

基于模糊聚类水平集的医学图像分割方法

吴 杰 朱家明 陈 静

(扬州大学信息工程学院 扬州 225127)

摘 要 医学图像分割是图像分割的一个重要应用领域,医学图像普遍存在高噪声、伪影、低对比度、灰度不均匀、不同软组织之间与病灶之间边界模糊等特点,因此运用聚类算法,结合李春明模型(LCM)和两相水平集分割方法(CV),首先选用合适的滤波器对医学图像进行去噪,然后使用模糊 C 均值算法(FCM)获得图像的先验模型;并对传统的 CV 模型进行改进,对图像进行细分割。实验表明,该模型可以解决图像高噪声、弱边界问题,并可以有效避免重新初始化,对边缘更加敏感,可提高分割精度,有效的抑制噪声,明显的减少迭代次数和时间,具有一定应用价值。

关键词 模糊 C 均值聚类,滤波器,LCM 模型,FCM-LCMCV 水平集方法

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A

Fuzzy Clustering Level Set Based Medical Image Segmentation Method

WU Jie ZHU Jia-ming CHEN Jing

(School of Information Engineering, Yangzhou University, Yangzhou 225127, China)

Abstract Medical image segmentation is an important application field of image segmentation, it widely has high noise, artifacts, low contrast, uneven gray, fuzzy boundaries between different between soft tissue lesions and other characteristics, this paper used clustering algorithm, combined with LCM and two phase model level set method (CV), chose the appropriate filter for medical image denoising, then used the fuzzy c-means algorithm to get image prior model. And we improved the traditional CV model to fine the image segmentation. Experiments show that the model can solve the problem of high image noise and weak boundary, and can effectively avoid the re-initialization, and is more sensitive to the edge, improving the segmentation accuracy, suppressing noise effectively, significantly reducing the number of iterations and time, having certain application value.

Keywords Fuzzy c-means clustering, Filter, LCM model, FCM-CMCV level set method

1 引言

C-V 模型^[1]是基于区域信息的图像分割能量模型,能够对图像实时分割,并且可以处理拓扑结构复杂的图像,既可以检测出有梯度信息的目标边界,也可以检测出无梯度信息的目标边界;同时,不仅可以分割出连续边界的图像,还可以分割出不连续边界的图像;但传统的 C-V 模型对高噪声、伪影、低对比度、灰度不均匀的图像分割效果不太理想,同时 C-V 模型是基于目标和背景两相的,对于多背景和多目标的图像不能很好的分割。

本文提出一种结合 FCM 算法^[2]和 LCM-CV 算法的模糊水平集算法,首先通过滤波器,将图像的高频噪声去除,再用 FCM 聚类算法对去噪的图像进行初始分割,并改进了传统的 CV 模型,在模型中加入边缘检测函数 g ,增加能量惩罚项,避免水平集重复初始化,将分割的结果图作为改进型的 LCM-CV 模型的水平集初始化,对医学图像进行细分割。该算法迭代次数少,对于高噪声,弱边界的医学图像能够很好的分割。

2 模糊 C 均值聚类方法

2.1 模糊聚类分析

传统的聚类分析是一种硬划分,它把每个待识别的对象严格地划分到某类中,具有“非此即彼”的性质,也就是说对于数据空间的任何元素,或者属于某一类,或者不属于该类,因此这种类别划分的界限是分明的。然而在现实世界中的许多实际问题并没有严格的属性,他们在性态和类属方面存在着中介性,具有“亦此亦彼”的性质,那么用传统的聚类分析就无法解决这类问题。

2.2 模糊 C 均值算法

模糊 C 均值聚类方法^[12]属于基于目标函数的模糊聚类算法的范畴,最早从硬聚类目标函数的优化中导出的。为了借助目标函数法求解聚类问题,人们利用均方逼近理论构造了带约束的非线性规划函数,以此来求解聚类问题,从此类内平方误差和成为聚类目标函数的普通形式。随着模糊划分概念的提出, Dunn 首先将其推广到加权类内误差和 WGSS 函数,后来由 Bezdek 扩展到加权 WGSS 的无限族,形成了 FCM 聚类算法通用聚类准则。FCM 聚类算法目标函数为:

本文受国家自然科学基金资助项目(61273352,61175111,61174046,60904030,60874046,60904030,60874045,60874030),江苏省博士后科研资助计划项目(1102167C)资助。

吴 杰(1990—),男,硕士,主要研究方向为图像处理与分析,E-mail:wujie20081554@sina.com;朱家明(1972—),男,博士,副教授,主要研究方向为智能与自适应控制及图像处理,E-mail:qingzhu@yzu.edu.com(通信作者)。

$$\min J_m(U, Z) = \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^C (u_{ij})^m d^2(x_j, z_i) \quad (1)$$

式中, p 为数据样本的维数(当为灰度图像时 p 为 1); $X = \{x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_N\}$ 是一个 $p \times N$ 矩阵; N 为像素点数目; C 为聚类数目; $u_{ij} \subseteq U(p \times N \times C)$ 表示矢量 x_j 隶属于第 i 类的隶属度函数, 满足 $u_{ij} \in [0, 1]$ 且 $\sum_{i=1}^C u_{ij} = 1, j = 1, 2, \dots, N$; 聚类中心 $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_i, \dots, z_C\}$ 是一个 $p \times C$ 的矩阵, 控制模糊度的权重指数 $m \in (1, \infty)$, $d^2(x_j, z_i) = \|x_j - z_i\|$ 为相似性测度。

u_{ij} 和 z_i 的更新等式分别为:

$$\begin{cases} u_{ij} = \frac{1}{\sum_{k=1}^C (d(x_j, z_i)/d(x_j, z_k))^{2/(m-1)}} \\ z_i = \frac{\sum_{j=1}^N (u_{ij})^m x_j}{\sum_{j=1}^N (u_{ij})^m}, i=1, 2, \dots, C \end{cases} \quad (2)$$

算法流程:

Step1 设置目标函数精度 ϵ , 模糊指数 m (m 通常取 2), 最大迭代次数 T_m ;

Step2 初始化模糊聚类中心 Z_i ;

Step3 由式(3)一式(5)更新模糊划分矩阵 $U = \{u_{ij}\}$ 和聚类中心 $Z = \{z_i\}$;

Step4 若 $|J(t) - J(t-1)| < \epsilon$ 或 $c > T_m$ 则结束聚类; 否则, $t \leftarrow t+1$ 并转 Step3;

Step5 由所得的 $U = \{u_{ij}\}$ 得到各像素点分类结果。

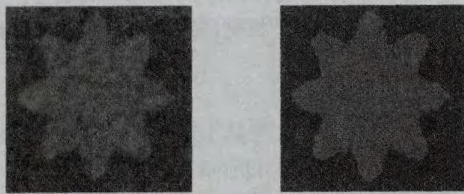
对传统的医学图像处理前, 先要对图像进行去噪, 通常的医学图像含有椒盐噪声和高斯噪声。本文采用中值滤波器和维纳滤波器来去除以上两种噪声。图像去噪如图 1 所示。



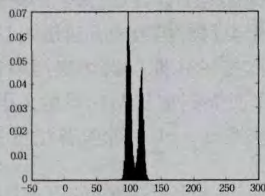
(a) 原始图像 (b) 中值去噪图 (c) 对(b)维纳去噪图

图 1 采用中值滤波和维纳滤波对原始图像的去噪效果图

对不同的图像, 聚类中心通常是选取图像的灰度频率直方图, 如图 2、图 3 所示。聚类中心第一组初选 100, 120; 第二组初选 50, 190。FCM 算法处理后的图像如图 2(b)、图 3(b) 所示。

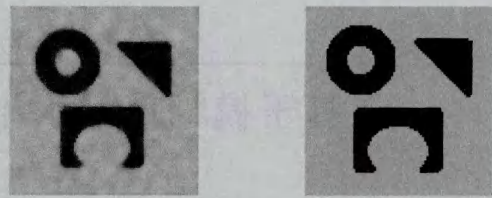


(a) 去噪的图像 (b) FCM 聚类后的图像



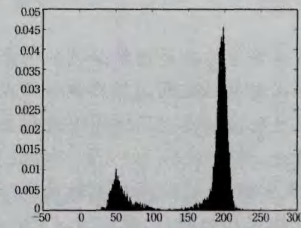
(c) 去噪后图像的灰度频率直方图

图 2 对降噪后的结果图采用 FCM 聚类, 得到聚类后的图像及灰度频率直方图(一)



(a) 去噪后的多目标图

(b) FCM 聚类后的图像



(c) 去噪后图像的灰度频率直方图

图 3 对降噪后的结果图采用 FCM 聚类, 得到聚类后的图像及灰度频率直方图(二)

3 利用水平集准确分割医学图像区域

3.1 C-V 模型

Chan 等人^[6]在数学家 Mumford-Shah(M-S)提出的泛函模型的基础上, 以提高分割的优化效果提出了简化 M-S 模型的 C-V 模型能量泛函, 如下所示:

$$\begin{aligned} E(c_1, c_2, C) = & \mu \text{Length}(C) + \nu \text{Area}(\text{inside}(C)) + \\ & \lambda_1 \int_{\text{inside}(C)} |u(x, y) - c_1|^2 dx dy + \\ & \lambda_2 \int_{\text{inside}(C)} |u(x, y) - c_2|^2 dx dy \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $u(x, y)$ 表示灰度图像, c_1, c_2 表示曲线 C 内部区域和外部区域的图像灰度均值, $\lambda_1, \lambda_2, \mu$ 均为常数, 在某种意义上, 长度项和面积项的作用相同。因此, 图像分割问题就转化为:

$\inf_{c_1, c_2, C} E(c_1, c_2, C)$ 最小化问题。可以利用梯度下降流演化轮廓曲线 C 得到:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = [-\mu \kappa + \lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 - \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2 + \nu] \vec{N} \quad (4)$$

式中, \vec{N} 为曲线 C 的单位法线方向, κ 为曲线 C 的曲率。

C-V 模型采用水平集方法, 通过求解欧拉-拉格朗日函数, 将泛函(见式(3))的极值问题转化为求解曲线 C 的 PDE 问题, 上述函数的 Euler-Lagrange 方程可通过水平集求解。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = & \delta_\epsilon(\varphi) \left\{ \mu \text{div} \frac{\nabla \varphi}{|\nabla \varphi|} - \nu - \lambda_1 (u - c_1)^2 + \lambda_2 (u - c_2)^2 \right\} \\ = & 0, (x, y, t) \in (0, \infty) \times \Omega \\ \varphi(x, y, 0) = & \varphi_0(x, y), (x, y) \in \Omega \\ \frac{\delta_\epsilon(\varphi)}{|\nabla \varphi|} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = & 0, (x, y) \in \partial \Omega \end{aligned} \quad (5)$$

$$c_1 = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) H_\epsilon(\varphi(x, y)) dx dy}{\int_{\Omega} H_\epsilon(\varphi(x, y)) dx dy} \quad (6)$$

$$c_2 = \frac{\int_{\Omega} u(x, y) (1 - H_\epsilon(\varphi(x, y))) dx dy}{\int_{\Omega} (1 - H_\epsilon(\varphi(x, y))) dx dy}$$

$$H_\epsilon(x) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{2}{\pi} \arctan \frac{x}{\epsilon} \right) \quad (7)$$

$$\delta_\epsilon(x) = \frac{1}{\pi \epsilon^2 + x^2}$$

$\mu, \nu, \epsilon = 1, \lambda_1 = \lambda_2 = 1$ 为各项权系数。

$$\hat{\delta}_\epsilon(\varphi) = \frac{\epsilon}{\pi(\epsilon^2 + \varphi^2(x, y))} \quad (8)$$

$\varphi = \varphi(x, y, t)$ 及闭合曲线的水平集函数 $\hat{\delta}_\epsilon(\varphi) = H_\epsilon'(\varphi)$ 为正则化了的 Dirac 函数, c_1, c_2 分别是演化曲线内部和外部区域的灰度平均值, 通过对式(5)的离散化数值求解即可得到分割轮廓曲线 $C(t): \varphi(x, y, t) = 0$, 从而实现图像分割。

3.2 李春明(LCM)模型

为了进一步改善 C-V 模型的分割速度以及分割效率, Li 等人^[5] 在建立基于梯度的参数活动轮廓模型时构造的一个新能量项实质性地实现了这一目标。其主要思想就是根据符号距离函数的梯度始终满足 $|\nabla\varphi| = 1$, 于是在能量泛函中增加一项符号距离函数保持项:

$$P(\varphi) = \int_{\Omega} \frac{(|\nabla\varphi| - 1)^2}{2} dx dy$$

$$\epsilon(\varphi) = \mu P(\varphi) + \epsilon_{g, \lambda, \nu}(\varphi)$$

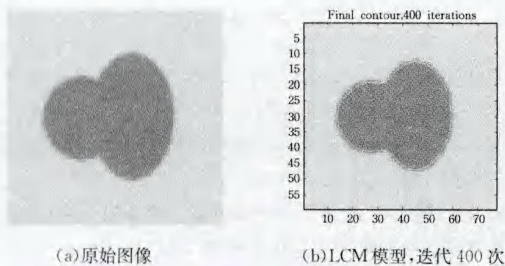
$$\epsilon_{g, \lambda, \nu}(\varphi) = \mu L_g(\varphi) + \nu A_g(\varphi)$$

其中, $L_g(\varphi) = \int_{\Omega} g \delta(\varphi) |\nabla\varphi| dx dy$, $A_g(\varphi) = \int_{\Omega} g H(-\varphi) dx dy$ 。

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial t} = \beta \left\{ \Delta\varphi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right) \right\} + \mu \delta(\varphi) \operatorname{div} \left(g \frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right) + \nu g \delta(\varphi) \quad (9)$$

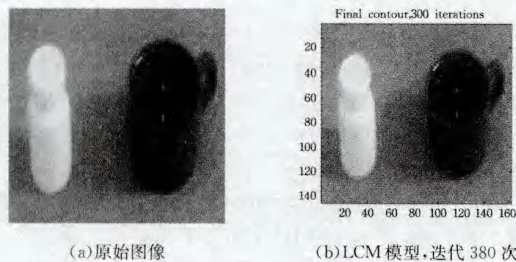
其中, $g \triangleq \frac{1}{1 + |\nabla G_\sigma * I|^2}$ 为边界检测函数, $\nabla G_\sigma * I$ 表示高斯核函数与原图像的卷积。

采用李春明模型(LCM)对图片分割的效果图如图 4、图 5 所示。



(a) 原始图像 (b) LCM 模型, 迭代 400 次

图 4 采用李春明模型对图(a)的分割结果图



(a) 原始图像 (b) LCM 模型, 迭代 380 次

图 5 采用李春明模型对图(a)的分割结果图

LCM 模型克服了传统水平集方法的某些缺陷, 但同样需要人为给出目标初始轮廓, 需要人工配置控制参数, 这些操作都是繁琐的, 没有实现图像分割的自动化。另外, LCM 模型是基于图像梯度信息的, 所以该模型对噪声敏感。

3.3 模型改进和图像预处理(本文模型)

综合 C-V 模型的分割效果和 Li 模型的分割速度, 并加入边缘检测函数 g , 使图像对边缘更加敏感, 本文提出了一种 LCMCV 模型:

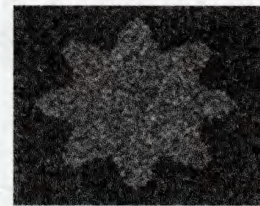
$$E(c_1, c_2, \varphi) = \lambda_1 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_1|^2 H(\varphi) dx dy + \lambda_2 \int_{\Omega} |u(x, y) - c_2|^2 (1 - H(\varphi)) dx dy + \beta \int_{\Omega} \frac{(|\nabla\varphi| - 1)^2}{2} dx dy + \mu L_g(\varphi) + \nu A_g(\varphi) \quad (10)$$

当能量泛函取到最小值时, 活动轮廓达到要求的图像边界, 引入 Heaviside 函数并正则化处理, 然后运用变分法得到 Euler-Lagrange 方程并由水平集方法得到演化方程:

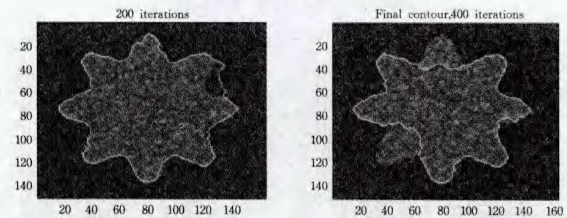
$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \delta(\varphi) \left\{ -\lambda_1 (u(x, y) - c_1)^2 + \lambda_2 (u(x, y) - c_2)^2 \right\} + \beta \left\{ \Delta\varphi - \operatorname{div} \left(\frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right) \right\} + \mu \delta(\varphi) \operatorname{div} \left(g \frac{\nabla\varphi}{|\nabla\varphi|} \right) + \nu g \delta(\varphi) \quad (11)$$

4 实验结果及分析

为验证算法的有效性进行实验, 实验环境如下: Windows8 操作系统, 软件平台为 Matlab2013A。

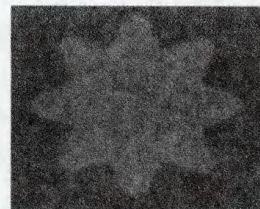


(a) 原始图像

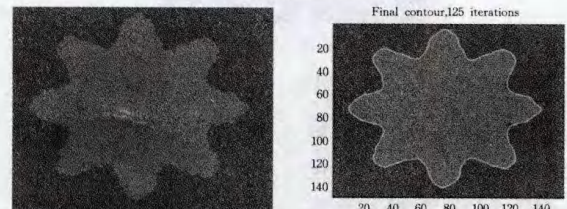


(b) 迭代 200 次 (c) 迭代 600 次

图 6 LCM 模型分割高噪声图像



(a) 去噪后的图像



(b) FCM 聚类图像 (c) 迭代 125 次

图 7 本文模型分割高噪声图像

图 6 采用传统的 LCM 模型分割, 图 7 采用本文模型分割, 图 6(a) 的目标和背景灰度差别不大, 可采取 FCM 聚类和 C-V 模型相结合的方法。各参数设置为 $\lambda_1 = \lambda_2 = 1, \epsilon = 1, timestep = 1, \beta = 0, \mu = 0, \nu = 0$ 。

图 8(a) 是高噪声多目标的图像, 传统的 C-V 模型很难分

割,本文采用FCM聚类 和C-V模型相结合的方法,很容易分割出目标图像(见图9),各参数如下: $\lambda_1=1, \lambda_2=1, \epsilon=1.7, h=1, timestep=1, \beta=0, \mu=0, \nu=0$ 。

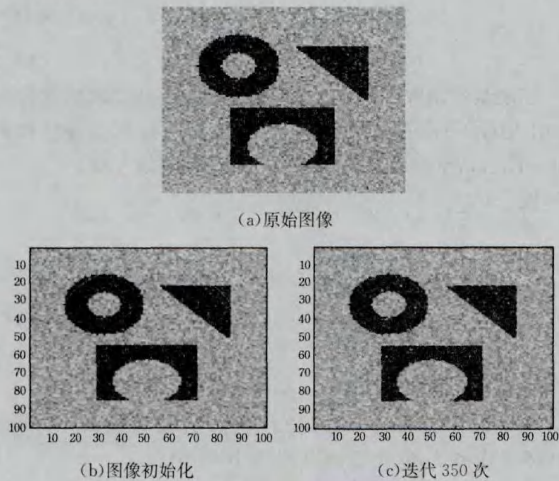


图8 C-V模型分割含噪的多目标图像

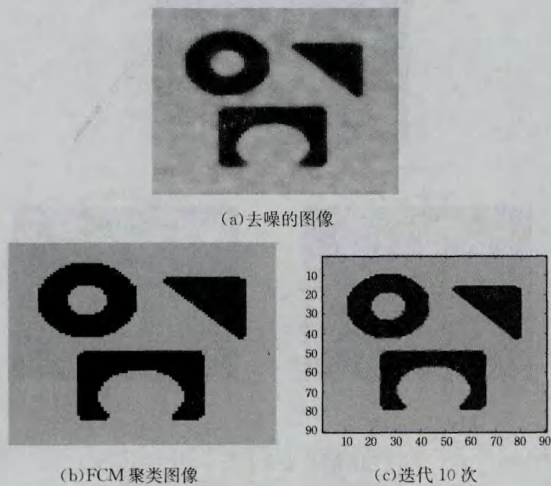


图9 本文模型分割含噪多目标图像

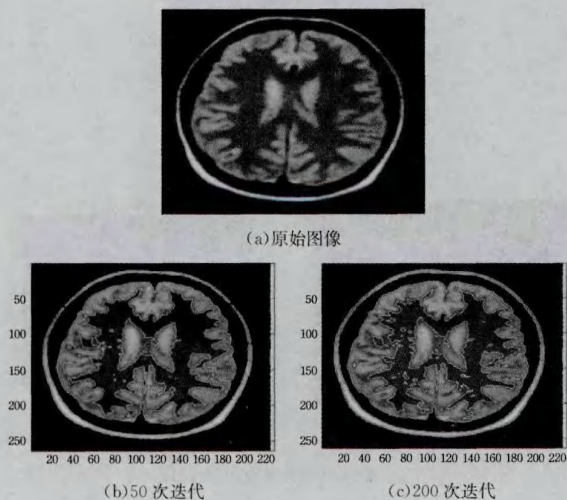


图10 C-V模型分割高噪声MR人脑图像

图10(a)是高噪声的MR人脑图像,C-V模型很难分割出完整的大脑区域,本文方法融合FCM聚类、C-V模型和LCM模型,能够清晰、快速地分割出大脑区域,如图11(c)所

示,各参数如下: $\epsilon=2, \lambda_1=\lambda_2=1, timestep=5, \beta=5.0, \mu=0.04, \nu=3.0$ 。

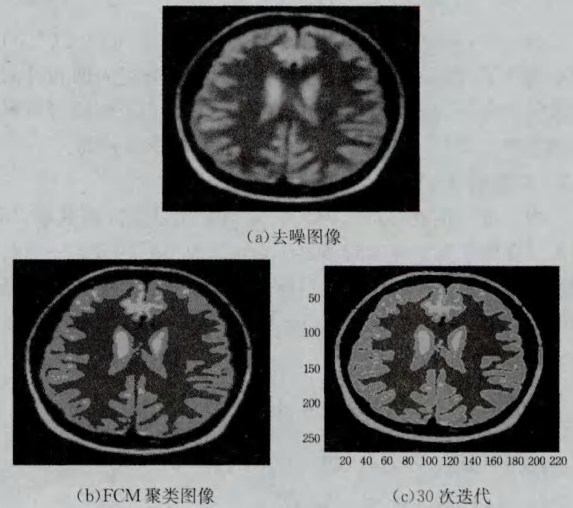


图11 本文模型分割高噪声MR人脑图像

上述几组实验可以看出,单独使用LCM模型或C-V模型对于高噪声、伪影、低对比度、灰度不均匀且多目标背景的图像分割效果不好。本文方法能够很好地分割高噪声图像、弱边界且多目标的图像,迭代次数较少,基本收敛到目标边界。

结束语 本文提出一种基于改进型的LCM-CV模型,对医学图像进行二次分割,该方法迭代次数少,对于高噪声,弱边界的医学图像能够很好的分割。对于灰度不均且复杂的多目标的医学图像分割还需设计更好的分割算法。

参考文献

- [1] 朱晓舒,孙权森,等. 基于MultiLayer水平集的脑MRI图像分割[J]. 计算机科学,2014,41(9):297-300
- [2] 谢强军,周泽魁,等. 变分水平集理论及其在医学图像分割中的应用[D]. 杭州:浙江大学,2009
- [3] 乔剑敏,何轶良. 基于GAC模型和C-V模型的图像分割方法的改进[D]. 哈尔滨:哈尔滨工业大学,2011
- [4] 何瑞英. 含边缘信息的C-V模型[J]. 计算机工程与应用,2012,48(18):181-186
- [5] Li Chun-ming, Xu Chen-yang, Gui Chang-feng, et al. Level Set Evolution Without Re-initialization [C] // A New Variational Formulation Proceedings of the 2005 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR'05). IEEE,2005
- [6] Chan T, Vese L. Active contours without edges [J]. IEEE Trans. Imag. Proc.,2001,10:266-277
- [7] Li Chun-ming, Xu Chen-yang, Member S, et al. IEEE Distance Regularized Level Set Evolution and Its Application to Image Segmentation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2010,19(12):3243-3254
- [8] 曹瑜且,罗斌. 基于模糊集与水平集的医学图像自动算法研究[D]. 合肥:安徽大学,2014
- [9] 李丙春,田军,钟志明. 结合梯度与区域信息的变分水平集图像分割方法[J]. 新疆大学学报(自然科学版),2010,27(4):486-489
- [10] 王梅芳,范红,Wang Yi. 利用改进CV模型连续水平集算法的

[11] 王梁, 吴斌, 方艳红. 基于区域生长和水平集的肝脏提取分割算法[J]. 科学技术与工程, 2014, 14(3): 216-221
 [12] 彭建喜. 一种基于 C 均值的模糊核聚类图像分割算法[J]. 电视技术, 2014, 38(9): 28-31
 [13] 陈启东, 程宜康, 石澄贤. 利用统计概率密度的活动轮廓模型分割图像[J]. 中国农机学报, 2014, 35(1): 112-117

[14] 刘建伟, 郭雷. 直方图的脑图像分割策略[J]. 西北工业大学学报, 2014, 34(3): 188-192
 [15] 王顺风, 阮晶, 王宇. 基于改进的 LBF 模型的图像分割[J]. 计算机应用与软件, 2011, 28(2): 25-27
 [16] 武园, 葛玉容. 一种基于脑部肿瘤 MR 图像的分割算法[J]. 电子设计工程, 2014, 22(10): 50-52
 [17] Bezdek J C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithm[M]. New York: Springer-Verlag, 1981

(上接第 145 页)

表 6 ORL 人脸库实验结果一

	2DPCA	2DLDA	2DLPDA	Ours
5	0.8500	0.8750	0.8643	0.8770
10	0.8383	0.8500	0.8464	0.8679
15	0.8286	0.8500	0.8429	0.8679
20	0.8179	0.8393	0.8429	—
25	0.8179	0.8321	0.8429	—
30	0.8143	0.8321	0.8429	—

第二组选取每类样本组 5 个样本作为训练样本, 其余 5 个样本作为测试样本。实验结果如图 7 所示(实验数据采集见表 7)。

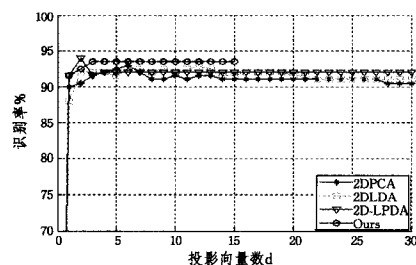


图 7 ORL 库实验二

表 7 ORL 人脸库实验结果二

	2DPCA	2DLDA	2DLPDA	Ours
5	0.9250	0.9150	0.9200	0.9350
10	0.9150	0.9200	0.9200	0.9350
15	0.9100	0.9150	0.9200	0.9350
20	0.9100	0.9150	0.9200	—
25	0.9100	0.9100	0.9200	—
30	0.9050	0.9100	0.9200	—

表 6、表 7 分别列出了 ORL 库上部分实验数据。从中可以看出, 新算法在无遮挡或者阴影的条件下相比较 2DLPDA, 也具有一定的优势。在第一组实验中, 相比较 2DLPDA, 新算法识别率提高了接近 1.27%。第二组实验中, 最高的识别率比原算法提高了 1.5%。两组实验可以验证新算法相比原算法在无遮挡或者阴影等情况下提高了识别率, 且是有效的。

结束语 本文提出的分块二维局部鉴别分析方法试图解决样本在遮挡及阴影等影响下的样本特征提取及识别问题。采用分块二维局部鉴别分析可以更好地提取样本局部特征, 使用该策略后, 对于同一个样本的不同块, 其近邻可以来自于不同的样本, 因此可以更好地提取出样本局部特征。之后根据各块的结果进行综合, 得出整幅样本图片之间的误差值, 并将其作为分类的判别原则。分块的方法对于样本局部特征提取算法的设计是一种非常好的思路。但是我们仍然不可忽略

的问题是所设计的算法必须针对用户需求选择最优的算法。对于样本整体性较好的系统, 可以选择体现样本整体性的算法, 而样本存在噪声且影响很大的时候, 引入分块算法可以更好地提取样本数据的有效信息。且对于不同的系统, 分块的数目在一定程度上影响着识别的效果。分块数目不是简单的越多越好, 所以在为系统设计分块算法时, 分块的数目也要根据实际系统的情况进行有效性验证。通过实验找到最有效的分块, 以使得系统性能最优。

参考文献

[1] Turk M, Pentland A. Eigenface for recognition [J]. Journal of Cognitive Neuroscience, 1991, 3(1): 71-86
 [2] Belhumeur P N, Hespanha J P, Kriegman D J. Fisherfaces: Recognition Using Class Specific Linear Projection[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1997, 19(7): 711-720
 [3] Tenenbaum J B, de Silva V, Langford J C. A global geometric framework for nonlinear dimensionality reduction [J]. Science, 2000, 290(5500): 2319-2323
 [4] Belkin M, Niyogi P. Laplacian Eigenmaps for dimension reduction and data representation[J]. Neural Computation, 2001, 15(6): 1373-1396
 [5] Roweis S T, Saul L K. Nonlinear dimensionality reduction by locally linear embedding[J]. Science, 2000, 290(5500): 2323-2326
 [6] Bengio Y, Paiement J, Vincent P, et al. Out-of-sample extensions for LLE, Isomap, MDS, eigenmaps, and spectral clustering[J]. Neural Computation, 2004, 6(10): 2179-2219
 [7] He X F, Yan S C, Hu Y X, et al. Face recognition using laplacianfaces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2005, 27(3): 328-340
 [8] Yan S C, Xu D, Zhang B Y, et al. Graph embedding and extension: a general framework for dimensionality reduction[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2007, 29(1): 40-51
 [9] Yang J, Yang J Y. From image vector to matrix: a straightforward image projection technique-IMPCA vs. PCA[J]. Pattern Recognition, 2002, 35: 1997-1999
 [10] Li M, Yuan B Z. 2D-LDA: A statistical linear discriminant analysis for image matrix[J]. Pattern Recognition Letters, 2005, 26: 527-532
 [11] 卢官明, 左加阔. 基于二维局部保持鉴别分析的特征提取算法[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2014, 34(5): 1-8
 [12] Hu H F. Orthogonal neighborhood preserving discriminant analysis for face recognition [J]. Pattern Recognition, 2008, 41: 2045-2054