

基于遗传算法的分段 Chen 系统的参数估计

唐 文 吴 雷

(空军空降兵学院 桂林 541003)

摘 要 对比研究了单种群遗传算法和多种群遗传算法在分段 Chen 系统参数估计中的应用,通过构造一个合适的适应度函数,将 Chen 系统的多参数估计问题转化成一个问题多参数的寻优问题,利用遗传算法全局寻优性对其进行计算。仿真结果表明,相对于采用单种群遗传算法估计分段 Chen 系统参数,多种群遗传算法在准确性、鲁棒性方面具有明显的优势。

关键词 单种群遗传算法,多种群遗传算法,遗传算法,参数估计,混沌

中图分类号 TP391.9 **文献标识码** A

Parameter Estimation for Piecewise-linear Chen System Based on Genetic Algorithm

TANG Wen WU Lei

(Air Force Airborne Academy, Guilin 541003, China)

Abstract In the paper, single population genetic algorithm and multi-group genetic algorithm were studied on the parameter estimation of the piecewise-linear Chen system. The problem of multiple parameter estimation was transformed into multi-parameter optimization problem by constructing an appropriate fitness function and numerical calculation was done with global optimization of genetic algorithm. The result shows that multi-group genetic algorithm has more obvious advantages in accuracy and robustness than single population genetic algorithm in estimating parameters on the piecewise-linear Chen system.

Keywords Single population genetic algorithm, Multi-group genetic algorithm, Genetic algorithm, Parameter estimation, Chaos

1 引言

近年来,许多研究工作者用分段线性函数构建简单的电路来实现微分方程中的混沌。陈等在 Lorenz 系统的基础上,导出了一个新的混沌系统——Chen 系统^[1]。Chen 系统与 Lorenz 系统具有不同的拓扑结构,前者比后者具有更复杂的拓扑结构和动力学行为,这使得它在信息加密和保密通信领域有着更广阔的应用前景。在混沌保密通信中,要实现信号的接收,必须要做到信号之间的同步,许多研究者针对不同的混沌系统提出一些混沌同步的方法^[2-6],但在系统参数是未知的情况下,就必须事先估计出混沌系统的未知参数,才能达到通信的目的。

文献[7]基于遗传算法对 Lorenz 混沌系统的 b 参数进行了估计,条件是另外两个参数是已知的。文献[8]基于一种改进了的粒子群优化算法对 Lorenz 混沌系统的 b 参数进行了估计,条件也是另外两个参数已知。但是,上述做法都是在有已知参数的情况下对另外一个参数进行估计,这样就存在着一些不足。本文基于遗传算法具有的全局搜索和局部搜索的能力,提出了利用遗传算法对分段 Chen 系统全部参数进行估计的一种新方法。仿真结果表明,即使在有加噪声的情况下,该方法也能取得较好的估计效果。

2 遗传算法

遗传算法(Genetic Algorithm)是一类借鉴生物界自然选择和自然遗传机制的随机搜索方法,非常适用于处理传统搜索算法难以解决的复杂和非线性优化问题。目前,遗传算法已经被广泛应用于组合优化^[9-11]、机器学习^[12-14]、信号处理^[15,16]、自适应控制和人工生命等领域^[17-19]。

与传统搜索算法不同,遗传算法从随机产生的初始解开始搜索,通过一定的选择、交叉操作逐步产生新的解。群体中的每个个体代表问题的一个解,称为染色体,染色体的好坏用适应度值来衡量,根据适应度的好坏从上一代中选择一定数量的优秀个体,通过交叉、变异形成下一代群体。经过若干代的进化后,算法收敛于最好的染色体,它即为问题的最优解或次优解。

2.1 基本遗传算法

基本遗传算法也就是所谓的单种群遗传算法。本文只简要说明单种群遗传算法的基本要素,具体内容可以参考文献[20]。

遗传算法的基本要素包括染色体的编码方法、适应度函数、遗传操作和运行参数。(1)染色体编码方法是指个体的编码方法,目前常用的有二进制法、实数法,本文采用二进制法,

本文受国家高技术研究发展计划项目(2012AA121002)资助。

唐 文(1984—),女,主要研究方向为电子技术与神经网络、数字信号处理等,E-mail: sky-word@qq.com(通信作者);吴 雷(1979—),男,硕士,主要研究方向为智能算法和混沌系统控制与同步。

即把个体编码成为一个二进制串。(2)适应度函数是指根据进化目标编写的计算个体适应度值的函数,通过适应度函数计算每个个体的适应度值,将其提供给选择算子进行选择。选择操作的目的是从当前群体中选出优良的个体,使它们有机会作为父代繁殖下一代子孙。本文的选择算子采用了随机遍历抽样算法进行选择操作。(3)遗传操作是指选择操作、交叉操作和变异操作。在基本遗传算法中,交叉算子是产生新个体的主要算子,它决定了遗传算法的全局搜索能力;而变异算子只是产生新个体的辅助算子,它决定了遗传算法的局部搜索能力。(4)运行参数是遗传算法在初始化时确定的参数,主要包括群体大小 M 、遗传代数 g 、交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 。一般地,交叉概率 P_c 在 $0.7 \sim 0.9$ 之间随机取值,变异概率 P_m 在 $0.001 \sim 0.05$ 之间随机取值,但是 P_c 和 P_m 取不同的值,优化结果差异较大。这种情况可以从后面的仿真结果中看出。

2.2 多种群遗传算法

随着基本遗传算法研究的深入,其缺陷和不足也显现出来,比如早熟现象。不成熟收敛是遗传算法中一个不容忽视的现象,主要体现在群体中的所有个体都趋于同一状态而停止进化,最终无法得到满意的解答。

为了克服上述毛病,许多改进的种群遗传算法被提出:(1)增设多种群。采用多种群同时进化的方法,对不同的种群设置不同的控制参数,充分利用遗传算法的搜索能力。其中控制参数中的交叉概率 P_c 和变异概率 P_m 的取值决定了算法的全局搜索和局部搜索能力。(2)种群的独立性。虽然种群与种群之间是相互独立地进行寻优过程,但是它们之间通过移民算子相互联系,移民算子将各种群在进化过程中出现的最优个体定期地引入到其他种群中去,以实现种群之间的信息交换。其具体的操作规则是,将目标种群中的最差个体用源种群的最优个体代替。(3)优中选优。在进化的每一代,通过人工选择算子选出其他种群最优个体放入精华种群加以保存。精华种群不进行选择、交叉、变异等遗传操作,以保证进化工作中各种群产生的最优个体不被破坏和丢失。

3 基于遗传算法估计分段 Chen 系统参数

下面说明单种群遗传算法和多种群遗传算法在分段 Chen 系统参数估计中的应用。

分段 Chen 系统可表示为:

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y-x) \\ \dot{y} = (b-z)\operatorname{sgn}(x) + cy \\ \dot{z} = x\operatorname{sgn}(y) - dz \end{cases} \quad (1)$$

当 $a=1.18, b=5.82, c=0.7, d=0.168$ 时,系统是处于混沌状态的。混沌相图如图 1 所示。

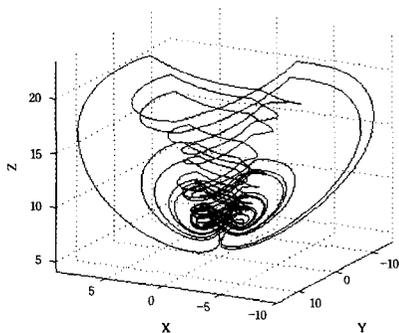


图 1 分段 Chen 系统混沌相图

假定系统的 4 个参数都未知,现对基本遗传算法估计未知参数进行说明。算法步骤如下:

第 1 步(初始化) 设随机产生种群中的个体数目为 N , 文中 $N=40$ 。所有个体均采用二进制编码方式,基本遗传算法以这 N 个串结构的数据作为初始点开始进化。注意每个参数的初始化随机编码都受到参数取值范围的约束,即

$$\begin{cases} a_{\min} \leq D(a_i^k) \leq a_{\max} \\ b_{\min} \leq D(b_i^k) \leq b_{\max} \\ c_{\min} \leq D(c_i^k) \leq c_{\max} \\ d_{\min} \leq D(d_i^k) \leq d_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

其中, a_{\min} 和 a_{\max} 分别是 a 参数的上、下限; b_{\min} 和 b_{\max} 分别是 b 参数的上、下限; c_{\min} 和 c_{\max} 分别是 c 参数的上、下限; d_{\min} 和 d_{\max} 分别是 d 参数的上、下限。它们需要根据已有的知识与经验给定。 $D(a_i^k), D(b_i^k), D(c_i^k), D(d_i^k)$ 分别是个体的不同参数的二进制编码所对应的十进制数。

第 2 步(迭代计算) 将第 g 代中的个体 $(a_i, b_i, c_i, d_i)^k$ 对应的十进制数 $D(a_i, b_i, c_i, d_i)^k$ 代入方程(1)中,经过计算得到参数为 $D(a_i, b_i, c_i, d_i)^k$ 时所对应的状态变量值 $(x_i^k(t), y_i^k(t), z_i^k(t))$ 。然后根据测得的系统状态变量 $(x(t), y(t), z(t))$ 计算相应的误差,即

$$e_i^k = \sum_{t=0}^T \{ (x(t) - x_i^k(t))^2 + (y(t) - y_i^k(t))^2 + (z(t) - z_i^k(t))^2 \} \quad (3)$$

其中, t 为 0 到 T 之间的一系列离散时间序列。显然,式(3)的误差值应尽可能小,由于遗传算法不能直接处理最小值的问题,因此需要将最小值问题转换为最大值问题。现构造适应度函数 f_i^k 为

$$f_i^k = 1/e_i^k \quad (4)$$

第 3 步(优化) 根据式(4)计算得到的 g 代所有个体 $(a_i, b_i, c_i, d_i)^k$ 的适应度 f_i^k ,进行遗传算法的选择、交叉、变异操作,产生新的第 $g+1$ 代估计参数个体 $(a_i, b_i, c_i, d_i)^{k+1}$,同时新一代的个体数目维持不变。

第 4 步(终止计算) 设定最大迭代代数,本文设置为 $g=500$ 。

对多种群遗传算法的补充说明:

(1)在基本遗传算法的第 1 步中,设有多种群且每个种群随机配置不同的控制参数,让多种群协同优化,这样就弥补了标准遗传算法的不足,文中 $M=10$ 。

(2)在每个种群的基本遗传算法的遗传操作完成后,实行种群之间的移民操作。

(3)多种群终止条件为如果第 g 代精华种群最大的个体数小于某设定的正值 ϵ ,即

$$f_i^k \leq \epsilon (i=1, 2, \dots, K) \quad (5)$$

则多种群遗传算法停止寻优;否则, $g=g+1$,并返回到第 2 步。

4 仿真

当分段 Chen 系统的参数取 $a=1.18, b=5.82, c=0.7, d=0.168$ 时,利用四阶龙格-库塔法求解微分方程组,步长 $h=0.01$ 。为了估计的准确性,文献[7,8]采用了先让混沌系统自由演化,舍去暂态值后任选一点为初值的办法。为了全面考察算法的有效性,本文考虑不舍去暂态值,直接以 0 时刻为初值开始演化,直至 $t=500h$ 处。这样,就得到了未知参数

的分段 Chen 系统在离散时间序列 0h, 1h, 2h, ..., 500h 上的状态变量值 (x, y, z) 。

图 2 是 5 次单种群寻优的过程, 图 3 是 5 次多种群寻优的过程。从图 2、图 3 上可以看出, 单种群遗传算法在 5 次参数估计过程中得到的结果均不相同, 说明了单种群遗传算法在 Chen 系统参数估计中是不稳定的; 而且在接近 500 代的时候仍然没有稳定下来, 说明最优解还有进一步优化的可能。但是, 多种群遗传算法在此问题上表现出了很好的稳定性, 而且使用遗传代数都很小, 最大的不超过 30 代, 反映了该算法具有较快的收敛速度, 5 次所得到的结果十分接近。为了对比单、多种群算法的优化结果, 分别对单、多种群遗传算法实验 20 次, 取它们结果的平均值作为最后的估计结果。本文得到多种群算法估计的参数平均值是 $a = 1.18859, b = 5.79075, c = 0.70304, d = 0.168398$, 十分接近于真实值; 而单种群算法估计的参数平均值是 $a = 1.225045, b = 5.745985, c = 0.709977, d = 0.172316$, 绝对误差较大。

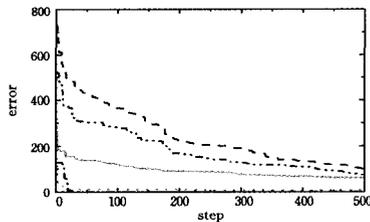


图 2 单种群进化过程

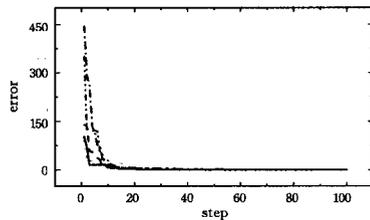


图 3 多种群进化过程

为了考虑噪声对两种算法在参数估计上的影响, 在标准状态变量 (x, y, z) 上叠加强度 $\epsilon = 0.1$ 的高斯白噪声。此时, 得到多种群算法估计的参数平均值是 $a = 1.18946, b = 5.72014, c = 0.708851, d = 0.169305$; 而单种群算法估计的参数平均值是 $a = 1.399297, b = 5.58491, c = 0.744344, d = 0.187815$ 。

图 4—图 7 分别是 20 次加噪声后单种群、多种群寻优最终结果的对比图。从图中可以清楚看出, 在加噪声的情况下, 多种群遗传算法得到的结果比较平稳, 而单种群遗传算法的结果起伏较大, 表明了多种群算法比单种群算法的鲁棒性好。多种群遗传算法估计的 4 个参数的平均相对误差分别为: $\Delta a = 0.81\%, \Delta b = 1.7\%, \Delta c = 1.3\%, \Delta d = 0.78\%$; 单种群遗传算法估计的 4 个参数平均误差则为: $\Delta a = 18.6\%, \Delta b = 4.0\%, \Delta c = 6.2\%, \Delta d = 11.8\%$ 。

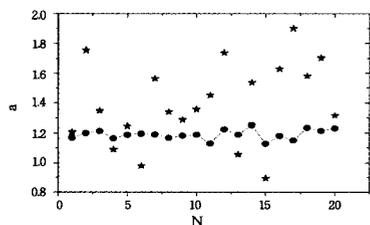


图 4 有噪声时, 单、多种群 a 参数的最优解对比

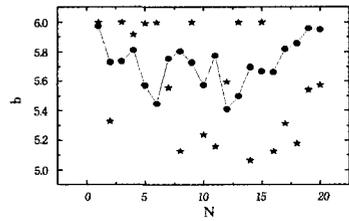


图 5 有噪声时, 单、多种群 b 参数的最优解对比

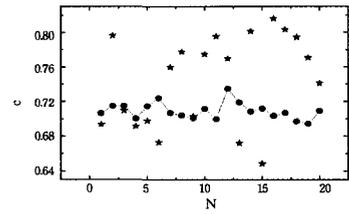


图 6 有噪声时, 单、多种群 c 参数的最优解对比

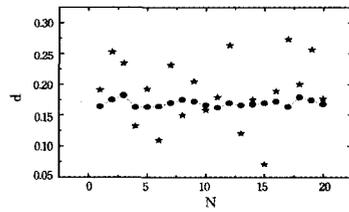


图 7 有噪声时, 单、多种群 d 参数的最优解对比

结束语 本文基于遗传算法寻优的特性, 分别用单种群和多种群遗传算法估计了 Chen 系统的 4 个参数, 结果表明多种群算法比单种群算法在此问题上具有一定的优越性。首先是多种群算法能在较短的代数上得到结果, 且结果精确; 其次, 多种群算法比单种群算法更具有抗噪声干扰的性能。所以, 本文所提算法对混沌系统参数估计具有一定的参考价值。

参考文献

- [1] 陈关荣, 吕金虎. Lorenz 系统族动力学分析、控制与同步[M]. 北京: 科学出版社, 2003
- [2] 胡爱花, 徐振源. 利用白噪声实现混沌系统线性广义同步的研究[J]. 物理学报, 2007, 56(6): 3132-3136
- [3] 贾飞蕾, 徐伟. 一类参数不确定混沌系统的延迟同步[J]. 物理学报, 2007, 56(6): 3101-3106
- [4] 陈晶, 张天平. 一类不确定混沌系统的观测器同步[J]. 物理学报, 2006, 55(08): 3928-05
- [5] 王兴元, 王明军. 3 种方法实现超混沌 Chen 系统的反同步[J]. 物理学报, 2007, 56(12): 6843-08
- [6] 秦卫阳, 杨永锋, 王红瑾, 等. 非线性振动系统的预测同步方法研究[J]. 物理学报, 2008, 57(4): 2068-05
- [7] 戴栋, 马西奎, 李富才, 等. 一种基于遗传算法的混沌系统参数估计方法[J]. 物理学报, 2002, 51(11): 2459-2462
- [8] 高飞, 董恒庆. 基于改进粒子群优化算法的混沌系统参数估计方法[J]. 物理学报, 2006, 55(2): 577-582
- [9] 边霞, 米良. 遗传算法理论及其应用研究进展[J]. 计算机应用研究, 2010(7): 2425-2429
- [10] 谷良贤, 龚春林. 基于遗传算法的组合优化方法在整体式冲压发动机导弹一体化设计中的应用[J]. 西北工业大学学报, 2004, 22(3): 316-320
- [11] 赵中煜, 彭宇, 等. 基于紧致遗传算法的组合电路测试集压缩[J]. 仪器仪表学报, 2008, 29(11): 2384-2388

(下转第 99 页)

归纳步骤:假设 $n \geq 0, P(n)$ 为真,下面证明 $P(n+1)$ 亦为真。设 $(\sigma, \sigma') \in \theta_{n+1}$, 且 $\sigma \Vdash A'$, 则

$$(a) \sigma \Vdash A' \wedge b$$

对某个状态 σ'' 使得 $(\sigma, \sigma'') \in \mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel$, 且 $(\sigma'', \sigma') \in \theta_n$ 。由于 $\Vdash A' \wedge b \parallel_{[a_1, a_2]}(c)_1 \{A'\}$, 故有

$$Prob_{S_A^1 \wedge b}(\{\sigma \Vdash A' \wedge b \mid \forall \sigma' \in \Sigma. \sigma \Vdash A' \wedge b \Rightarrow \sigma' \Vdash A'\}) = \alpha (\in [a_1, a_2]) \quad (40)$$

而由假设 $P(n)$ 为真,可以得到

$$Prob_{S_A^1 \wedge b}(\{\sigma'' \Vdash A' \wedge b \mid \forall \sigma' \in \Sigma. \sigma'' \Vdash A' \wedge b \Rightarrow \sigma' \Vdash A' \wedge \neg b\}) = \alpha (\in [a_1, a_2]) \quad (41)$$

从而由 $Prob(\{\sigma \Vdash b \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash b \Rightarrow \mathcal{B}_{env} \parallel b \parallel \sigma = \text{true}\}) \leq 1$ 以及式(40)和式(41)可得

$$Prob_{S_A^1 \wedge b}(\{\sigma \Vdash A' \mid \forall \sigma' \in \Sigma. \sigma \Vdash A' \Rightarrow \sigma' \Vdash A' \wedge \neg b\}) \leq \alpha \leq 1$$

$$(b) \sigma \Vdash A' \wedge \neg b$$

显然地, $\sigma = \sigma'$ 。从而由 $\sigma \Vdash A' \wedge \neg b$ 得到 $\sigma' \Vdash A' \wedge \neg b$ 。

注意到 $Prob(\{\sigma \Vdash b \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash b \Rightarrow \mathcal{B}_{env} \parallel b \parallel \sigma = \text{false}\}) \leq 1$, 故有 $Prob_{S_A^1 \wedge b}(\{\sigma \Vdash A' \mid \forall \sigma' \in \Sigma. \sigma \Vdash A' \Rightarrow \sigma' \Vdash A' \wedge \neg b\}) \leq 1$ 。

这样,就证明了 $P(n+1)$ 为真。从而 $\forall n \in \mathbb{N}, P(n)$ 为真,因此拟循环规则是可靠的。

拟推理规则 1: 设 $B \overset{1}{\infty} B$ 且 $\Vdash \{A\}_{[a_1, a_2]}(c)_1 \{B'\}$ 。I 是一个解释。假定 $\sigma \Vdash A'$, 于是 $Prob_{S_A^1}(\{\sigma \Vdash A \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash A \Rightarrow \mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel \sigma \Vdash B'\}) = \alpha (\in [a_1, a_2])$ 且 $\mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel (S_A^1 \cap \text{Dom. } I_c) \sqsubseteq_1 S_B^1$ 。

从而再由定义 12 可知 $Prob_{S_A^1}(\{\sigma \Vdash A \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash A \Rightarrow \mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel \sigma \Vdash B\}) = \alpha (\in [a_1, a_2])$ 且 $\mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel (S_A^1 \cap \text{Dom. } I_c) \sqsubseteq_1 S_B^1$ 。

于是 $\Vdash \{A\}_{[a_1, a_2]}(c)_1 \{B\}$ 。故拟推理规则 1 是可靠的。

拟推理规则 2: 设 $A \overset{1}{\infty} A'$ 且 $\Vdash \{A'\}_{[a_1, a_2]}(c)_1 \{B\}$ 。I 是一个解释。假定 $\sigma \Vdash A'$, 于是 $Prob_{S_A^1}(\{\sigma \Vdash A' \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash A' \Rightarrow \mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel \sigma \Vdash B\}) = \alpha (\in [a_1, a_2])$ 且 $\mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel (S_A^1 \cap \text{Dom. } I_c) \sqsubseteq_1 S_B^1$ 。

从而再由定义 12 可知 $Prob_{S_A^1}(\{\sigma \Vdash A \mid \forall \sigma \in \Sigma. \sigma \Vdash A \Rightarrow \mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel \sigma \Vdash B\}) \leq 1$ 且 $\mathcal{C}_{env} \parallel c \parallel (S_A^1 \cap \text{Dom. } I_c) \sqsubseteq_1 S_B^1$ 。

于是 $\Vdash \{A\}_{[a_1, a_2]}(c)_1 \{B\}$ 。故拟推理规则 2 是可靠的。

根据规则归纳原理便有,每一条定理都是有效的。

结束语 鉴于 Hoare 逻辑理论上证明是正确的程序,实

际执行时却可能会出错等现象,同时为了对此现象进行刻画,本文基于经典 Hoare 逻辑提出了一种 $[a_1, a_2]$ -1-概率拟 Hoare 逻辑用于量化程序的正确执行情况,度量程序实际执行与理论之间的差距,反映理论被实际程序实现的程度,进一步地,证明了该逻辑的可靠性。在接下来的工作中,我们会深入研究更复杂的概率拟 Hoare 逻辑形式,同时,考虑如何将本文所提出的 $[a_1, a_2]$ -1-概率拟 Hoare 逻辑理论应用到软件工程的实际中,并基于该理论开发相应的工具。

参考文献

- [1] Floyd R W. Assigning Meanings to Programs[M]// Schwartz J T, A M S, eds. Proceedings of Symposium on Applied Mathematics. 1967:19-32
- [2] 周巢尘. 形式语义学引论[M]. 长沙:湖南科学技术出版社,1985
- [3] Hoare C A R. An Axiomatic Basis for Computer Programming[J]. Communications of The ACM, 1969, 12(10): 576-580, 583
- [4] Apt K R. Ten Years of Hoare's Logic: A Survey Part-I[J]. ACM Transactions on Programming Languages and Systems, 1981, 3(4): 431-483
- [5] Jones C B, Roscoe A W, Wood K R, et al. Reflections on the Work of C. A. R. Hoare[M]. Springer-Verlag, 2010
- [6] Winskel G. The Formal Semantics of Programming Languages: An Introduction[M]. MIT Press, 1993
- [7] 王志坚, 费玉奎, 姜渊清. 软件构件技术及其应用[M]. 北京: 科学出版社, 2005
- [8] 严士健, 王隽骧, 刘秀英. 概率论基础(第二版)[M]. 北京: 科学出版社, 2009
- [9] 丁万鼎. 测度论概要[M]. 合肥: 安徽人民出版社, 2005
- [10] 严加安. 测度论讲义(第二版)[M]. 北京: 科学出版社, 2004
- [11] Chung K L. A Course in Probability Theory (Third Edition) [M]. Academic Press, 2001
- [12] Hailperin T. Probability Logic[J]. Notre Dame Journal of Formal Logic, 1984, 25(3): 198-212
- [13] 王国俊, 王伟. 逻辑度量空间[J]. 数学学报, 2001, 44(1): 159-168
- [14] Wu Xin-xing, Hu Guo-sheng. Trustworthiness Measurements of Real-time Web Services[C]// 2014 International Conference on E-Commerce, E-Business and E-Service (EEE 2014). 2014, 5
- [15] 吴新星, 胡国胜, 陈仪香. 构件近似匹配的度量研究[J]. 计算机科学, 2014, 41(5): 190-195
- [16] 吴新星, 胡国胜, 陈仪香. Web 服务降级替换的一致性问题和量化研究[J]. 计算机科学, 2015, 42(2): 81-85, 94
- [17] 吴新星, 李俊燕. 系统可信性度量可视化软件 v2. 0[P]. 2014, 8

(上接第 85 页)

- [12] 郝国生, 巩敦卫, 史有群, 等. 交互式遗传算法的机器代替用户方法[J]. 模式识别与人工智能, 2006, 19(1): 111-115
- [13] 蒋培. 基于共同进化遗传算法的机器学习[J]. 湖南师范大学学报, 2004, 27(3): 33-38
- [14] 崔嘉, 刘弘. 遗传算法在计算机辅助创新作曲中的应用[J]. 计算机工程与应用, 2007, 43(3): 198-206
- [15] 陈群, 宴克非. 考虑公交优先的城市交叉口遗传算法信号配时研究[J]. 系统工程理论与实践, 2005, 11: 133-138
- [16] 刘伯鸿, 李国宁, 洪玲娇. 基于遗传算法的信号联锁故障处理中

- 风险问题[J]. 兰州交通大学学报, 2005, 24(4): 103-105
- [17] 梁旭, 黄明. 基于学习机制的退火并行遗传算法应用研究[J]. 系统工程学报, 2006, 21(6): 663-66
- [18] 王鼎, 吴瑛. 基于改进遗传算法的矩阵联合对角化[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(3): 578-581
- [19] 邵克勇, 李飞, 等. 基于改进遗传算法的双向 BP 神经网络控制[J]. 化工自动化及仪表, 2010, 37(10): 18-21
- [20] 玄光男, 程润伟. 遗传算法与工程设计[M]. 北京: 科学出版社, 2000