

基于截断边扩展图的网络可靠度近似分析

孙云 钟发荣 莫毓昌 潘竹生

(浙江师范大学数理与信息工程学院 金华 321004)

摘要 小型网络可以快速计算出可靠度精确值,但对于大型网络,可靠性精确值的计算非常困难,因此提出一种基于截断边扩展图的网络可靠性近似分析算法。实验结果证明,该算法能够在生成较小边扩展图和等价 BDD(Binary Decision Diagrams)的基础上得到误差较小的近似值。

关键词 边扩展图,网络可靠度,截断近似

中图法分类号 TB114 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.7.026

Computing Approximate Network Reliability Based on Truncated Edge Expansion Diagram

SUN Yun ZHONG Fa-rong MO Yu-chang PAN Zhu-sheng

(College of Mathematics, Physics and Information Engineering, Zhejiang Normal University, Jinhua 321004, China)

Abstract Exact reliability of small-scale network can be calculated quickly, but for large-scale networks, reliability calculation is difficult. We proposed an approximate analysis algorithm for network reliability based on truncated edge expansion diagrams. The experiment results show that our algorithm can obtain the approximate network reliability based on generating smaller edge expansion diagrams and equivalent binary decision diagrams.

Keywords Edge expansion diagrams(EED), Network reliability, Truncation approximation

1 引言

如今,网络变得越来越快捷、廉价、无处不在,随之而来的网络可靠性问题逐渐成为人们关注的焦点,也给网络供应商、运营商带来严峻的挑战。端到端可靠度计算是网络可靠性分析、评价和设计的基础。然而对于现代网络,快速精确计算大规模网络的端到端可靠性是目前的现实难题。随着网络规模的扩大,网络的结构越来越复杂。缺乏可靠性的准确评估,工程人员设计出的网络可能面临安全隐患,给网络管理、维护和修复带来很多不确定性^[1]。尤其在自然灾害频发的今天,网络故障将给社会经济带来巨大的损失,因此网络可靠性研究具有极其重要的现实意义^[2-4]。

网络可靠性的概率连通性是网络设计和运行中必不可少的一个重要参数。本文研究的重点就是网络的概率连通性,尤其是二端连通性。网络可靠性通常分为3类: s - t 可靠性,即源端到终端连通的概率; k -端可靠性,即网络中指定的 k 个节点连通的概率;全端可靠性,即网络中所有节点之间都连通的概率。目前对这3类网络可靠性的计算方法分为两类:精确算法和近似算法^[5]。由于网络可靠度的求解是NP难题,精确计算方法一般只适用于中小型网络或具有特殊拓扑结构的网络。迄今为止,常见的网络可靠度精确计算方法有:状态枚举法^[6]、容斥原理法^[7,8]、不交积和法、因子分解法等。对于中大型网络,常用近似算法来求取网络可靠度。利用近似

算法求网络可靠度是一种以牺牲可靠度精度为代价换取降低计算难度的方法。常见的网络可靠度的近似算法有上下界法^[9]、图变换法^[10,11]等。

本文提出的近似算法基于Kuo的边扩展图分析技术构造截断边扩展图,然后基于BDD分析截断路径函数,从而得出可靠度的近似值。实验结果证明:该算法能够在生成较小边扩展图和等价BDD的基础上得到误差较小的近似值。

2 边扩展图技术

Kuo^[12]所提出的基于边扩展图技术的网络可靠度分析方法,将路径函数思想应用到网络分析中,借助BDD缓解了大网络分析过程中的时空需求爆炸问题,并利用网络Hash解决同构子图的识别问题。

利用边扩展图技术构造给定网络 G 的等价路径函数,其基本思想是从源点 s 开始递归遍历网络,并在遍历过程中构造子网,直至到达汇点 t 。具体步骤为:(1)遍历网络和构造子网。设给定网络 G 中与源点 s 连接的边为 $x_i(i=1,2,\dots,k)$,分别沿着边 x_i 进行网络遍历,并构造 k 个子网 $G * x_i(i=1,2,\dots,k)$ 。子网 $G * x_i$ 通过收缩边 x_i 得到,收缩规则为将源点 s 收缩到边 x_i 的另一端点并作为新的源点,同时删除所有与原先源点连接的边。在得到网络 G 的 k 个子网之后,把它们作为网络 G 沿边 x_i 的孩子节点,此时网络 G 的路径函数可以表示为:

到稿日期:2014-06-20 返修日期:2014-09-15 本文受国家自然科学基金(61272130),浙江省自然科学基金(Y1100689)资助。

孙云(1988-),女,硕士生,主要研究方向为网络可靠性,E-mail:sdlysunyun@163.com;钟发荣(1963-),男,博士,教授,主要研究方向为Web服务组合、可信计算;莫毓昌(1980-),博士,副教授,主要研究方向为复杂计算系统可靠性建模和评估;潘竹生(1977-),硕士,副教授,主要研究方向为系统可靠性分析与设计。

$$PF(G) = x_1 PF(G * x_1) + x_2 PF(G * x_2) + \dots + x_k PF(G * x_k) \quad (1)$$

其中, $PF(G)$ 表示网络 G 的路径函数。(2) 对于每一个子网 $G * x_i$, 重复执行以上步骤, 直到源点 s 和汇点 t 合并, 此时返回逻辑真值。通过递归地复合中间路径函数的结果, 得到给定网络 G 的最终路径函数。

对于图 1 中的网络 G , 边扩展图的生成如图 2 所示。

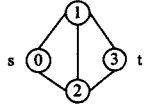


图 1 网络 G

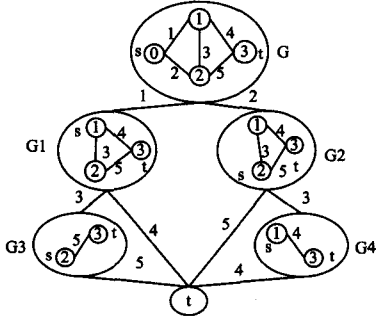


图 2 网络 G 的边扩展图生成过程

网络可靠度的路径函数是布尔函数, 进而可以表示成 BDD。BDD 是有向无环图, 其实现机理为布尔函数的香农分解。设 f 为布尔函数, x 为 f 的决策变量, $f_x(x = \{0, 1\})$ 是函数 f 在 x 的值, 则函数 f 的香农分解可描述为:

$$f = xf_x + \bar{x}f_{\bar{x}} = 0 \quad (2)$$

在给定的变量排序下, 递归地运用香农分解, 布尔函数 f 被图形化表示成 BDD。路径函数的 BDD 表示其尺度 (BDD 节点数) 严格依赖边排序策略, 在不同的边排序策略下, 生成的 BDD 尺度可能在几个数量级之间变化^[13,14]。因此, 在使用 BDD 进行可靠度分析时, 必须选择一种好的边排序策略。本文使用广度优先边排序策略。

3 基于截断边扩展图的近似分析方法

3.1 基本思想

本文提出的近似算法基于 Kuo 的边扩展图分析技术构造截断边扩展图, 然后基于 BDD 分析截断路径函数, 从而得出可靠度的近似值。

下面着重讨论截断边扩展图的构造算法。其基本思想为: 定义全局变量 $Length$, 在进行边扩展的过程中, 考虑到每条从根节点的原始图到连通端节点的完整支路, 当该支路的长度大于 $Length$, 则直接对该支路进行截断, 不再让其继续扩展, 否则保留该支路。则网络可靠度的计算公式为:

$$P_r(G, Length) = \begin{cases} x_1 P_r(G_{x_1}^*, Length-1) + \dots + x_k P_r(G_{x_k}^*, Length-1) & Length > 0 \\ 0, & Length = 0 \end{cases} \quad (3)$$

显然, 当完整边扩展图中各个分支的长度都小于 $Length$ 时, 计算出的网络可靠度就是精确值, 否则对于每个设定的参数 $Length$, 都对应网络可靠度的一个近似值, 并随着参数

$Length$ 的改变, 近似值也在不断改变, 因此可以通过不断改变参数, 得到一个合适的近似值, 使得在允许性能条件下误差最小。

3.2 算法描述

给定网络 $G = (V, E, S, T)$, 以及全局变量 $Length$, 构造从源点 s 到汇点 t 的截断边扩展图的算法步骤如下:

步骤 1 收缩与源点 s 连接的边 $x_i (i=1, 2, \dots, k)$, 得到 k 个子网 $G * x_k$;

步骤 2 判断支路长度是否大于 $Length$, 若大于, 则截断, 不再进行边扩展, 否则, 保留该支路;

步骤 3 对于 k 个子网按照步骤 1、2 继续递归地进行边扩展;

步骤 4 至此截断边扩展图构造完毕, 可以利用截断边扩展图对应的布尔函数构建等价的 BDD, 然后遍历已经生成的 BDD, 计算网络可靠性。

对于图 1 网络 G 所对应的边扩展图 (见图 2), 支路长度为 4, 取 $Length=2$, 则当边扩展进行到第 2 层时就不再继续, 图 2 中对应的 G_3, G_4 被截断, 其截断边扩展图的结果如图 3 所示。

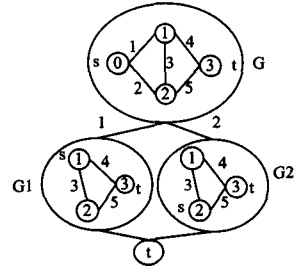


图 3 网络 G 截断边扩展图

4 算法应用

为了考察算法的性能, 考虑以下几种网络, 如图 4 所示。图 4 中的网络都为基准网络, 应用较为广泛^[15,16], 这些网络中各条边的工作概率都为 0.9。

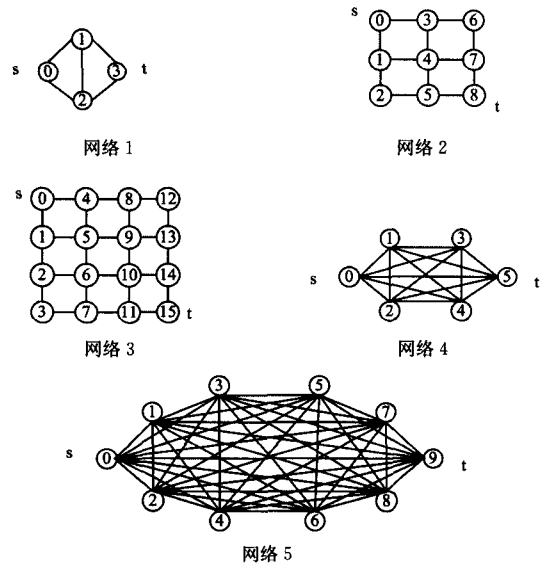


图 4 基准网络

算法测试结果如表 1 所列, 表 1 对 Kuo 算法与本文提出的基于截断边扩展图的近似算法进行了比较。“算法 1”栏列出了 Kuo 算法得到的网络可靠度精确值; “算法 2”栏列出了

不同参数下运用本文提出的基于截断边扩展图近似算法得出的网络可靠度近似值;“BDDSize1”栏列出了算法 1 生成的 BDD 尺度;“BDDSize2”栏列出了算法 2 生成的 BDD 尺度。“误差”栏列出本文所提算法与 Kuo 算法关于网络可靠度的相对误差。

由表 1 可得:

1)对于大型网络,本算法效果更好。比如表 1 中的网络 5,BDD 尺度减小 80.1%,并且误差在 5%之内。

2)对于同一网络,需不断地调整 $Length$ 的值,直至选定一个合适值,从而得到一个合适的近似值,使得在允许性能条件下误差最小。比如表 1 中网络 2, $\{s, t\}$ 为 $\{0, 8\}$ 时,在误差允许范围内,当设置 $Length$ 的值为 6 时, BDD 尺度减小 13%,而当设置 $Length$ 的值为 4 时, BDD 尺度减小 34.7%。

3)对于同一网络,要选择合适的 $\{s, t\}$, 比如网络 3, 在误差允许范围内,当 $\{s, t\}$ 为 $\{0, 15\}$ 时, BDD 尺度减小 25.5%,而 $\{s, t\}$ 为 $\{1, 10\}$ 时, BDD 尺度减小 62.6%。

表 1 可靠度分析

网络	$\{s, t\}$	算法 1	BDDSize1	Length	算法 2	BDDSize2	误差(%)
网络 1	$\{0, 3\}$	0.97848	8	2	0.96389	6	1.5
网络 2	$\{0, 8\}$	0.97250	46	4	0.96992	30	0.3
	$\{0, 8\}$	0.97250	46	6	0.97183	40	0.06
	$\{1, 6\}$	0.98216	39	4	0.95287	11	3.1
	$\{2, 7\}$	0.98216	41	4	0.95287	11	3.1
网络 3	$\{0, 15\}$	0.97504	247	6	0.96556	184	1.0
	$\{1, 10\}$	0.99686	225	5	0.99270	84	0.4
	$\{2, 5\}$	0.99709	273	6	0.99508	63	0.2
	$\{3, 11\}$	0.98540	141	6	0.98190	51	0.3
网络 4	$\{0, 5\}$	0.99997	141	2	0.99986	46	0.01
	$\{0, 1\}$	0.99997	147	2	0.99986	31	0.01
	$\{0, 3\}$	0.99997	147	2	0.99986	34	0.01
网络 5	$\{0, 9\}$	0.99999	46256	3	0.99999	9860	≈ 0
	$\{0, 3\}$	0.99999	49724	3	0.99999	9860	≈ 0
	$\{0, 7\}$	0.99999	48248	3	0.99999	9872	≈ 0

结束语 本文提出基于截断边扩展图的网络可靠度近似分析算法。利用该近似算法可以快速计算出大型网络的可靠度,减少了计算递归网络的次数,其计算量要比精确算法小得多,从而缩短了计算二端网络可靠度的时间,为进一步研究大规模网络的可靠度提供依据,这也较为直观地表明该近似算法具有很好的优越性。

参 考 文 献

[1] Xing L D. An efficient binary-decision-diagram-based approach for network reliability and sensitivity analysis [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, Part A: Systems and Humans, 2008, 38(6): 105-115

[2] Rai S, Aggarwal K K. An efficient method for reliability evalua-

tion of a general network [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1978, 27(3): 206-211

[3] Medhi D. A unified approach to network suevivability for tele-traffic networks: models, algorithms and analysis [J]. IEEE Transactions on Communications, 1994, 42(2/3/4): 534-548

[4] Doverspike R. Trends in layered network management of ATM, SONET, and WDM technologies for network survivability and fault management[J]. Journal of Network and Systems Management, 1997, 5(2): 215-220

[5] Hui K P. Monte carlo networks reliability ranking estimation [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2007, 56(1): 50-57

[6] Shier D R. Network reliability and algebraic structures[M]. Oxford New York: Clarendon Press, 1991

[7] Lin Y K. Spare routing reliability for a stochastic flow network through two minimal paths under budget constraint [J]. IEEE Transactions on Reliability, 2010, 59(1): 2-10

[8] Yeh W C. A simple minimal path method for estimating the weighted multi-commodity multistate unreliable networks reliability [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2008, 93(1): 125-136

[9] Jane C C, Lai Y W. A dynamic bounding algorithm for approximating multi-state two-terminal reliability [J]. European Journal of Operational Research, 2010, 205(3): 625-637

[10] Shooman A M. Algorithms for network reliability and connection availability analysis [C]// Electro/95 International Professional Program Proceedings. Boston, USA, 1995: 309-333

[11] Resnde L I P. Implementation of a factoring algorithm for reliability evaluation of undirected networks [J]. IEEE Transactions on Reliability, 1988, 37(5): 462-468

[12] Kuo S Y, Lu S K, Yeh F M. Determining terminal-pair network reliability based on edge expansion diagrams using OBDD [J]. IEEE Transaction on Reliability, 1999, 48(3): 234-246

[13] Bryant R E. Symbolic Boolean Manipulation with Ordered Binary-Decision Diagrams [J]. ACM Computing Surveys, 1992, 24(3): 293-318

[14] Friedman S J, Supowit K J. Finding the Optimal Variable Ordering for Binary Decision Diagrams [J]. IEEE Transactions on Computers, 1990, 39(5): 710-713

[15] Yeh W C, Lin Y C, Chung Y Y. Performance analysis of cellular automata Monte Carlo simulation for estimating network reliability [J]. Expert Systems with Applications, 2010, 37(5): 3537-3544

[16] Doguc O, Ramirez-Marquez J E. A generic method for estimating system reliability using Bayesian networks [J]. Reliability Engineering and System Safety, 2009, 94(2): 542-550

(上接第 117 页)

[9] Dong Shao-zhou. The Desigh and Research of Routing algorithm and Simulation Model on Network on Chips, master dissertation [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2009

[10] Chen Yi-ou. Research on the network on chip architecture of oriented real-time complex systems and the mapping of technology [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2012

[11] Ababei C, de Paulo V, et al. 3D Network-on-Chip Architectures Using Homogeneous Meshes and Heterogeneous Floorplans

[J]. International Journal of Reconfigurable Computing, 2010

[12] Wang Ding-wei, Wang Jun-wei, Wang Hong-feng. Intelligent Optimization Methods[M]. Higher Education Press, 2007

[13] Yu Gang. The improved PSO algorithm and its application[M]. Chengdu: Chengdu University of Technology

[14] Mineo C, Jenkal R, Melamed S, et al. Interdie signaling in three dimensional integrated circuits[C]// Proceedings of IEEE Custom Integrated Circuits Conference (CICC '08). 2008: 655-658

[15] Rabaey J M. Digital Integrated Circuits: A Design Perspective (2nd edition) [M]. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 2003