

# 基于分形维数的图像边缘提取

关卿 张卫

(暨南大学信息科学技术学院 广州 510632)

**摘要** 针对医学领域中的红细胞图像要求测出细胞面积、圆度及个数等特征,提出一种基于分形维数的图像边缘提取方法。以分形布朗随机场模型为依据,计算每个像元的分形维数,将原来的灰度空间映射成分形维数空间,在该空间进行边缘检测。实验结果证明,在选择最佳窗口大小的情况下,该方法能突显医学细胞图像的检测特征,并且具有很强的抗噪声能力。

**关键词** 细胞,分形维数,分形布朗随机场,抗噪声,边缘信息提取

**中图分类号** TP391.9 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.6.062

## Image Edge Detection Based on Fractal Dimension

GUAN Qing ZHANG Wei

(College of Information Science and Technology, Jinan University, Guangzhou 510632, China)

**Abstract** In medical applications, the image of red blood cells requires the ability to extract the relevant features, such as a cell area, roundness and number, etc. For extracting the features of the image, this paper presented an image edge detection method based on fractal dimension. The method is based on fractal brownian random field model. It maps gray space into fractal dimension space by calculating the fractal dimension of every pixel, and then it completes the edge detection in the fractal dimension space. The experimental results show that, in the case of the best window size, this method can highlight features of medical cell image, and has a strong ability to resist noise.

**Keywords** Cell, Fractal dimension, Fractal Brown random field, Resist noise, Edge extraction

随着计算机视觉和数字图像处理技术的发展,边缘检测技术越来越广泛地应用于各个领域,发挥的作用也越来越大。传统的边缘检测算子(如 Sobel、LOG、Canny 算子等)实现简单、计算速度快,但是容易受噪声的影响。为了避开基于导数或差分思想的传统边缘提取方法,本文尝试用基于分形布朗随机场模型法的分形维数来提取图像边缘。

### 1 分形理论及分形布朗随机场模型法

对于蜿蜒曲折的海岸线、起伏不定的山脉、变幻无常的浮云、纵横交错的血管、令人眼花缭乱满天繁星、信息传输中的误差爆炸、证券市场的涨落、生物学中的细胞分裂生长等几何体和现象,传统的数学语言和工具已很难描述其本质现象和规律。于是,分形几何学诞生了,用于表述自然界中传统欧氏几何所不能描述的一大类复杂无规则的几何对象。

分形目前还没有明确的定义,罗德勃罗指出分形具有3个要素:形状、随机和维数。其中的维数就是分维数,不同于规则图形的整数维数。分维即通过变换尺度得到的非规则图形的维数,反映了图形的形状特征。

分形维数的定义很多,豪斯道夫维数最为古老也最为重要,具有很强的应用普适性和方便性,但是在很多情况下用计算的方法很难计算或估计它的值。后来,出现了便于计算的盒维数、相似维数、容量维数、信息维数、关联维数,以及下面

要介绍的分形布朗随机场模型法。

分形布朗运动是布朗运动数学模型和分形理论的结合,即布朗粒子轨迹由大量无规则可循的折线组成,是一种处处连续但处处不可微的曲线,它也具有自相似性,但这种自相似性具有统计性质。标度指数称为 Hurst 指数  $H$ ,用以表征分形布朗运动的标度特性。

用  $I(x, y)$  表示某一像元的灰度值,根据离散分形布朗随机场,则有:

$$E(|I(x_2, y_2) - I(x_1, y_1)|) = K(\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2})^H \quad (1)$$

$$\text{令 } \Delta I_{\Delta r} = |I(x_2, y_2) - I(x_1, y_1)|$$

$$\Delta r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\text{则有 } E(\Delta I_{\Delta r}) = K \cdot \Delta r^H, \text{ 两边取对数:}$$

$$\ln E(\Delta I_{\Delta r}) = H \cdot \ln(\Delta r) + C$$

$C$  为常数。

通过最小二乘法拟合数据点对  $(\ln E(\Delta I_{\Delta r}), \ln(\Delta r))$  拟合,得到的直线的斜率即为  $H$  值。对二维图像来说,其分形维数为  $D = n + 1 - H$  ( $n$  为其拓扑维数),即  $D = 3 - H$ 。

### 2 算法实现

在文献[1]中也使用了离散分形布朗随机场模型法来计算每个像元的分形维数,将图像的灰度空间映射成分形维数

到稿日期:2015-03-05 返修日期:2015-05-10 本文受广东省自然科学基金(2010B050900016),中央高校基本科研业务费专项资金(21613323),国家自然科学基金国际合作与交流项目(21614605)资助。

关卿(1988-),男,硕士生,主要研究方向为数字图像处理, E-mail: 770308878@qq.com; 张卫(1959-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为分数算子与分形信号处理。

空间,然后在该空间进行变换和边缘检测。但是文献[1]采用的是方向维数,即仅仅采用 N-S、W-E、WS-NE、SE-WN 4 个方向上的像素来计算 4 个分维数,然后取 4 者的算术平均为该像元的分形维数。首先,每个窗口中将近有 1/3 的像元没有被考虑而直接舍弃,这必将导致信息的丢失;其次,由于数据减少,当有噪声干扰时,计算的分维数会出现很大偏差。

本文的算法是以某像元为中心,把窗口中与中心像元距离相同的像元归为一类,每一个距离  $\Delta r$  对应着一个  $E(\Delta I_{\Delta r})$ ,取对数后做最小二乘拟合,计算该像元的分维数。具体算法实现如下:

1) 首先对图像做灰度化处理,假设图像的大小为  $w \times h$ 。

2) 用大津法求取原始灰度图像的阈值,再对其做二值化处理。

3) 选取窗口的大小  $S$ 。为了能够找到中心像元,规定  $S$  为奇数,取  $m = \text{floor}(S/2)$  ( $m$  为小于  $S/2$  的最大整数)。

4) 计算像元  $(i, j)$  的分维数,需要满足  $m < i < w - m$  且  $m < j < h - m$ ,即保证窗口在图像范围内。把中心像元看作原点,以  $(r, R)$  表示窗口中像元分别到纵轴和横轴的距离,  $r = 1 : m$ ,  $R = 0 : r$ 。

当  $R = 0$  时,  $(r, R)$  表示在横轴和纵轴上的像元点的坐标。则有:

$$E(\Delta I) = (\text{abs}(I(i+r, j)) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i, j+r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-r, j) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i, j-r) - I(i, j)) / 4 \quad (2)$$

$$\Delta r = r \quad (3)$$

当  $R = r$  时,  $(r, R)$  表示与横轴和纵轴距离相同的像元点的坐标。则有:

$$E(\Delta I) = (\text{abs}(I(i+r, j+r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-r, j+r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-r, j-r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i+r, j-r) - I(i, j))) / 4 \quad (4)$$

$$\Delta r = \sqrt{r^2 + R^2} = \sqrt{2}r = \sqrt{2}R \quad (5)$$

当  $R \neq r$  且  $R \neq 0$  时,  $(r, R)$  表示窗口中除去水平方向、垂直方向和左右对角线上的剩余像元点的坐标。则有:

$$E(\Delta I) = (\text{abs}(I(i+r, j+R) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i+r, j-R) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-r, j+R) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-r, j-R) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i+R, j+r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i+R, j-r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-R, j+r) - I(i, j)) + \text{abs}(I(i-R, j-r) - I(i, j))) / 8 \quad (6)$$

$$\Delta r = \sqrt{r^2 + R^2} \quad (7)$$

可以得到序列  $(E(\Delta I), \Delta r)$ , 对该序列取对数得  $(\ln(E(\Delta I)), \ln(\Delta r))$ , 做最小二乘拟合, 计算出斜率  $H$ , 得出像元  $(i, j)$  的分维数  $D = |3 - H|$ 。

5) 遍历图像中的所有像元, 重复步骤 4) 计算分维数。将所有的分维数填入对应的像元处, 边缘无法计算分维数的像元赋值为 0, 通过灰度拉伸就能提取边缘信息。

6) 算法结束。

在计算时要注意窗口的大小应为奇数, 不能计算距离图像边框  $S/2$  内像元的分形维数, 将它们赋值为 0。如果要计算不同窗口下的边缘提取情况, 只需要在步骤 3) 中改变窗口大小的值, 其他过程不变。

### 3 实验结果和分析

针对医学细胞检测的特征, 选取在高倍镜下观察到的红细胞图像来做实验, 如图 1 中 (a) 所示, 并在 MATLAB2010b

环境下得到实验数据, 实验结果和分析如下。

本文方法涉及到窗口的选择, 图 1 给出了不同窗口下边缘的提取情况。从图 1 可以看出, 窗口的增大对边缘提取的影响不是特别明显, 但是依然会出现边缘逐渐不完整的现象。同时, 窗口越大, 图像边框处丢失的信息也就越多, 可能会影响到靠近图像边框处的目标物边缘的提取, 所以窗口的大小要慎重选择。

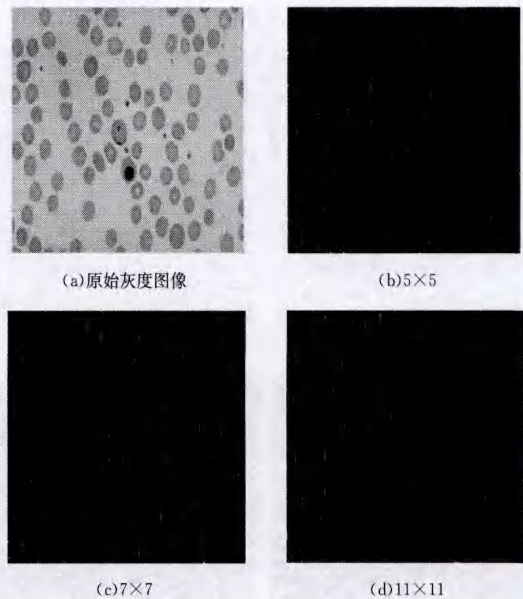


图 1 不同窗口大小时本文算法的边缘提取情况

选择合适窗口后, 将本文方法的提取情况与其他方法作对比, 结果如图 2 所示。尽管文献[1]也使用分形布朗随机场模型法来计算维数, 但是采用这种方向维数的方法提取的边缘极不完整(见图 2(b)), 无法为下一步处理所使用。传统的 Canny 算子能够提取出完整的边缘, 但是还包括更多的目标物本身信息, 也有一些背景被错误当成目标物边缘提取出来。这在本文的应用背景下都会影响下一步的处理。而本文的算法提取的边缘信息非常完整, 没有过多的目标物本身信息, 也没有错误的边缘提取。通过这个简单的对比看出, 针对医学细胞图像的检测特点, 本文的方法具有很大的优势。

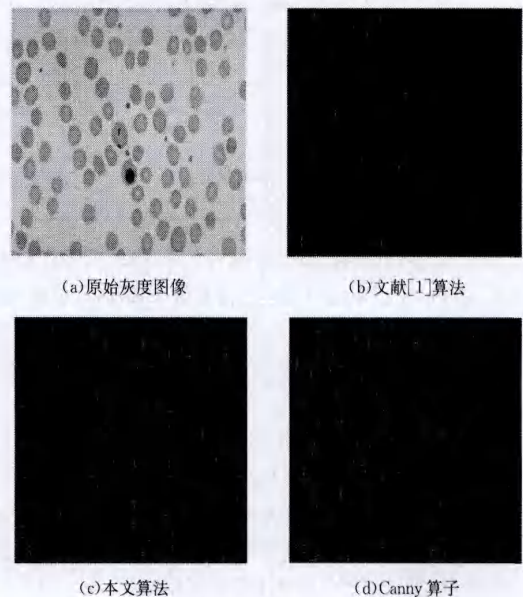


图 2 不同算法的边缘提取情况

前面提到,本文的方法还具有抗噪能力,利用其对加入椒盐噪声的图像做处理的结果如图3所示。文献[1]中的方法无法提取完整的边缘信息,因此虑它的抗噪声能力已经没有必要。传统的Canny算子具有较好的抗噪声能力,从图3(c)和图3(d)看出,传统的Canny算子完败。由于噪声的影响,Canny算子提取的边缘信息已经被噪声淹没,而本文的方法仍然能够提取出完整的边缘信息,当然也不能完全排除噪声的影响。总体来说本文的方法具有很强的抗噪声能力。

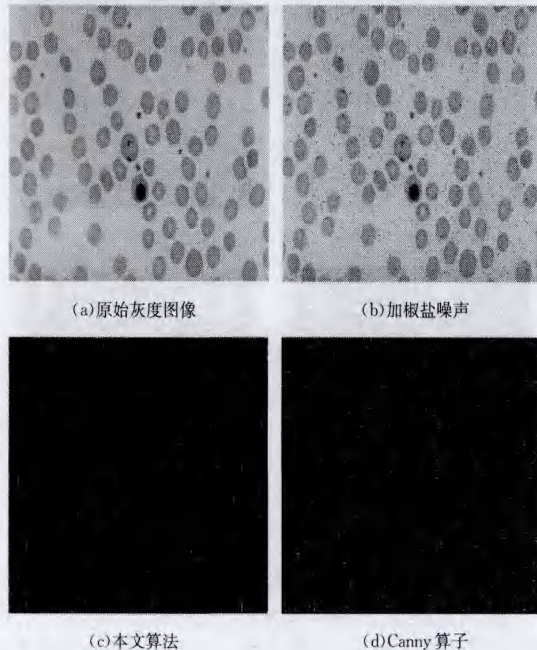


图3 不同边缘提取算法的抗噪声情况

前面验证了窗口的大小对边缘提取不会有太明显的影响,那么在一定的范围内选择不同的窗口对抗噪声能力会产生什么样的影响呢?接下来进行探究。

选择不同大小的窗口,用本文的方法对图3(b)提取边缘信息,计算每个边缘图像的峰值信噪比,得到如表1所列的数据。

表1 不同窗口大小时边缘图像的峰值信噪比

窗口大小	峰值信噪比	窗口大小	峰值信噪比
5×5	46.5054	17×17	45.4941
7×7	46.5330	19×19	45.4836
9×9	45.4664	21×21	45.4237
11×11	45.4475	23×23	45.4366
13×13	45.4724	25×25	45.3759
15×15	45.4706	35×35	45.3721

从表1的数据来看,窗口边长为7时,峰值信噪比最大,表明在噪声的干扰下提取的边缘信息效果最佳,也证明此时的抗噪声能力最好。其他窗口下的峰值信噪比都要低于46,窗口继续增大已经没有意义了。因此,选择合适的窗口能够提高本文方法的抗噪声能力。

**结束语** (1)针对医学细胞图像的检测特点,本文提出的基于分形维数的边缘提取方法能够有效地提取边缘信息。

(2)本文算法中窗口的选取很重要,窗口太大会导致图像边框信息的丢失和图像边缘的不连续,可能影响目标物边缘信息的提取;窗口太小会导致计算量太大。

(3)在抗噪声方面,本文的方法也很出色,优于传统的算

子。抗噪声能力的提高,还依赖于窗口的选择,这再次证明了对于窗口大小的选择要慎重。

(4)因为分形具有迭代的性质,所以在计算分维数时计算量会比较大,从而导致本文方法的实现比较耗时,有待改进。

(5)上面一直强调窗口大小的选择很重要,但是如何选择最适合的窗口还没有明确准则,有待进一步的探究。

## 参考文献

- [1] 李鹏飞,邢立新,潘军. 图像分形维数计算及其边缘提取[J]. 吉林大学学报,2011,29(2):152-157  
Li Peng-fei, Xing Li-xin, Pan Jun. Image's Fractal Dimension Calculation and Its Edge Extraction[J]. Journal of Jilin University, 2011, 29(2): 152-157
- [2] 刘爽. 图像分割中阈值选取方法的研究及其算法实现[J]. 电脑知识与技术,2005(7):68-70  
Liu Shuang. Study of Image Threshold Methods' Selection and Algorithms Implementing for Image Segmentation[J]. Computer knowledge and technology, 2005(7): 68-70
- [3] 陈燕龙,祝成虎. 基于Canny算子的边缘检测改进算法[J]. 计算机应用与软件,2008,25(8):51-53  
Chen Yan-long, Zhu Cheng-hu. Improved Edge Detection Algorithm Based On Canny Operator[J]. Computer Applications and Software, 2008, 25(8): 51-53
- [4] 李敏. 一种精确的医学细胞图像边缘检测法[J]. 工程设计学报,2007,14(6):490-493  
Li Min. Accurate method to detect image edges of cells[J]. Journal of Engineering Design, 2007, 14(6): 490-493
- [5] 周品,李晓东. MATLAB数字图像处理[M]. 北京:清华大学出版社,2012  
Zhou Ping, Li Xiao-dong. MATLAB Digital Image Processing [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2012
- [6] 张怀亮,孙栓辉,刘舜尧. 数字分形图像分形维数计算[J]. 计算机仿真,2010,27(10):215-217  
Zhang Huai-liang, Sun Shuan-hui, Liu Shun-yao. Computation of Fractal Dimension of Digital Fractal Image[J]. Computer Simulation, 2010, 27(10): 215-217
- [7] 聂笃亮,曾文曲,文有为. 分形维数计算方法的研究[J]. 微机发展,2004,14(9):17-19  
Nie Du-xian, Zeng Wen-qu, Wen You-wei. Fractal Dimension Study of Calculating Method[J]. Microcomputer Development, 2004, 14(9): 17-19
- [8] 陈冬岚,刘京南,余玲玲. 几种图像分割阈值选取方法的比较与研究[J]. 电气技术与自动化,2003(1):77-80  
Cheng Dong-lan, Liu Jing-nan, Yu Ling-ling. Comparison of Image Segmentation Thresholding Method[J]. Electrical Technology and Automation, 2003(1): 77-80
- [9] 杨书申,邵龙义. MATLAB环境下图像分形维数的计算[J]. 中国矿业大学学报,2006,35(4):478-482  
Yang Shu-sheng, Shao Long-yi. Estimation of Fractal Dimensions of Images Based on MATLAB[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2006, 35(4): 478-482
- [10] 戚大伟. 基于分数布朗随机场与分形参数的原图漏图图像处理[J]. 林业科技,2004,40(4):145-147  
Qi Da-wei. Log with Knot-Hole Image Processing Based on the Discrete Brownian Random Field and Fractal Parameter[J]. Scientia Silvae Sinicae, 2004, 40(4): 145-147