P)}}{\sigma} = \sqrt{\text{tr}(H H^T)} = \sqrt{\text{tr}(J^T J)^{-1}} \quad (8)$$

根据式(5)可得:

$$J^T J = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \theta_i}{r_i^2} & -\sum_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i}{r_i^2} \\ -\sum_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i}{r_i^2} & \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \theta_i}{r_i^2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

矩阵的行列式为:

$$\begin{aligned} |J^T J| &= \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \theta_i}{r_i^2} \cdot \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \theta_i}{r_i^2} - \left(\sum_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i}{r_i^2} \right)^2 \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{r_j^2} \sin^2(\theta_j - \theta_i) \end{aligned} \quad (10)$$

因此, $J^T J$ 的逆矩阵为:

$$(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{r_j^2} \sin^2(\theta_j - \theta_i)} \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n \frac{\cos^2 \theta_i}{r_i^2} & \sum_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i}{r_i^2} \\ \sum_{i=1}^n \frac{\sin \theta_i \cos \theta_i}{r_i^2} & \sum_{i=1}^n \frac{\sin^2 \theta_i}{r_i^2} \end{bmatrix} \quad (11)$$

最后,结合式(8)和式(11)可得 GDOP 的求解式如下:

$$GDOP = \sqrt{\text{tr}(\mathbf{J}^T \mathbf{J})^{-1}} = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{r_i^2}}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{1}{r_i^2} \frac{1}{r_j^2} \sin^2(\theta_j - \theta_i)}} \quad (12)$$

由式(12)可知, AOA 定位系统的 GDOP 值不仅会受到观测站数量及与目标相对方位角的影响,而且还会受到观测站与目标间距离的影响。

2 模型构建及优化算法

传统的局限于特殊形状优化方式的布站选择不具备广泛的适用性。此外,在实际的定位场景中,静态目标辐射源所处的模糊区域是可估计的,而且己方观测站的布设区域也可能是受限的。基于以上多种客观条件,可以把最佳布站问题转化为有约束的最优化问题^[14]。

本小节计划将定位布局模型定义在这样的一个场景下,即利用观测测向站构成一个连通的网络,并覆盖所有的辐射源目标或者整个定位模糊区域,通过汇总各个平台的测向信息来实现无源定位。

在一个任务面积为 $L \times Lm^2$ 的正方形区域内,存在一组辐射源目标,记为 $T = \{T_1, T_2, \dots, T_m\}$,其中 m 表示目标的数量,还有一组测向站记为 $S = \{S_1, S_2, \dots, S_n\}$, n 为测向站的数量。本节对整体的定位场景进行综合分析以后,为保证系统的定位性能,提出了多观测站部署的两个重要指标:测向站网络的连通性、测向定位系统的有效性。在保证达成这两个指标的基础上,以降低整个定位系统的定位误差为最终目标来寻求观测站的最佳部署位置,实现对固定目标或者固定区域的无源定位。

基于以上分析,对观测站部署的两个重要约束因素进行讨论。

1) 测向站网络连通性

为保证测向站之间的确定性通信,各观测站必须构成一个连通的网络。当两个站点之间的通信信号能够到达时,称这两个节点连通,且在整个连通的网络中所有节点都可到达。即对于一个测向站网络, $G = (V, E)$, 其中任取两个节点 $V_i, V_j \in V$, 存在单跳或多跳的路径连接 V_i 与 V_j , 能够保证测向数据能够在该通信网络中有效地进行传输,则认为 V_i 与 V_j 是连通的,若该测向站网络中任意两点间皆连通,则 G 是连通网络。

2) 测向系统的有效性

在 AOA 无源定位中,为保证系统的定位性能,每个辐射源目标都得至少被两个观测站覆盖。在非理想的环境下,如果出现观测站的信息丢失更是需要目标尽可能地被多个测向站覆盖,以此来提高整个系统的鲁棒性。可以假定观测站的覆盖模型为布尔模型,在此模型中将测向站与目标辐射源节

点之间的连接性关系设为布尔变量,其数学关系式描述如下:

$$f(d(T_i, S_j)) = \begin{cases} 1, & d(T_i, S_j) \leq R_d \\ 0, & d(T_i, S_j) > R_d \end{cases} \quad (13)$$

其中, $d(T_i, S_j)$ 表示测向站与目标辐射源间的欧氏距离, R_d 表示测向站的侦测半径。

为了尽可能地增大测向定位系统的鲁棒性,需要每个观测站能够在有限条件下最大化地覆盖目标,因此对每个观测站 S_i 来说,可以将其能够探测的目标集合定义为 $S_i T \subseteq T$, 其中 $i = 1, 2, \dots, n$, 该集合内包含所有 $f(d(T_i, S_j)) = 1$ 的目标节点,进一步可定义集合内节点的数量为 $N(S_i T)$, 因此所有测向站覆盖的目标数量的总和可定义为式(14),当然该数量会包含重复点的计算。

$$SN = \sum_{i=1}^n N(S_i T) \quad (14)$$

结合式(14)可知,该指标是由所有测向站来共同决定的,因此,在测向站数量一定的情况下,应当优化测向站的部署来尽量使得该指标最大。

综上所述,该优化问题的目标函数可以定位为:

$$f(X) = \min_{s \in D} \frac{\sum GDOP(s)}{N} \quad (15)$$

其中, $X = [x_1, y_1, \dots, x_n, y_n]$ 表示目标函数的决策变量,为各观测站的位置坐标, D 为目标所在固定区域, s 代表定位模糊区域的离散点集, N 则表示离散点的数量。

在确定了目标函数以后,根据之前的场景设置和指标分析为式(15)设置相应的约束条件。一般情况下,自身观测站在部署前都会存在一个区域的限制,该区域规定了测向站的移动范围,可将其设置为:

$$\begin{cases} a \leq x_i \leq b \\ c \leq y_i \leq d \end{cases} \quad (16)$$

其中, a, b, c, d 4 个值构成了矩形的 4 条边。在区域限制的基础上,还要满足之前提到的通信网络的连通性和测向系统的有效性,即要求测向节点之间构成连通图,每个目标至少被两个测向站覆盖,将其转化成如下数学模型:

$$H = \begin{cases} G = (V, E) \text{ 是连通图} \\ F(T_i) \geq 2, \quad \forall i \in m \end{cases} \quad (17)$$

其中, $F(T_i)$ 表示第 i 个目标被几个测向站覆盖, m 是辐射源目标的数量。至此,多站定位优化模型已建立完毕,以式(15)为目标函数,联合式(16)及式(17)作为决策变量的约束条件。

3 基于改进粒子群算法的布站优化

目前存在很多方法可以对上述优化模型进行求解,包括一些智能优化算法^[15],其中粒子群算法的计算速度较快、迭代效率高,也有较强的全局搜索能力,非常契合本次的优化问题。本节引入其中的 Circle 映射来完成初始化种群粒子的操作,以便获取更为均匀的初始种群,进而有效提高算法的收敛速度,又借用高斯函数的思想来重新设置惯性因子的大小,有效平衡了原始算法在迭代时存在的缺陷。

粒子群优化算法是一种基于群体智能的仿生优化算法,该算法因其流程简单及计算复杂度较低的特点在近年的优化问题中被广泛使用。其主要思想是受到鸟类集群觅食行为的启发,鸟群通过在集体之间共享自己的信息来协助群体找到最优的食物所在地^[16]。简单来说就是鸟群在寻找食物和躲

避天敌时做出的行为与优化问题的求解极为类似,小鸟在飞行的过程中会根据自己的经验和群体中其他小鸟分享的信息来调整飞行方向以及速度。在整个搜寻食物的过程中,每只小鸟都记住自己曾经找到食物最多的位置,在完成信息共享以后整个族群就会知道食物最多的地方,那么下次小鸟在探寻的过程中会根据自身飞行惯性和两个最大值来实时调整飞行方向,在一定时间的搜寻以后即可找到森林中食物最多的位置。

而对于粒子群来说,可以将每一个粒子都比作小鸟,其包含了自身的位置以及速度两个属性,也是算法能成功实现的关键要素,位置属性表示所求问题过程中的一个决策变量,速度属性则代表了粒子在下次更新时移动的距离和方向^[17]。如图 2 所示,粒子在速度更新时会受到 3 个因素的影响,包括自身惯性速度、个体认知部分以及社会认知部分。自身惯性部分由惯性因子和上一时刻速度所组成,描述的是该粒子对自身运动状态的信任;个体认知部分是粒子在之前的寻找中对自身历史最优解的思考,是粒子自身位置与粒子历史最优位置间的方向;社会认知部分则表示群体之间的合作与信息共享,是粒子目前位置与种群最优位置的方向。将目标函数作为当前粒子行为的评价标准,粒子之间根据自身历史的经验数据结合群体内其他粒子的经验值来确定自己下一刻的行为,粒子之间不断的学习调整,使得群体最终逐渐趋于最优解^[18]。鸟类觅食行为与粒子群算法原理对应如表 1 所列。



图 2 粒子移动方向更新示意图

Fig. 2 Schematic diagram of particle movement direction update

表 1 鸟类觅食行为与粒子群算法原理对应

Table 1 Foraging behavior of birds corresponds to the principle of

particle swarm optimization algorithm

鸟群觅食	粒子群算法
鸟	粒子
森林	解空间
食物数量	适应度函数
鸟所在位置	空间的一个解
食物最多位置	全局最优解

1)粒子的设置

本节中优化问题的粒子搜寻空间为测向站限制布设区域的二维坐标,假设存在数量为 N 的测向平台,每个观测站在任务区域的二维坐标为 $s_i = (x_i, y_i)$,所有测向站位置坐标构成一个粒子,其表达式如下:

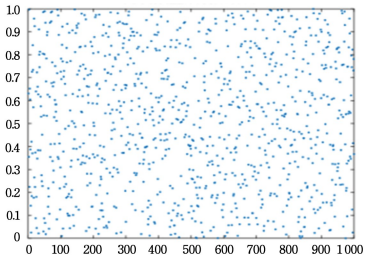
$$X_k = [(x_1, y_1), (x_2, y_2), \cdots, (x_N, y_N)] \tag{18}$$

其中, $k=1, 2, \cdots, K$, K 为算法中设置的粒子总数。

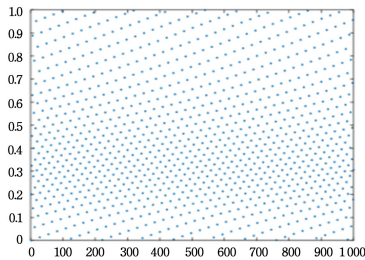
传统的粒子群算法在初始时刻采用随机播撒的方式在解空间取点,这样随机的方式可能会使得粒子出现聚集的情况,造成种群初期的搜索能力较弱,减缓整体的收敛速度,如图 3 所示。而混沌运动会使得系统呈现出随机性、遍历性等特点,在某个范围内无重复地展现所有转态,非常契合粒子群初始化的要求^[19],因此引入 Circle 映射来完成初始化种群粒子的操作,以便获取更为均匀的初始种群,进而有效提高算法的

收敛速度。其表达式如下:

$$X_{i+1} = \text{mod}\left(X_i + 0.2 - \left(\frac{0.5}{2\pi}\right)\sin(2\pi X_i), 1\right) \tag{19}$$



(a)随机数生成初始种群



(b)Circle 映射生成的初始种群

图 3 不同方法生成初始种群的对比图

Fig. 3 Comparison chart of the initial populations generated by different methods

2)粒子群适应度函数

适应度函数的值用来评估当前粒子对于目标函数的好坏,因此来评定该粒子所代表的解是否为最优解。在定位优化问题中,结合前面指标的分析,将式(15)表示的 GDOP 均值作为适应度函数。由于之前的适应度函数是取最小值,对其惩罚无法确定添加多少增量,因此可以将原函数求倒数,转而取倒数的最大值,此时适应度函数可以直接设置为负数来进行惩罚。其具体表达式如下:

$$Fit = \begin{cases} \frac{1}{f(X)}, & G \text{ 是连通图 } \wedge (\forall i \in m, F(T_i) \geq 2) \\ -f_p(X), & G \text{ 不是连通图 } \vee (\exists i \in m, F(T_i) < 2) \end{cases} \tag{20}$$

而对于惩罚函数来说,如果只是设置一个定值,不满足约束空间内的解的适应值都是相同的,会导致没有合适的最优值方向供粒子选择,造成粒子在非可行解的区域多次迭代,浪费各种资源。结合 AOA 定位可行解一般都靠近目标区域的特点,本节将惩罚函数设置如下:

$$f_p(X) = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{(x_i - e_x)^2 + (y_i - e_y)^2}}{n} \tag{21}$$

其中, e_x, e_y 分别为目标区域中心点的坐标,该函数表示各个测向站到定位区域中心的距离的均值,此时可行解区域将会不断地吸引粒子靠近,进而找到最优解。

在粒子群迭代的过程中,下一刻位置的更新需要结合自身最优值(Personal Best, pb)和群体最优值(Global Best, gb),二者的计算式如下:

粒子 X_k 的历史最优值可记为:
$$pb_k = \max(Fit(X_k)) \tag{22}$$

粒子群 P 的最优适应度值为:
$$gb_k = \max(Fit(p)) \tag{23}$$

3) 粒子位置更新规则

粒子在迭代的过程中下一刻的位置取决于上一代的位置和当前的速度,粒子 i 的速度更新规则如下:

$$v_{i+1} = \omega \times v_i + c_1 \times rand() \times (pb_i - X_i) + c_2 \times rand() \times (gb - X_i) \quad (24)$$

在此基础上可得位置的更新规则为:

$$X_{i+1} = X_i + v_{i+1} \quad (25)$$

对于式(24),第一项表示粒子的惯性速度, ω 为惯性因子,即能够保持上一刻搜索方向的能力,惯性系数越大,扩展新区域的能力就越强,有利于寻找全局最优解,进而避免陷入局部最优,但收敛速度可能较慢,因此需要寻找两者之间的平衡;第二项和第三项分别为个体速度影响和群体速度影响,都包含一个学习因子(加速系数)。 c_1 为个体学习因子,表示下一次的运动状态受自身经验的干扰,引导其向着个体最优的方向移动; c_2 则为群体学习因子,表示下一刻移动行为受到群体最优值的影响所占的比例。如果没有个体学习则容易导致陷入局部最优,没有群体学习又可能会由于缺少集体信息而减缓收敛的速度,因此二者皆有才能更好地保证算法的性能。 $rand()$ 表示随机数,在 0 到 1 之间随机取值,增加寻找的随机性。式(25)中, X_i 表示粒子在上一时刻的位置。

前文提到,惯性因子 ω 的大小影响着粒子的更新速度,如果将其设置为定值,数值过小容易导致减缓群体的搜索速度,收敛速度非常缓慢;数值过大又容易在后期造成陷入局部最优的情况。为了平衡原始算法存在的缺陷,常用的方法是使用线性递减的策略来选取惯性系数,但此种方法的下降趋势较快,且在迭代前期和后期的下降速度相同,有很大概率会错过适应度最大值的位置。本节将借用高斯函数的思想来实现惯性因子的动态调整,具体表达式如下:

$$\omega(i) = (\omega_{\max} - \omega_{\min}) e^{-\frac{i}{iter_{\max}}} + \omega_{\min} \quad (26)$$

其中, $\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$ 分别是惯性权重的最大和最小系数, $iter_{\max}$ 为优化问题的最大迭代次数。该函数可以使得惯性系数呈现递减趋势,在迭代初期系数较大,迭代后期系数较小,且下降率逐渐变慢,利用全局搜索最优值能够跳出局部最优值,在迭代后期基本没有大的变化,能够有效加强在全局最优附近的搜索能力,从而使算法整体具有较好的性能。

综上所述,经过前文对算法的相关知识描述以后,现将改进后的粒子群算法步骤总结如算法 1 所示。

算法 1 基于改进粒子群算法的布站优化方法

输入: 粒子种群规模 N , 最大迭代次数 $iter_{\max}$, 最大最小惯性系数

$\omega_{\max}$, $\omega_{\min}$, 粒子速度界限 $[v_{\min}, v_{\max}]$, 学习因子 c_1, c_2

输出: 最优解和最优适应度值

1. for $i = 1:N$
2. 利用 Circle 映射初始化粒子的位置和速度;
3. 根据式(20)计算该粒子的适应度值;
4. 将粒子当前适应值记为个体最优适应度值 pb_i ;
5. 更新群体的最优适应度值 gb_i ;
6. end for
7. for $i = 1:iter_{\max}$
8. for $i = 1:N$
9. 按照等式(26)计算惯性系数值;
10. 根据式(24)和式(25)更新粒子的速度和位置;
11. 进行速度和位置的边界处理;
12. 根据式(20)计算粒子适应度值;

13. 更新该粒子的个体最优适应度值并记录位置;

14. 更新群体的最优适应度值并记录最优解;

15. end for

16. end for

17. 输出优化问题的最优解。

4 仿真分析

本章所有仿真在 MATLAB 平台以及 Intel^(R) Core^(TM) i5-13500 处理器与 16GB 计算机配置环境中完成。仿真区域都设置为 $400 \times 400 \text{ m}^2$, 算法最大迭代次数设为 100, 其他可变参数如测向站数量、粒子群大小等根据不同的场景分别设置不同值。

4.1 单个辐射源仿真分析

对于单个辐射源目标来讲,可以直接将其 GDOP 值作为粒子群的适应度函数,在本次仿真实验中,由于多站定位的理论误差公式推导较为复杂,因此为了能够完成与理论推导的对比,先设定观测站数目为 2 时进行讨论。仿真参数具体设置如表 2 所列。

表 2 仿真实验参数设置

Table 2 Parameter settings for simulation experiments

仿真参数	具体设置
定位区域/ m^2	400×400
测向站数量	2
探测距离/ m	300
通信距离/ m	250
算法最大迭代次数	100
粒子群大小	30
粒子最大最小速度	$[0, 15]$
最大最小惯性因子	$[0.4, 0.9]$
学习因子	$c_1 = 1.2, c_2 = 1.8$

由于 AOA 定位的误差与目标与测向站之间的距离有关,因此在之前的场景中设置了相应的平台布设矩形限制区域。在此次仿真中,将目标点置于 $(0, 50)$ 位置,测向站水平方向布设范围为 $[-150, 150]$, 垂直方向布设范围为 $[-200, -100]$, 这些定位区域和位置坐标都是根据相对距离来设定的。

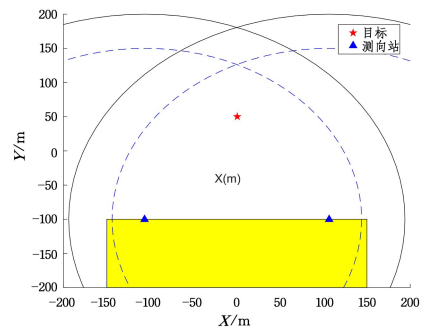


图 4 改进粒子群算法的双站定位部署情况

Fig. 4 Deployment of dual-station positioning based on the improved particle swarm optimization algorithm

为了更加清晰地观察改进后的粒子群算法获取的观测站部署情况,本次仿真展示将各种因素都通过图片显现出来,如图 5 所示,红色五角星为目标辐射源,蓝色三角形为测向站的布设位置,黄色矩形区域为测向站部署的限制区域,黑色线条表示测向站的探测范围,蓝色虚线则代表测向站的通信范围。因此,在满足各种约束条件的情况下,改进后的算法可以顺利找到最优解,最终的位置坐标分别为 $[-106.07, -100]$ 及

[106.07, -100]。根据三角等式可以计算出,仿真实验最佳布站的两测向线夹角约为 70.53° 。

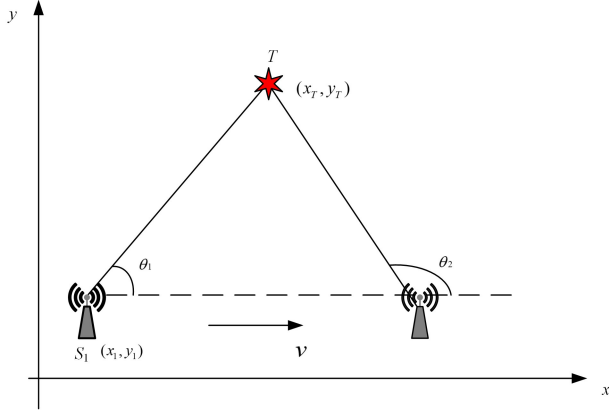


图5 移动单站 AOA 定位原理示意图(电子版为彩图)

Fig. 5 Schematic diagram of the positioning principle of mobile single-station AOA

为了证明该算法的有效性,下面通过两个观测站的布置来简单推导一下二维平面定位的误差值。以图5为例,令观测站之间的基线长度为 $L = x_2 - x_1$,观测站的测向线夹角 $\beta = \theta_2 - \theta_1$,然后对等式(27)求导可得:

$$\begin{cases} (x - x_1) \tan \theta_1 = y - y_1 \\ (x - x_2) \tan \theta_2 = y - y_2 \\ \dots \\ (x - x_n) \tan \theta_n = y - y_n \end{cases} \quad (27)$$

$$dx = \frac{L \sin \theta_2 \cos \theta_2}{\sin^2 \beta} d\theta_1 - \frac{L \sin \theta_1 \cos \theta_1}{\sin^2 \beta} d\theta_2 \quad (28)$$

$$dy = \frac{L \sin^2 \theta_2}{\sin^2 \beta} d\theta_1 - \frac{L \sin^2 \theta_1}{\sin^2 \beta} d\theta_2 \quad (29)$$

为了求解 x, y 的方差,令:

$$\begin{bmatrix} r_{xx} & r_{xy} \\ r_{xy} & r_{yy} \end{bmatrix} = E \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dx & dy \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} \sigma_{\theta_1}^2 & 0 \\ 0 & \sigma_{\theta_2}^2 \end{bmatrix} A^T \quad (30)$$

其中, r_{xx}, r_{yy} 分别表示在 X 轴和 Y 轴方向的误差方差, r_{xy} 表示协方差,结合式(28)及式(29)可以推出:

$$A = \frac{L}{\sin^2 \beta} \begin{bmatrix} \sin \theta_2 \cos \theta_2 & -\sin \theta_1 \cos \theta_1 \\ \sin^2 \theta_2 & -\sin^2 \theta_1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

因此有:

$$r_{xx} = \frac{R^2}{\sin^2 \beta} \left(\frac{\cos^2 \theta_2}{\sin^2 \theta_1} \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{\cos^2 \theta_1}{\sin^2 \theta_2} \sigma_{\theta_2}^2 \right) \quad (32)$$

$$r_{yy} = \frac{R^2}{\sin^2 \beta} \left(\frac{\sin^2 \theta_2}{\sin^2 \theta_1} \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{\sin^2 \theta_1}{\sin^2 \theta_2} \sigma_{\theta_2}^2 \right) \quad (33)$$

其中:

$$R = \frac{L \sin \theta_2 \sin \theta_1}{\sin \beta} \quad (34)$$

最后可以采用圆概率误差 (Circular Error Probable, CEP) 来描述双站定位的可信度和精度,具体可得:

$$\begin{aligned} CEP_{0.5} &= 0.8 \sqrt{r_{xx} + r_{yy}} \\ &= 0.8 \frac{R}{\sin \beta} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta_1} \sigma_{\theta_1}^2 + \frac{1}{\sin^2 \theta_2} \sigma_{\theta_2}^2} \end{aligned} \quad (35)$$

此时,因为前文仿真中设置的观测站测向误差相同,所以可知 $\sigma_{\theta_1}^2 = \sigma_{\theta_2}^2 = \sigma_{\theta}^2$,可将式(35)进一步表示为:

$$CEP_{0.5} = 0.8 \frac{R \sigma_{\theta}}{\sin \beta} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta_1} + \frac{1}{\sin^2 \theta_2}}$$

$$= 0.8 \frac{R \sigma_{\theta}}{\sin(\theta_2 - \theta_1)} \sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta_1} + \frac{1}{\sin^2 \theta_2}} \quad (36)$$

当 R, σ_{θ} 都一定时,圆概率误差只与目标相对于观测站的方位角有关,因此可以通过求 $y = \frac{1}{\sin(\theta_2 - \theta_1)}$

$\sqrt{\frac{1}{\sin^2 \theta_1} + \frac{1}{\sin^2 \theta_2}}$ 的最小值来获取观测站的最优分布,对该函数分别求偏导数可得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \theta_1} &= \cot(\theta_2 - \theta_1) \csc(\theta_2 - \theta_1) \csc(\theta_1) \\ &\quad \sqrt{1 + \csc^2(\theta_2) \sin^2(\theta_1)} - \\ &\quad \frac{\csc(\theta_2 - \theta_1) \csc^2(\theta_1) \cot(\theta_1) \sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sqrt{\sin^2(\theta_1) + \sin^2(\theta_2)}} \end{aligned} \quad (37)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial y}{\partial \theta_2} &= -\cot(\theta_2 - \theta_1) \csc(\theta_2 - \theta_1) \csc(\theta_1) \\ &\quad \sqrt{1 + \csc^2(\theta_2) \sin^2(\theta_1)} - \\ &\quad \frac{\csc(\theta_2 - \theta_1) \csc^2(\theta_2) \cot(\theta_2) \sin(\theta_1) \sin(\theta_2)}{\sqrt{\sin^2(\theta_1) + \sin^2(\theta_2)}} \end{aligned} \quad (38)$$

当一阶偏导数都等于0时可能存在极值,联立式(37)和式(38)则可解得该函数存在极值的条件是:

$$\sin 2\theta_1 = \sin(-2\theta_2) \quad (39)$$

由于交叉定位的限制,目标辐射源不可能和测向站共线,两方位角也不可能都是 90° ,因此排除掉一些错误解之后可得:

$$\theta_1 = \pi - \theta_2 \quad (40)$$

将式(40)重新代入到式(38)中可得到 $\theta_1 = 55^\circ$,因此通过前面分析可以得出在双站定位时,当定位基线与目标之间的距离一定时,两测向线夹角 β 约为 70° 时是两测向站的最优分布位置。

综上所述,对比仿真实验下的最优值夹角和理论计算下的最优值夹角,两者数值基本一致,充分证明了该优化算法的有效性。

图6为双站定位场景下目标函数的适应度值随着迭代次数的变化趋势图,可以看出,在算法迭代到20次以后就已经找到了最优值。

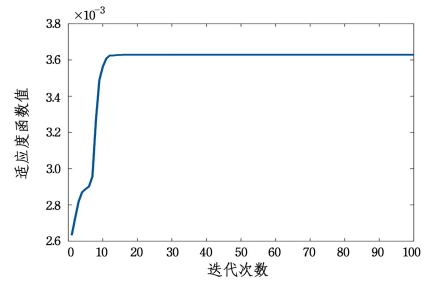


图6 粒子群算法迭代示意图

Fig. 6 Schematic diagram of particle swarm optimization algorithm iteration

4.2 指定模糊区域的仿真分析

本次仿真设置基本场景如图7所示。二维定位前提下,初步假定辐射源目标所处的模糊区域范围为 $T = \{x \in [-150, 100] \text{m}, y \in [0, 100] \text{m}\}$,由于指定区域优化算法的适应度函数是 GDOP 的平均值,因此要先对该区域离散化,计划以 10m 为间隔进行网格的分割,将网格点的坐标作为可能目标点。

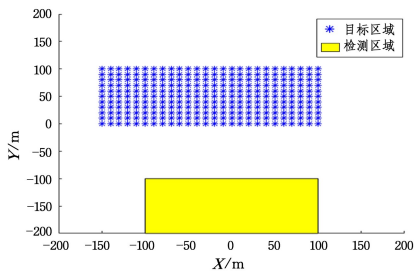


图 7 粒子群算法仿真场景设计示意图

Fig. 7 Schematic diagram of the simulation scene design for particle swarm optimization algorithm

观测站的布设范围 D 为水平方向 $x \in [-100, 100] \text{m}$, 垂直方向 $y \in [-200, -100] \text{m}$, 在测向站数量分别为 2, 3, 4 时分析其最优布置。粒子群算法的具体参数设置如表 3 所列。

表 3 算法仿真参数设置

Table 3 Algorithm simulation parameter setting	
仿真参数	具体设置
定位区域/ m^2	400×400
测向站数量	2, 3, 4
探测距离/ m	250
通信距离/ m	200
算法最大迭代次数	100
粒子群大小	60
粒子最大最小速度	$[0, 15]$
最大最小惯性因子	$[0.4, 0.9]$
学习因子	$c_1 = 1.2, c_2 = 1.8$

1) 最优双站布局

首先将测向站数量设置为 2, 在上述各种参数条件下完成仿真, 为了更加直观地对结果进行分析, 在图 8 中添加了一些额外辅助元素。

如图 8 所示, 为了将约束条件具象化, 以定位区域最远两个点为圆心, 测向站最远探测距离为半径绘制了两个圆, 由于 AOA 定位中每个目标都至少被两个观测站覆盖的特殊要求, 可以看出, 在双站定位的场景下, 两测向站的布设区域缩小到两圆的交集部分。经过多次的仿真总结, 观测站最终位置基本落在图 8 中所示的地方。具体原因解释如下: 在 AOA 定位场景下, 测向站与目标之间的距离越近, 其定位精度越高, 因此最优解落在了限制区域距离目标区域最近的地方。此外, 当距离一定时, 基线距离越长, 系统定位性能越佳, 而最优解也恰好落在限制区域基线最长的地方, 且目标区域关于基线垂直平分线对称。

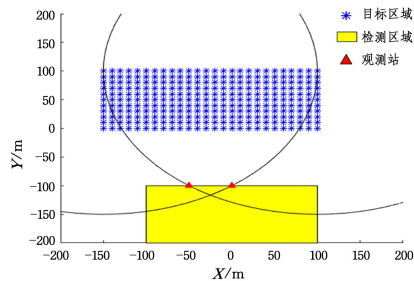


图 8 双站指定区域布站优化结果图

Fig. 8 Optimization result graph of the dual-station designated area layout

2) 最优三站布局

再将测向站的数量设置为 3, 在同样的参数条件下完成

仿真, 结果展示如下。

图 9 给出了三站优化布局的最终结果, 可以看出 3 个观测站刚好呈水平分布, 即直线布局。对比双站定位结果可以发现, 由于测向站数量的增加, 观测站不再是都得落在图 7 描述的小限制区域中, 同时 3 个测向站为了满足系统的有效性, 必须有一个测向站能够同时覆盖整个区域, 正如图 7 中中间测向站所在位置可以探测到所有目标。在中间测向站固定的情况下, 整个定位区域大概分成了两部分, 左边的区域由定位系统左边两站负责, 剩下的由右边两站负责。此时, 整个定位场景转换成了两个双站场景, 结合最优双站的分析可以得出, 测向站应该分布在距离目标区域最近且定位基线最长的位置, 而仿真结果和理论分析一致, 充分证明了算法的有效性。

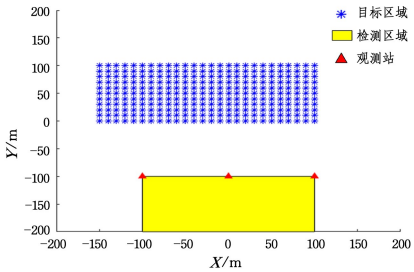


图 9 三站指定区域布站优化结果图

Fig. 9 Optimization result diagram of the station layout in the designated areas of three stations

3) 最优四站布局

最后将测向站的数量设置为 4, 各仿真参数不变, 具体结果如图 10 所示。

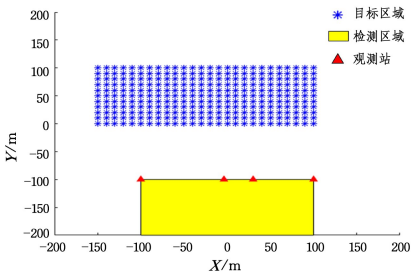


图 10 四站指定区域布站优化结果图

Fig. 10 Optimization result diagram of the four-station designated area layout

图 10 给出了四站定位的最优布局, 和三站的最优布局对比可以发现, 其中有 3 个测向站的位置基本没有发生变化, 另一个测向站在仿真的过程中会出现位置的波动, 但都是在限制区域离目标区域最近的边缘移动, 而优化问题的适应度曲线值基本稳定, 不会因为另一个站的波动而出现大的变化。

表 4 测向交叉定位布站优化结果

Table 4 Optimization results of cross-positioning station layout for direction-finding

测向站数量	最优位置坐标/ m
2	$(-50, -100), (-3.6, -100)$
3	$(-100, -100), (-1.25, -100), (100, -100)$
4	$(-100, -100), (-3.8, -100), (30, -100), (100, -100)$

为了探究测向站数量和定位性能之间的关系, 本节还将 3 种不同测向站数量场景的适应度值进行对比, 结果如图 11 所示。

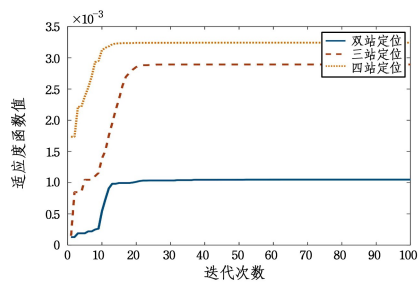


图 11 3 种场景的适应度值对比图

Fig. 11 Comparison chart of fitness values for the three scenarios

对于图 11,从横向看,3 种场景下的适应度曲线都是随着迭代次数的增加而逐渐趋于稳定,且在迭代次数达到 20 次以后找到了最优解,充分说明了算法的有效性;纵向对比来看,随着观测站数量的增加,适应度函数曲线的稳定值也增大,表明了 AOA 定位系统中测向站的增加有利于系统定位性能的提升。从双站到三站的过程中,适应度值出现了大幅上升的情况,这是由于双站中限制区域极小,定位基线过短导致性能较低,而三站中的定位基线较长,定位性能有所上升。而三站到四站的适应度变化较小,说明仿真中该指定区域使用 3 个测向站定位差不多就可达到饱和,测向站的持续增加虽然会提升一定的性能,但也带来了极大的数据量,计算复杂度极具升高。此外,在获取到方位角信息以后要进行通信,将数据发送到主站进行计算,这个过程中也会带来极大的维护成本。因此,在满足一定性能的条件下,可根据实际的指标要求来自行选择测向站数量。

为了对比站址优化前后对系统定位精度的影响,在相应场景下进行仿真实验,两者的平均定位误差对比如表 5 所列。

表 5 站址优化前后定位精度结果对比

Table 5 Comparison of positioning accuracy results before and after site optimization

条件	测向误差					
	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0
无优化	0.638	0.819	0.910	0.984	1.058	1.074
有优化	0.612	0.788	0.885	0.950	1.015	1.032

通过对比可以发现,改进后的粒子群算法可以根据目标函数对测向站的部署位置进行调整,进而有效降低系统的定位误差。此外,在之前使用传统粒子群算法对不同定位场景仿真的过程中,偶尔会出现初始粒子群均不满足约束条件的情况,而后又基本随着迭代逐渐步入正轨,这是因为在观测站指定布设区域中,随机播撒的方式获取的粒子群没有那么均匀,当粒子群总数较小时就容易出现这种情况,而本文中针对此问题采用了 Circle 映射的方式来获取初始种群,在初代粒子群中一般都会有粒子落在有效区域完成定位操作,有效减少了此种情况的产生。

结束语 本文主要研究了基于 AOA 定位的最优化布站问题,在 AOA 定位方法的基础上,根据其粗粒度定位确定目标区域,进而采用优化算法来实现对目标的细粒度估计。首先分析了在多站 AOA 定位场景下测向站的布局对系统性能的影响,定义并推导了新的 GDOP 公式,通过不同观测站数量的 GDOP 仿真引出了定位的最优化问题。介绍了最优化

理论的基本思想,进行了多站 AOA 定位优化布局的问题描述和模型建立,结合实际定位场景提出了通信网络连通性和系统有效性等相应评价指标,利用 GDOP 值搭配惩罚函数来当作优化问题的目标函数,并设置变量约束条件。其次介绍了粒子群算法的基本思想,在传统算法的基础上引入了 Circle 映射来改善初始粒子群的获取,又借用高斯函数的思想来重新设置惯性因子的大小,有效平衡了原始算法在迭代时存在的缺陷,提升了算法的收敛性能。最后,根据所提算法分别进行了单个辐射源和指定模糊区域的仿真,并在双站单目标仿真中与理论误差推导值进行对比,仿真结果从多方面充分表明了所提算法的可用性和有效性。

参 考 文 献

[1] PIRZADA N,NAYAN M Y,SUBHAN F,et al.Comparative analysis of active and passive indoor localization systems[J]. Aasri Procedia,2013,5:92-97.

[2] YAN Q F,WANG C H.Research on multi-platform direction finding cross location technology [C]//2020 IEEE International Conference on Information Technology, Big Data and Artificial Intelligence(ICIBA). IEEE,2020,1:167-171.

[3] SUN S,CAI Z,LI C. Analysis of bistatic location of optimal station distribution under different geometric distribution [C] // 2013 IEEE International Conference on Microwave Technology & Computational Electromagnetics. IEEE,2013:398-400.

[4] WANG Z B.Research on Target Trajectory Tracking Method Based on Multi-point Positioning [D]. Shijiazhuang: Hebei University of Science and Technology,2022.

[5] LI S,LI H,KE K,et al. A Multiagent Reinforcement Learning Solution for Geometric Configuration Optimization in Passive Location Systems[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2021,2021:1-9.

[6] HU A,DENG Z,YANG H,et al. An optimal geometry configuration algorithm of hybrid semi-passive location system based onmayfly optimization algorithm[J]. Sensors, 2021, 21 (22): 7484.

[7] HUANG Y N.Research on Passive Localization Technology Based on Time Difference Optimization and Station Deployment Optimization [D]. Xiamen University,2019.

[8] CHEN H Y,HE Z D. Optimization Scheme for Passive Radar Station Deployment Based on Regional Discretization[J]. Journal of Detection & Control,2022,44(4):41-47.

[9] WANG X F,CHEN M. Application of mathematical model based on optimization theory and particle swarm algorithm in radar station layout optimization[C]//Journal of Physics:Conference Series. IOP Publishing,2021,1848(1):012087.

[10] ANNEPU V,RAJESH A. Implementation of self adaptive mutation factor and cross-over probability based differential evolution algorithm for node localization in wireless sensor networks [J]. Evolutionary Intelligence,2019,12:469-478.

[11] YUE Y,CAO L,HU J,et al. A novel hybrid location algorithm based on chaotic particle swarm optimization for mobile position estimation[J]. IEEE Access,2019,7:58541-58552.

[12] SHARP I,YU K,GUO Y J. GDOP analysis for positioning system design[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology,

2009,58(7):3371-3382.

[13] MIAO S,DONG L,HOU J. Dynamic base stations selection method for passivelocation based on GDOP[J]. Plos one,2022, 17(12):e0272487.

[14] PONSTEIN J P. Approaches to the Theory of Optimization [M]. Cambridge University Press,2004.

[15] BINBIN S,JING Z,CHENGMIN W,et al. Study on the applica- tion of intelligent optimization algorithm in the optimization of passive positioning network layout [C] // 2019 International Conference on Information Technology and Computer Applica- tion(ITCA). IEEE,2019:192-196.

[16] HOUSSEIN E H,GAD A G,HUSSAIN K,et al. Major ad- vances in particle swarm optimization: theory, analysis, and ap- plication[J]. Swarm and Evolutionary Computation, 2021, 63: 100868.

[17] SHI L Y,JIANG B F,WANG H,et al. Integrated Application of Non-cooperative Detection Technology and Electronic Recon- naissance Technology[J]. Journal of China Academy of Elec- tronics and Information Technology,2017,12(4):383-388.

[18] WANG H M,SUN Y,GAO Y L. Particle Swarm Optimization

Algorithm with Multi-Strategy Fusion[J]. Journal of Baoji Uni- versity of Arts and Sciences (Natural Science Edition), 2023, 43(4):1-9.

[19] BOHIGAS O,GIANNONI M J. Chaotic motion and random ma- trix theories[C]// Mathematical and Computational Methods in Nuclear Physics: Proceedings of the Sixth Granada Workshop Held in Granada, Spain, Springer Berlin Heidelberg,1984:1-99.



DING Lei, born in 1986, Ph.D, senior engineer. His main research interest is communication technology.



REN Lu, born in 2001, master. Her main research interest is passive posi- tioning.