基于模糊命题逻辑形式系统FLcom的模糊推理及应用

吴晓刚[1] 潘正华[2]

(兴义民族师范学院信息技术学院 兴义 562400)[1] (江南大学理学院数理研究所 无锡 214122)[2]

摘 要 FLcom是建立在模糊集FScom基础上的一种区分矛盾否定、对立否定和中介否定的模糊命题逻辑形式系统。在模糊推理中关于否定的认识和处理主要以经典逻辑为基础,为此在FLcom基础上研究了区分3种否定的模糊推理规则的表示,给出了基于FLcom的模糊推理规则的合成算法FLMP和FLMT规则,新算法推广了CRI算法中的蕴涵算子,并给出了模糊推理应用的实例对比。结果表明FLcom在区分不同否定的实际应用中是合理可行的。

关键词 模糊命题逻辑形式系统,模糊推理,蕴涵算子

中图法分类号 O159 **文献标识码** A

Fuzzy Reasoning and its Application Based on Fuzzy Propositonal Logic

WU Xiao-gang[1] PAN Zheng-hua[2]

(School of Information Technology, Xingyi Normal University for Nationalities, Xingyi 562400, China)[1]

(School of Science, University of Jiangnan, Wuxi 214122, China)[2]

Abstract FLcom is a fuzzy propositional logic system with contradictory negation, opposite negation and medium negationis based on fuzzy set FScom. The major study on the negation of fuzzy inference and processing are based on classical logic. This paper researched the semantic interpretation of fuzzy inference rules which distinguish three kinds of negation: contradictory negation, opposite negation and medium negation. The new algorithm of compositional rules of inference generalizes the implication operator in CRI algorithm. At last we compared the FLMP algorithm with CRI algorithm by using an example. Through the example analysis, the results show that the new algorithm is reasonable and feasible.

Keywords Fuzzy propositional logic system, Fuzzy reasoning, Implication operator

1 引言

在知识处理领域,对于知识中否定关系的认识、区分和处理一直以经典逻辑为主。经典的形式逻辑主要区分了反对的对立和矛盾的对立,如善与恶、资本与非资本等。知识处理研究的发展,对“否定知识”的认识和处理提出了新的要求,国内外许多学者提出了不同的否定思想和研究方法[1-5]。2010年,潘正华提出模糊性知识及其否定关系应该明确地分为矛盾否定关系、对立否定关系和中介否定关系,并建立了一种具有矛盾否定、对立否定和中介否定的模糊集FScom[6,7]。为了从逻辑的角度描述知识的否定关系及规律,2012年,潘又提出了一种新的区分3种否定的模糊命令逻辑形式系统FL-com,并进行了相关应用研究[8,9]。

在模糊逻辑的模糊推理研究中,模糊取式FMP(fuzzy modus ponens)、模糊拒取式FMT(fussy modus tollens)以及模糊假言式FHS(fussy hypothetical syllogism)是最基本的推理形式[10]。然而当前对模糊推理算法的研究中,关于否定的认识和处理主要基于Zadeh模糊集FS(fuzzy sets)和Hájek基础逻辑BL(basic logic)的否定[11-13],这些理论对“否定”的认识与经典集合和经典逻辑没有区别,即只有一种否定,只是定义的形式不同。在中介逻辑系统ML建立的无穷值语义模型[14]中,其推理规则为:$A \to B = \neg A \vee B$,否则其可靠性就得不到保障[15],这样就制约了中介逻辑系统在模糊逻辑和模糊推理中的应用。为此我们在带有3种否定的模糊集Fscom和模糊命题逻辑形式系统FLcom的基础上对模糊推理算法进行了研究,给出了FLcom的一种语义解释的改进,建立了具有3种否定的FLcom模糊推理规则形式,新算法是对CRI算法的改进与推广,并给出了FLcom的模糊推理算法的实例应用。

2 区分3种否定的模糊命题形式系统FLcom

对于模糊概念与其否定关系,模糊集FScom给出了矛盾否定$\neg$、对立否定$\urcorner$和中介否定$\sim$的形式化定义。在此基础上,从逻辑的角度,定义了一种新的模糊命题逻辑形式系统FLcom。

定义1[8] (I)设S是非空集,其元素称为原子命题或原

本文受国家自然科学基金(60973156),中央高校基本科研业务费专项资金(JUSRP51317B),兴义民族师范学院计算机网络教学团队教改项目(兴师发[2014]40号)资助。

吴晓刚(1970—),男,硕士,副教授,主要研究方向为非经典逻辑、信息安全与密码学,E-mail:wxg817@163.com;**潘正华**(1957—),男,教授,主要研究方向为非经典逻辑理论、知识表示与推理等。

子公式，“$\neg$”，“$\urcorner$ ”，“$\sim$”，“$\rightarrow$”，“$\wedge$”和“$\vee$”是连接词，“(”与“)”是括号。规定

(a)对每个 $A\in S$，A 是合式公式(简称公式)。

(b)若 A 和 B 是公式，则 $\neg A$，$\urcorner A$，$\sim A$，$(A\rightarrow B)$，$(A\vee B)$和$(A\wedge B)$是公式。

(c)由(a)与(b)生成的全体模糊命题集为$\mathfrak{I}(S)$，简记为$\mathfrak{I}$。$\mathfrak{I}$中的元素称为模糊公式，简称公式。

(II)$\mathfrak{I}$中的以下公式称为公理：

(A1)$A\rightarrow(B\rightarrow A)$

(A2)$(A\rightarrow(A\rightarrow B))\rightarrow(A\rightarrow B)$

(A3)$(A\rightarrow B)\rightarrow((B\rightarrow C)\rightarrow(A\rightarrow C))$

(M_1)$(A\rightarrow\neg B)\rightarrow(B\rightarrow\neg A)$

(M_2)$(A\rightarrow\urcorner B)\rightarrow(B\rightarrow\urcorner A)$

(H)$\neg A\rightarrow(A\rightarrow B)$

(C)$((A\rightarrow\neg A)\rightarrow B)\rightarrow((A\rightarrow B)\rightarrow B)$

($\vee_1$)$A\rightarrow A\vee B$

($\vee_2$)$B\rightarrow A\vee B$

($\wedge_1$)$A\wedge B\rightarrow A$

($\wedge_2$)$A\wedge B\rightarrow B$

($Y_{\urcorner}$)$\urcorner A\rightarrow\neg A\vee\neg\sim A$

($Y_{\sim}$)$\sim A\rightarrow\neg A\wedge\neg\urcorner A$

(III)推理规则 MP(Modus Ponens)：由 $A\rightarrow B$ 与 A 推出 B。

由(I)、(II)与(III)构成的形式系统，称为“区分矛盾否定、对立否定和中介否定的模糊命题逻辑形式化系统 FLcom (Fuzzy Propositional Logic with Contradictory Negation, Opposite Negation and Medium Negation)”。

在 FLcom 中，模糊公式 A 矛盾否定$\neg$A 与对立否定$\urcorner$ A、中介否定$\sim$A 的关系如下：

定义 2[8] 在 FLcom 中，

$$\neg A=\urcorner A\vee\sim A \tag{1}$$

为了方便研究形式推理与非形式的演绎推理，我们首先讨论分析λ的确定和意义。λ是一个 0－1 开区间中取值的参数，可大于 0.5、小于 0.5 或等于 0.5，因其取值不存在客观的理论方法(如同确定模糊命题真值的具体大小情形)，但在 FLcom 的一个具体应用领域中可采取模糊统计方法或领域专家确定等方法予以确定[9]。所以，为了讨论方便，本文假设 FLcom 大于 0.5。以下给出 FLcom 的一种语义解释的改进。

定义 3(λ-赋值) 设 $\lambda\in(1/2,1)$。映射$\partial:\mathfrak{I}\rightarrow[0,1]$ 称为$\mathfrak{I}$的一个 λ-赋值，如果

(a)$$\partial(A)+\partial(\urcorner A)=1 \tag{2}$$

(b)$\partial(\sim A)=$

$$\begin{cases}\lambda-\dfrac{2\lambda-1}{1-\lambda}(\partial(A)-\lambda), & \partial(A)\in(\lambda,1] \quad (3)\\ \dfrac{2-2\lambda}{1-2\lambda}(1-\lambda-\partial(A))+\lambda, & \partial(A)\in[1-\lambda,1/2) \quad (4)\\ \dfrac{2\lambda-1}{\lambda-1}\partial(A)+1-\lambda, & \partial(A)\in[0,1-\lambda) \quad (5)\\ \dfrac{2\lambda-2}{1-\lambda}(\partial(A)-\lambda)+\lambda, & \partial(A)\in(1/2,\lambda) \quad (6)\\ \partial(A), & \text{其它} \quad (7)\end{cases}$$

(c)$\partial(A\vee B)=\mathrm{Max}(\partial(A),\partial(B))$

$\partial(A\vee B)=\mathrm{Min}(\partial(A),\partial(B))$

(d)$\partial(A\rightarrow B)=\mathscr{R}(\partial(A),\partial(B))$

这里 $\mathscr{R}:[0,1]^2\rightarrow[0,1]$是某个二元函数。

定义 4 设 $a,b\in[0,1]$，$\mathscr{R}o:[0,1]^2\rightarrow[0,1]$是一个满足下式的二元函数 $\mathscr{R}$：当 $a\leqslant b$ 时，$\mathscr{R}o(a,b)=1$；当 $a>b$ 时，$\mathscr{R}o(a,b)=\max(1-a,b)$。

定义 5(λ-重言式) 设 Γ 是$\mathfrak{I}$的 λ-赋值集，$\forall A\in\mathfrak{I}$。如果对每个$\mathfrak{I}\in\Gamma$，恒有 $\xi(A)=1$，则称 A 为 Γ-重言式。如果 $\lambda>1/2$，使得对每个 λ-赋值 ξ，恒有 $\xi(A)\geqslant\lambda$，则称 A 为 λ-重言式。

定理 1[8] FLcom 中的各条公理都是 λ-重言式。

文献[8]证明了 FLcom 的可靠性定理，特别地，当 $\mathscr{R}=\mathscr{R}o$ 时，FLcom 中的所有公理都是 λ-重言式。

3 FLcom 模糊命题的 3 种否定及真值表示

记 FLcom 全体模糊命题集为$\mathfrak{I}$，X，Y 表示语言对象的集合；$F(X)$，$F(Y)$和 $F(X\times Y)$分别表示 X，Y 与 $X\times Y$ 上所有模糊子集构成的集合；U 表示模糊概念集合。

定义 6 若 $a\in U$，则对应 FLcom 中的一个模糊命题 $A\in\mathfrak{I}$可以表示为如下形式的模糊判断：即任取 $x\in X$，“x 是 a”，简记为 $a(x)$，其真值$\partial(a(x))=\partial(A)\in[0,1]$。

定义 7 若 A 是 FLcom 中的一个模糊命题，则$\urcorner A$ 为 A 的对立否定，可以表示为形如“x 是$\urcorner a$”的模糊判断，记作$\urcorner a(x)$，其真值满足定义 3 中式(2)，即：

$\forall x\in X,\partial(\urcorner A)=1-\partial(A)=1-f(a(x))$

定义 8 若 A 是 FLcom 中的一个模糊命题，则$\sim A$ 为 A 的中介否定，可以表示为形如“x 是$\sim a$”的模糊判断。记为$\sim a(x)$，其真值$\partial(\sim a(x))=\partial(\sim A)$，则$\partial(\sim A)$满足定义 3 式(3)—式(7)，其中 $\lambda\in(0,1)$为参数。

定义 9 若 A 是 FLcom 中的一个模糊命题，则$\neg A$ 为 A 的矛盾否定，可以表示为形如“x 是$\neg a$”的模糊判断句，记为$\neg a(x)$，其真值$\partial(\neg a(x))=\partial(\neg A)$，则$\partial(\neg A)$满足：$\forall x\in X,\partial(\neg A)=\max(\partial(\urcorner A),\partial(\sim A))=\max(f(\urcorner a(x)),f(\sim a(x)))$。

例如：我们将 a＝“老年人”的对立否定概念“青年人”记为$\urcorner a$，即$\urcorner a$＝“青年人”。“非老年人”是“老年人”的矛盾否定概念记为$\neg a$。用$\sim a$ 表示“中年人”概念，是 a 与$\urcorner a$ 的中介否定概念。对应的模糊命题 A 表示“x 是老年人”，对立否定命题$\urcorner A$ 表示“x 是青年人”，$\sim A$ 表示“x 是中年人”即模糊命题 A 与$\urcorner A$ 的中介否定命题。

定义 10 若(a)是一个模糊判断句，(a)的 3 种否定判断句之间的关系定义为

$$\neg(a)=\urcorner(a)\vee\sim(a) \tag{9}$$

定理 2 对于 FLcom，如果 A 和 $A\rightarrow B$ 是 λ-重言式，那么 B 是 λ-重言式。即 $a(x)\rightarrow b(y)$对(x,y)为 λ-真。

证明：由定义 3 和定理 1，显然成立。

4 基于 FLcom 的模糊推理

4.1 FLcom 模糊推理规则的 λ 表示

模糊逻辑的推理具有 3 种基本的推理模型[10]，即模糊取式 FMP(Fuzzy Modus Ponens)、模糊拒取式 FMT(Fuzzy Modus Tollens)和模糊假言式规则 FHS(Fuzzy Hypothetical Syllogism)推理。为了研究具有 3 种否定的模糊推理算法，由定义 3、定理 2，我们给出基于 FLcom 的 3 种不同的推理规则的 λ 参数表示方法。

定理 3 设$\lambda\in(1/2,1)$,$a,b,c\in U$,模糊命题$A,B,C\in\mathfrak{J}$分别可以表示成“x 是 a”,“y 是 b”,“z 是 c”,简记为 $a(x)$,$b(y)$,$c(z)$,有如下推理规则:

(1)模糊取式规则:如果 $a(x)\to b(y)$对(x,y)为 λ-真且 a 对 x 为λ-真,那么 b 对 y 为λ-真,而且

$\partial(b(y))\geqslant\partial([a(x)\to b(y)](x,y))$

(2)模糊拒取式规则:如果 $a(x)\to b(y)$对(x,y)为 λ-真且 b 对 y 为λ-假,那么 a 对 x 为λ-假。

(3)模糊假言式:如果 $a(x)\to b(y)$对(x,y)为λ-真且 $b(y)\to c(z)$对(y,z)为 λ-真,那么 $a(x)\to c(z)$对(x,z)为 λ-真。

证明:设 $A(x)$,$B(y)$,$C(z)$分别为 FLcom 中的模糊命题 $a(x)$,$b(y)$,$c(z)$的真域。

(1)由条件 $a(x)\to b(y)$对(x,y)为 λ-真,则有

$$\partial([a(x)\to b(y)](x,y))=\neg A(x)\vee(A(x)\wedge B(y))>\lambda \tag{10}$$

又由 a 对 x 为λ-真,得 $A(x)=\partial(a(x))>\lambda$,据定义 1—定义 3 可知,$\neg A(x)<\lambda$。于是,由式(10),$\partial A(x)\wedge\partial B(y)>\lambda$,从而 $B(y)>\lambda$,这样(b)对 y 为 λ-真,并且$\partial(b(y))\geqslant(A(x)\wedge B(y))=\partial([a(x)\to b(y)](x,y))$

(2)由题设知式(10)成立,又由 b 对 y 为λ-假,得 $B(y)=\partial(b(y))<\lambda$。若$\neg A(x)\leqslant\lambda$,由式(10)知此时必有$(A(x)\wedge B(y))>\lambda$,从而 $B(y)>\lambda$,矛盾。所以$\neg A(x)>\lambda$,据定义 2 可知 $A(x)<\lambda$,即 a 对 x 为λ-假。

(3)由条件知式(10)成立,且有

$$\partial([b(y)\to c(z)](y,z))=\neg B(y)\vee(B(y)\wedge C(z))>\lambda \tag{11}$$

如果$\neg A(x)>\lambda$,显然有$\partial([a(x)\to c(z)](x,z))=\neg A(x)\vee(A(x)\wedge C(z))>\lambda$ 成立,即$(a(x)\to c(z))$对(x, z)为 λ-真。

如果$\neg A(x)\leqslant\lambda$,由式(10)可知$(A(x)\wedge B(y))>\lambda$,即 $A(x)>\lambda$ 且 $B(y)>\lambda$。又根据定义 2,由 $B(y)>\lambda$ 得$\neg B(y)<\lambda$,从而有式(11)得$(B(y)\wedge C(z))>\lambda$,进而 $C(z)>\lambda$,从而$(A(x)\wedge C(z))>\lambda$,所以$\partial([a(x)\to c(z)](x,z))=\neg A(x)\vee(A(x)\wedge C(z))=(A(x)\wedge C(z))>\lambda$ 成立,即$(a(x)\to c(z))$对(x, z)为 λ-真。证毕。

4.2 基于 FLcom 的模糊推理规则的合成

对于模糊推理中的 FMP 和 FMT 规则,Zadeh[11] 提出了 CRI 方法(Compositional Rules of Inference),将经典蕴涵关系推广为模糊蕴涵关系。即将规则 $A\to B$ 通过蕴涵算子转化为一个 $X\times Y$ 上的模糊关系 R(或者 R^{-1})。其隶属函数在(x,y) 处的值为 $R(A(x),B(y))$(对应地,$R^{-1}(A(x),B(y))=R(B(y),A(x))$)。然后将 A^*(对应地,B^*)与 R(对应地,R^{-1})进行复合就得到 B^*(对应地,A^*):$B^*=A^*\circ R$, $A^*=B^*\circ R^{-1}$。

Zadeh 采用的蕴涵算子:$R_Z(a,b)=(1-a)\vee(a\wedge b)$,$a,b\in[0,1]$。其真值可以表示为

$$R_Z(x,y)=\neg A(x)\vee(A(x)\wedge B(y) \tag{12}$$

然而在模糊推理时,需要考虑模糊命题的不同形式的否定。因此,我们将 CRI 算法的蕴涵算子加以扩展,在新算法中采用定义 4 的二元函数 $\mathscr{R}o$ 作为蕴涵算子,其中 $a,b\in[0,1]$,当 $a\leqslant b$ 时,$\mathscr{R}o(a,b)=1$,当 $a>b$ 时,$\mathscr{R}o(a,b)=\max(1-a,b)$。

由模糊命题形式系统 FLcom 的定义 2,$\neg A=\urcorner A\vee\sim A$,$\neg B=\urcorner B\vee\sim B$,应用到蕴涵算子 $\mathscr{R}o$ 算子的真域模型中,对应的真值域:$\neg A(x)=\max(\urcorner A(x),\sim A(x))$,$\neg B(y)=\max(\urcorner B(y),\sim B(y))$。

$\mathscr{R}o$ 算子的真值域可以表示为:

$$\begin{aligned}&\mathscr{R}o(A(x),B(y))\\&=\begin{cases}1, & A(x)\leqslant B(y)\\ \neg A(x)\vee B(y), & A(x)>B(y)\end{cases}\\&=\begin{cases}1, & A(x)\leqslant B(y)\\ \urcorner A(x)\vee\sim A(x)\vee B(y), & A(x)>B(y)\end{cases}\end{aligned} \tag{13}$$

而 $\mathscr{R}^{-1}o$ 算子的真值域中,

$$\begin{aligned}&\mathscr{R}^{-1}o(A(x),B(y))=\mathscr{R}o(B(y),A(x))\\&=\begin{cases}1, & B(y)\leqslant A(x)\\ \neg B(y)\vee A(x), & B(y)>A(x)\end{cases}\\&=\begin{cases}1, & B(y)\leqslant A(x)\\ \urcorner B(y)\vee\sim B(y)\vee A(x), & B(y)>A(x)\end{cases}\end{aligned} \tag{14}$$

根据定义 3 和定理 3,在蕴涵算子中可引入参数λ来表示模糊二元推理蕴中的中介否定关系,从而得到基于 FLcom 的模糊推理规则的合成算法。

定义 11(肯定前件的正向推理合成规则 FLMP,Fuzzy Modus Ponens Base on FLcom) 若有命题 $A\to B$ 且 x 为 A 成立,如果 x 为 A^* 成立,那么 y 为 B^* 成立可表示为:

$B^*=A^*\circ\mathscr{R}o$

其中复合运算$\circ$取$\vee-\wedge$运算,蕴涵算子 $\mathscr{R}o$ 由式(13)定义。

定义 12(否定后件的反向推理合成规则 FLMT,Fuzzy Modus Tollens Base on FLcom) 若有命题 $A\to B$ 且 y 为 B^* 成立,那么 x 为 A^* 成立可表示为:$A^*=B^*\circ\mathscr{R}^{-1}o$,其中复合运算$\circ$取$\vee-\wedge$运算,蕴涵算子 $\mathscr{R}o$ 由式(14)定义。

5 FLcom 模糊推理应用

举例进一步说明基于 FLcom 的模糊推理规则的应用。

例 1 设论域 $X=Y=\{1,2,3,4\}$上有模糊规则:

If x is A Then y is B

其中,A 和 B 分别是论域 $X=Y$ 上的模糊集,且 $A=\frac{1}{1}+\frac{0.8}{2}+\frac{0.6}{3}+\frac{0.4}{4}$,$B=\frac{0.1}{1}+\frac{0.3}{2}+\frac{0.5}{3}+\frac{0.7}{4}$,已知事实 x is A^*,$A^*=\frac{0.9}{1}+\frac{0.7}{2}+\frac{0.5}{3}+\frac{0.3}{4}$,计算模糊结论 B^*。

解:(1)按照 FLcom 模糊推理算法 FLMP,取式(13)$\mathscr{R}o$ 为蕴涵算子。要计算$\neg A(x)$,需要给出参数λ的值,其λ值的确定由领域专家进行赋值,这里不妨取$\lambda=0.7$,于是据定义 3 式(2)可得$\urcorner A=\frac{0}{1}+\frac{0.2}{2}+\frac{0.4}{3}+\frac{0.6}{4}$,可得:$\sim A=\frac{0.3}{1}+\frac{0.57}{2}+\frac{0.6}{3}+\frac{0.4}{4}$,于是$\neg A=\frac{0.3}{1}+\frac{0.57}{2}+\frac{0.6}{3}+\frac{0.6}{4}$,由定义 11 取复合运算$\circ$,计算如下:

$$\begin{aligned}B_1^*&=A^*\circ\mathscr{R}o\\&=(0.9,0.7,0.5,0.3)\circ\begin{pmatrix}0.3&0.3&0.5&0.7\\0.57&0.57&0.57&0.7\\0.6&0.6&0.6&1\\0.6&0.6&1&1\end{pmatrix}\\&=(0.57,0.57,0.57,0.7)\end{aligned}$$

最后得到结论为

y is B_1^*

其中，$B_1^* = \frac{0.57}{1} + \frac{0.56}{2} + \frac{0.57}{3} + \frac{0.7}{4}$。

(2)按照 Zadeh 的蕴涵算子(13)进行合成，由 CRI 推理规则，取复合运算∘为 ∨－∧运算，计算如下：

$$B_2^* = A^* \circ R_Z$$

$$= (0.9, 0.7, 0.5, 0.3) \circ \begin{bmatrix} 0.1 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 & 0.7 \\ 0.4 & 0.4 & 0.5 & 0.6 \\ 0.6 & 0.6 & 0.6 & 0.6 \end{bmatrix}$$

$$= (0.4, 0.4, 0.5, 0.7)$$

所以最后得到结论为

y is B_2^*

其中，$B_2^* = \frac{0.4}{1} + \frac{0.4}{2} + \frac{0.5}{3} + \frac{0.7}{4}$。

从结果分析来看，B_1^* 和 B_2^* 基本相似，仅在{1,2,3}这 3 个元素上，B_1^* 比 B_2^* 稍微大些。这是因为在 FLcom 中，有 $\neg A = \urcorner A \vee \sim A$，反映到 FMLP 推理算法中区分了矛盾否定、对立否定和中介否定，对于任意 $x \in X$，$\neg A(x) = \urcorner A(x) \vee \sim A(x) = \max\{\urcorner A(x), \sim A(x)\}$。而在 CRI 算法中，将矛盾否定与对立否定视为同一，即 $\neg A = \urcorner A$。因此，考虑了不同否定的 FLcom 推理算法得到的结果自然比用 CRI 算法得到的结果稍微大些。但新算法考虑了模糊知识的 3 种不同的“否定”，因而从逻辑角度上看，新算法更符合客观事实。

例 2　下面一组信息，由若干条规则组成：

(1)中老年人且肥胖者易发高血压，可信度较高

(2)青年人体重适中者不会得高血压，可信度较高。

(3)李先生 35 岁，身高 1.70m，体重 60Kg，绝对可信

令论域为所有人，“中老年人”与“青年人”是一对对立否定的模糊概念，“中年人”是“青年人”和“老年人”的中介否定，若“青年人”表示为 Y，对于某个人 x 表示青年人、中年人、老年人、中老年人的隶属度分别为：$Y(x)$、$Y^{\sim}(x)$、$Y^{\urcorner}(x)$、$Y^{\neg}(x)$。类似 F 表示肥胖，对于某个人 x 肥胖、体重适中分别表示为 $F(x)$、$F^{\sim}(x)$，而 $H(x)$ 表示易得高血压，$H^{\neg}(x)$ 表示不易得高血压的隶属度。

对于规则置信度可根据统计数据或专家给定赋予相应的数值。例如对“可信度较高”可赋予规则置信度值 0.85；对“绝对可信”赋予规则置信度值 1。

将上述几条规则转换为基于 FLcom 的模糊规则形式：

(a)$Y^{\neg}(x) \wedge F(x) \to H(x)$，$CF = 0.85$。

(b)$Y(x) \wedge F^{\sim}(x) \to H^{\neg}(x)$，$CF = 0.85$。

(c)$Age(Li, 35)$，$Height(Li, 170)$，$Weight(Li, 70)$，$CF = 1$。

在上述规则中需要确定刘先生是中老年人的隶属度，一般“青年”的年龄范围为 20 岁到 30 岁，“老年”年龄范围为 60 岁以上，采用一维欧氏距离的比率函数可求出 $Y(Li)$ 的真值程度，即

$$Y(Li) = (d(35,60))/(d(30,60)) \approx 0.83$$

其中，$d(x,y)$ 表示 x，y 之间的一维欧氏距离，即 $d(x,y) = |x - y|$。从而可得出，$Y(Li)$ 的隶属度为 0.83，$Y^{\urcorner}(x) = 0.17$，对于中年人，参考例 1 方法取参数 $\lambda = 0.75$，由定义 3 式(3)可得：

$$Y^{\sim}(x) = \lambda - \frac{2\lambda - 1}{1 - \lambda}((Y(x) - \lambda) = 0.59$$

所以李先生属于中老年人的隶属度 $Y^{\neg}(x) = \max(Y^{\sim}(x), Y^{\urcorner}(x)) = 0.59$。

体重适中可根据体质指数：体重(公斤)/(身高(米))^2 可以出体质指数。一般认为“体重偏瘦”的体质指数小于 18，“体重肥胖者”指体质指数大于 28。计算李先生的体质指数约 20.76。李生生属于肥胖者的隶属度为 $F(Li) = \frac{d(18, 20.76)}{d(18, 28)} = 0.276$，取参数 $\lambda = 0.75$，由定义 3 式(4)得：

$$F^{\sim}(x) = \frac{2\lambda - 1}{1 - \lambda}(1 - \lambda - \partial(A)) + \lambda = 0.776$$

上述规则(a)－(c)是一种模糊推理，可以采用文献[15]中模糊产生式规则来讨论。模糊产生式的一般形式：

$$P_1, P_2, \cdots, P_m \to Q \mid \langle bd, (\tau_1, \tau_2, \cdots, \tau_m) \rangle$$

其中，$P(i = 1, 2, \cdots, m)$ 是模糊命题，表示规则的前提或条件；Q 表示推理结论(或行动)；bd($0 \leqslant bd \leqslant 1$)表示规则的信任度(belief degree of rule)；τ_i($0 \leqslant \tau_i \leqslant 1, i = 1, 2, \cdots, m$) 表示 P_i 的真值 $\partial(P_i)$ 的范围的阈值。模糊产生式规则的意义如下：

“若每个 $\partial(P_i) \geqslant \tau_i$，则以 bd 的信任度由 $P_1, P_2, \cdots, P_m$ 可推出(或执行)Q”　(15)

(1)对规则(a)表示为：

$$Y^{\neg}(x) \wedge F(x) \to H(x) \mid \langle 0.85, (0.75, 0.75) \rangle$$

由于 $Y^{\neg}(Li) = 0.59 < 0.75$，不满足规则(15)，规则不采用。

(2)对规则(b)表示为：

$$Y(x) \wedge F^{\sim}(x) \to H^{\neg}(x) \mid \langle 0.85, (0.75, 0.75) \rangle$$

显然 $Y(Li) = 0.83 > 0.75$，$F^{\sim}(x) = 0.776 > 0.75$ 满足规则(15)，规则采用。

综上所述，实例中的李先生不会得高血压，其置信度为 0.85。

结束语　模糊推理是模糊知识处理的一种重要方法。模糊推理方法中关于否定的认识和处理主要以经典逻辑为基础。本文在具有 3 种否定的模糊命题演算系统 FLcom 基础上对模糊推理规则作了研究，给出了具有 3 种否定的模糊推理规则的语义描述。最后在研究 CRI 规则合成算法的基础上提出了基于 FLcom 的具有 3 种否定的 FLMP 和 FLMT 算法，新算法是的 CRI 算法的改进和推广。通过对两种算法的实例比较可以得知，在模糊推理中考虑不同的否定是必要的，也是可行的。

参 考 文 献

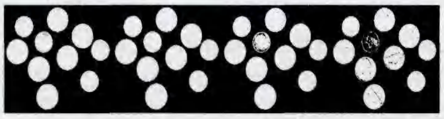
[1] Wagner G. Partial logic with two kinds of negations as a foundation for knowledge-based reasoning[M]//Gabby D, Wansing H. What Is Negation. Oxford: Oxford University Press, 1999: 1-35

[2] Wagner G. Web rules need two kinds of negation[C]//Bry F, Henze N, Maluszynski J, eds. Proc. of the 1st international workshop on Principles and Practice of Semantic Web Reasoning. Heidelberg: Springer Verlag, LNCS 2901, 2003: 33-50

[3] Analyti A, Antoniou G, Damasio C, et al. Negation and Negative Information in the W3C Resource Description Framework[J]. Annals of Mathematics, Computing & Teleinformatics (AMCT), 2004, 1(2): 25-34

[4] Kaneiwa K. Negations in description logic-contraries, contradictories, and subcontraries[C]//Dau F, Mugnier M-L, Stumme G, eds. Proceedings of the 13th International Conference on Conceptual Structures(ICCS'05). Kassel, Germany: Kassel University Press, 2005: 66-79

(下转第 122 页)



(a)Coins 图像分割结果

(b)Aerial 图像分割结果

(c)加噪 Aerial 图像分割结果

从左到右依次为 Kittler、Kapur、文献[4]方法、本文方法分割结果

图 5 分割结果比较

图 5(b)显示了对低对比度 Aerial 的分割结果。从该组实验结果中可以看出,Kittler 和 Kapur 方法丢失了大量的目标边界,文献[4]方法虽然大体上能分割出目标的轮廓,但是丢失了很多细节信息,本文方法结果轮廓清晰,具有丰富的细节,甚至保留了原始图像中地形的纹理信息。本文方法用 SUSAN 特征响应描述边缘信息,因为 SUSAN 算子对低对比度图像和弱边界有很好的边缘检测效果,所以能在分割图像中极好地保留原图的主要边缘;因为对非边缘像素的响应描述得更准确,所以在分割结果中更能反映原图的非边缘细节信息。图 5(c)是对加了均值为 0、方差为 0.01 的高斯噪声的 Aerial 图像进行分割的结果,与图 5(b)相比,在有噪声的条件下,Kittler 方法、Kapur 方法及文献[4]都不同程度出现了边界弱化的现象,SUSAN 算子对局部噪声并不敏感,能够有效抑制噪声对结果产生的不良影响,可以看到结果边缘依然很清楚。

结束语 本文对传统的基于边缘信息的阈值分割算法进行改进,引入 SUSAN 特征响应描述图像信息,SUSAN 算法的求和运算使其对局部噪声并不敏感,同时保留了非边缘像素的边界响应,保证了响应图像的完整性,对响应图像采用分割方法能得到全局最优解。对灰度 Coins 图像、Aerial 图像、加高斯噪声的 Aerial 图像的分割结果表明了本文算法在保持目标轮廓和分割低对比度图像方面的优势,本文算法同样适用于有噪声的场合。但是 SUSAN 算法的运算速度比较慢,如何提升生成特征响应图像的效率以更好地发挥阈值分割的实时性的优势,对于处在目标和背景灰度相似之间的边界点该方法会造成边界点丢失以及如何提高该算法的适用性都是后期需要研究的重点。

参 考 文 献

[1] 章毓晋. 图像分割[M]. 北京:科学出版社,2001:1-2

[2] 付忠良. 图象阈值选取方法的构造[J]. 中国图像图形学报,2000,5(6):466-469

[3] 李立源. 一种强鲁棒性的完全确定快速阈值化方法[J]. 模式识别与人工智能,1993,6(3):235-241

[4] 刘平,陈斌,阮波. 基于边缘信息的图像阈值化分割方法[J]. 计算机应用,2004,24(9):28-30

[5] Wu Z Y,Leahy R. An optimal graph theoretic appraoch to data clustering:Theory and its application to image segmentation[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence,1993,15(11):1101-1113

[6] Shi J, Malik J. Normalized Cuts and Image Segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence,2000,22(8):888-905

[7] Ding C H Q,He Xiaofeng,Zha Hongyuan. A Min-max Cult Algorithm for Graph Partitioning and Data Clustering[C]// Processding of the 2001 IEEE International Conference on Data Mining. 2001:107-114

[8] 刘雅坤,于双元,罗四维. 基于最小最大割算法的阈值分割算法[J]. 计算机科学,2014,41(1):95-99

[9] Smith S M,Bradya J M. A new approach to low level image processing[J]. International Journal of Computer Vision,1997,23(1):45-78

[10] 詹署,孙乔博,徐甲甲,等. 融合 SUSAN 特征的医学图像 Graph cuts 算法[J]. 电子测量与仪器学报,2013,27(6):509-514

[11] 陶文兵,金海. 一种新的基于图谱理论的图像阈值分割方法[J]. 计算机学报,2007,30(1):110-119

(上接第 103 页)

[5] Ferré S. Negation,Opposition,and Possibility in Logical Concept Analysis[C]// Ganter B,Kwuida L,eds. Proc. of the fourth International Conference on Formal Concept Analysis, LNAI 3874. Heidelberg:Springer Verlag,2006:130-145

[6] Pan Zheng-hua. Fuzzy Set With Three Kinds of Negations in Fuzzy Knowledge Processing[C]// Proceedings of The Ninth International Conference on Machine Learning and Cybernatics. Qingdao,China,2010:2730-2735

[7] 潘正华. 模糊知识的 3 种否定及其集合基础[J]. 计算机学报,2012,35(7):1421-1428

[8] 潘正华. 区分 3 种否定的模糊命题逻辑形式系统及其应用[J]. 软件学报,2014,25(6):1255-1272

[9] Wang Shan-shan, Pan Zheng-hua, Yang Lei. Fuzzy Decision Making Based on Fuzzy Logic with Contradictory Negation,Opposite Negation and Medium Negation[M]// Lecture Notes in Computer Science. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2012, 7530:200-208

[10] 王立新. 模糊系统与模糊控制[M]. 北京:清华大学出版社,2003:55-66

[11] Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes[J]. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics,1973,3:28-44

[12] Wang P Z,Zhang H M. Truth-Valued Flow Inference and It's Dynamic Analysis[J]. Journal of Beijing Normal University, 1989(1):1-12

[13] Pelletier F J. Metamathematics of Fuzzy Logic[J]. The Bulletin of Symbolic,2000,6(3):342-346

[14] Xiao Xi'an,Zhu Wu-jia. Propositional Calculus System of Medium Logic(III)[J]. Journal of Mathematics Research & Exposition,1988,8(4):617-631

[15] 张胜礼,潘正华. 中介命题逻辑一种新的无穷值语义模型及意义[J]. 计算机工程与应用,2010,46(31):45-49

[16] Dung PM,Mancarella P. Production systems need negation as failure[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering,2002,14(2):336-353