

基于向量场的移动机器人动态路径规划

徐腾飞 罗琦 王海

(南京信息工程大学信息与控制学院 南京 210044)

摘要 由于简洁、高效等优点,人工势场法已应用于自主移动机器人的在线实时路径规划,并受到广泛关注。目前,人工势场法在处理静态环境、动态匀速环境下的路径规划方面已有许多成果,但是,机器人在全变速环境下进行在线实时路径规划时,会出现路径冗余、避碰不及等现象。为此,将目标关于机器人的相对加速度因素引入引力势场函数中;在斥力势场函数的基础上融合避碰预测、减速避障策略;最终,机器人能够避免大量无谓避障,当与障碍物相对速度较大时能提前避障,且快速跟踪到目标。仿真结果验证了所提方法的有效性。

关键词 路径规划,动态避障,移动机器人

中图分类号 TP242.6 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.5.048

Dynamic Path Planning for Mobile Robot Based on Vector Field

XU Teng-fei LUO Qi WANG Hai

(Academy of Information and Control, Nanjing University of Information Science & Technology, Nanjing 210044, China)

Abstract Due to its simplicity and high efficiency, the artificial potential field method has been widely focused and used for autonomous robots. At present, potential field methods have received many accolades in dealing with path planning in static environments or dynamic uniform environments, but unnecessary obstacle avoidance or collision caused by excessive relative velocity of the mobile robot with respect to obstacle in a non-uniform environment will appear. Thus, this paper defined a new potential function with the relative displacement. The relative velocity and the relative acceleration factors are incorporated into the attractive potential function. The obstacle avoidance prediction and the velocity-decreasing collision avoidance strategy are brought into the repulsion potential function, which make the robot can not only track target with variable motion, but also keep the same movement trend with target and remove largely the unnecessary obstacle avoidance. When the relative velocity of the mobile robot with respect to obstacle is larger, the robot can also take an obstacle avoidance measure in advance. The simulation result verifies the effectiveness of method proposed.

Keywords Path planning, Dynamic obstacle avoidance, Mobile robot

1 引言

随着自动控制、运筹学、人工智能、系统工程等学科领域的交叉结合以及快速发展,人工智能这一新型学科经过半个多世纪的发展已经取得了一系列重要成果,尤其是智能体技术的发展,从日常生活到海洋资源的发掘,再到太空领域的探索,智能体技术的应用可以说是无处不在,对人类社会的进步产生了深远的影响。移动智能体是其研究领域的重要分支之一,它的工作环境从单纯的室内变成各种复杂的环境,包括水下、地面、空中甚至外太空,是一类具备环境感知、规划决策和控制执行能力的智能化系统,能在复杂环境下自主运动并执行特定任务,在工程和国防领域具有广泛的应用前景,如机器人系统。

路径规划是移动机器人自主导航研究中最重要的问题,它是按照某一性能指标,如工作代价最小、行走路径最短、行走时间最短等,在其工作空间中搜索一条从起点状态到目标

状态的无碰的最优或近似最优路径^[1]。从本质上讲,移动机器人路径规划问题是一个具有约束的复杂系统优化问题,在多智能体集群、避障、编队和跟踪控制中都会涉及到,是一个关键的基础共性问题。因此,移动机器人路径规划对于设计合理的机器人运动路径具有重要的意义,不仅规划结果的优劣影响着机器人运动的准确性和实时性,规划算法的复杂度、稳定性也间接影响着机器人的工作效率。目前,规划方法主要包含以下几类,依据机器人对环境信息熟知程度分为:基于环境信息已知的全局路径规划和基于环境信息未知或部分可知的局部路径规划;依据机器人的周围环境是否变化分为:静态路径规划和动态路径规划^[2]。随着环境的复杂、实时和不确定性,避障和目标跟踪已成为移动机器人路径规划的关键问题,过去有许多方法被用来研究处理这一问题,主要有两种:人工势场法(APF)和人工智能法(AI)^[3]。

基于人工智能的路径规划方法主要包含:遗传算法、模糊控制算法和人工神经网络方法等^[4-6]。这些方法在各自适用

到稿日期:2014-05-19 返修日期:2014-12-12 本文受国家自然科学基金(61174077)资助。

徐腾飞(1989-),男,硕士生,主要研究方向为多智能体协同控制、路径规划, E-mail: jhxfxtf@163.com; 罗琦(1958-),男,教授,博士生导师,主要研究方向为动力系统的稳定性、时滞控制系统的镇定性、偏泛函微分方程的振动性态以及随机动力系统的形态分析等; 王海(1989-),男,硕士生,主要研究方向为多智能体协同控制。

的环境模型中均能较好地完成跟踪避障任务,但这些智能方法在优化路径的同时需要提前获知大量的局部或全局环境信息,这就给硬件设备提出了较高的要求,当环境变得复杂时,这一矛盾显得尤为突出。人工势场法是由 Khatib 于 1986 年提出的一种虚拟力法^[7],基本原理是将机器人在环境中的运动视为一种在虚拟人工受力场中的运动。该方法的优点在于简单的数学分析,无需大量计算,能够自动产生光滑路径以及良好的在线实时规划,已被诸多学者广泛用于移动机器人的路径规划研究。但是,该方法存在目标不可达和局部极小值问题^[8,9]。文献[10,11]将目标关于机器人的相对位移引入斥力势场函数,确保了目标位置是整个势场的全局最小值,有效解决了目标不可达问题;文献[12]提出了增加虚拟目标点,通过与原目标点共同对机器人产生引力作用来解决传统人工势场中出现的局部极小值问题。初期大部分改进的人工势场法都是被用来处理静态环境下的移动机器人全局或局部路径规划,即目标和障碍物是静止的。然而,在实际应用中,移动机器人所处的环境大多是动态未知的,不仅障碍物是运动的,甚至目标也是运动的。为此,动态匀速环境下基于人工势场法的移动机器人在线实时路径规划的课题被提出。

为了解决移动机器人在动态匀速环境下的在线实时路径规划问题,诸多学者做了大量的研究工作。文献[13]定义了新势场函数,将目标关于机器人的相对速度引入引力势场函数,将机器人关于障碍物的相对速度沿障碍物关于机器人的相对位移方向上的分量引入斥力势场函数,使移动机器人产生避开障碍物的斥力与绕行力;文献[14]提出了一个基于人工势场的速度规划方法,通过规划机器人的速度,将机器人关于目标的相对速度始终指向总势场函数的负梯度方向;文献[15]在文献[13]引力势场函数的基础上,将机器人关于障碍物的相对速度沿垂直于障碍物关于机器人的相对位移方向上的分量引入斥力势场函数,使移动机器人产生避开障碍物的绕行力;文献[16]在文献[15]的基础上做了进一步研究,将机器人关于障碍物的相对速度沿障碍物关于机器人的相对位移方向上的分量引入斥力势场函数,使移动机器人产生避开障碍物的斥力。上述方法均有效改善了机器人在动态匀速环境下的在线实时路径规划,但也存在诸多不足,如文献[13,15,16]中,当目标、障碍物和机器人在一条直线上,机器人关于障碍物的相对速度始终与障碍物关于机器人的相对位移方向平行时,用来产生避开障碍物的绕行力分量将为零,机器人最终将无法绕开障碍物。文献[14]中,当机器人陷入局部极小值时需要设置子目标点,通过子目标点对机器人的附加作用力,使目标、障碍物和机器人不再在一条直线上,虽然能够解决问题,但并没有说明子目标点的设置方法,且无形增加了算法的复杂度;另外,上述方法也未充分利用机器人关于障碍物的相对速度和相对位移信息进行有效地避碰预测,使得规划出来的路径存在冗余;最后,上述方法中不同障碍物的影响范围几乎都设定为统一的固定值,忽略了半径和速度大小不同的障碍物,其影响范围也不同,这对于静止或低速环境下的机器人避障影响较小,但是,当机器人与障碍物的相对速度较大时,很容易因躲避不及发生碰撞。而且,随着实际环境的复杂化,动态匀速环境下的移动机器人路径规划已经无法满足现实需求。为此,针对上述问题,对全变速环境下移动机器人的在线实时路径规划问题进行研究。

本文提出了一个改进的人工势场函数,用于机器人在全

变速环境下的在线实时路径规划,即目标和障碍物为匀变速运动。改进后的引力势场是关于目标与机器人的相对位移、相对速度和相对加速度函数,使机器人时刻保持与目标相同的运动趋势;改进后的斥力势场引入了避碰预测、减速避障策略,是关于机器人与障碍物的相对位移、相对速度和相对加速度函数,其中,避碰预测使机器人在全变速环境下避免了无谓的避障,减少了路径的冗余;减速避障策略使机器人在与障碍物相对速度较大时能够提前采取避障措施。改进后的人工势场函数不仅保持了传统人工势场法简洁的数学分析,也使得移动机器人以更加有效的方式跟踪目标,提高了避障能力。

2 基础假设

全变速环境下移动机器人的在线实时路径规划是指目标和障碍物在匀变速运动的情况下以一个较理想的方式在线实时规划和控制机器人运动,在有效率地避开障碍物的同时能够快速跟踪目标。由于机器人的自身和外部状态信息可以通过其内部和外部传感器测量获知,在此,为了简化分析,作了如下假设:

假设 1 移动机器人、目标和障碍物的形状被近似为圆处理,半径分别为 R, R_g 和 R_{obs} 。

假设 2 任意 t 时刻,移动机器人的位移 P , 线速度 v 和线加速度 a 已知,最大线速度和线加速度分别为 v_{max}, a_{max} 。

假设 3 任意 t 时刻,目标的位移 p_g , 线速度 v_g 和线加速度 a_g 是已知的,且 $\|v_g\| < \|v_{max}\|$, $\|a_g\| < \|a_{max}\|$ 。

假设 4 任意 t 时刻,局部障碍物的位移 p_{obs} , 线速度 v_{obs} 和线加速度 a_{obs} 可以通过传感器在线测量获得,且 $\|v_{obs}\| \leq \|v_{max}\|$, $\|a_{obs}\| \leq \|a_{max}\|$ 。

假设 5 为了简化分析,目标与障碍物的线加速度 a_g, a_{obs} 恒定不变。

假设 6 障碍物、目标和机器人的速度在决策周期 T 内是变化的。

3 人工势场法原理

传统人工势场法最初是被用来解决机械臂的实时避障问题^[5],其实质是为机器人的工作空间人为地定义一个抽象的势场,包括两个部分:一部分是目标与机器人全局相互作用产生的引力势场 U_{at} , 另一部分是障碍物与机器人局部相互作用产生的斥力势场 U_{rep} 。机器人在工作空间中任意位置的势场 U_{total} 为目标位置的引力场与障碍物位置的斥力场的叠加,在复合势场 U_{total} 的作用下机器人从势场高的点运动到势场低的点,最终到达目标。传统人工势场模型定义如下^[10]。

$$U_{at}(p) = \frac{1}{2} \epsilon \rho^2(p, p_g)$$

$$U_{rep}(p) =$$

$$\begin{cases} \frac{1}{2} \eta \left(\frac{1}{\rho(p, p_{obs})} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right)^2 \rho^2(p, p_g), & \text{if } \rho(p, p_{obs}) \leq \rho_{obs} \\ 0, & \text{if } \rho(p, p_{obs}) > \rho_{obs} \end{cases} \quad (1)$$

$$U_{total}(p) = U_{at}(p) + U_{rep}(p)$$

式中, ϵ, η 为正比例常量增益系数, $\rho(p, p_g) = \|p_g - p\|$ 表示机器人 p 与目标 p_g 之间的相对距离, $\rho(p, p_{obs})$ 表示移动机器人 p 与障碍物 p_{obs} 之间的最短距离, ρ_{obs} 是一个整数常量,表示障碍物的最大影响范围, U_{total} 表示总势场函数。

通过式(1)可以推导出与之相对应的引力和斥力,可由势

场的负梯度表示,如式(2)所示。

$$\begin{cases} F_{att}(p) = -\nabla_p U_{att}(p) = \varepsilon_p \rho(p, p_g) \vec{n}_{rg} \\ F_{rep}(p) = -\nabla_p U_{rep}(p) = \begin{cases} \text{if } \rho(p, p_{obs}) \leq \rho_{obs} \\ F_{rep1} \vec{n}_{or} + F_{rep2} \vec{n}_{rg} \\ \text{if } \rho(p, p_{obs}) > \rho_{obs} \\ 0 \end{cases} \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$F_{rep1} = \eta \left(\frac{1}{\rho(p, p_{obs})} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \frac{\rho^2(p, p_g)}{\rho^2(p, p_{obs})} \quad (3)$$

$$F_{rep2} = \eta \left(\frac{1}{\rho(p, p_{obs})} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right)^2 \rho(p, p_g)$$

式中, $\vec{n}_{rg} = \nabla_p \rho(p, p_g)$, $\vec{n}_{or} = \nabla_p \rho(p, p_{obs})$ 是单位向量, F_{rep1} \vec{n}_{or} 为 F_{rep} 中的一个分量, 方向为障碍物指向机器人, 作用是排斥机器人远离障碍物; $F_{rep2} \vec{n}_{rg}$ 为 F_{rep} 的另一分量, 方向为机器人指向目标点, 作用是吸引机器人向目标运动。

由式(2)可知, 机器人受到的合力为式(4)所示, 其控制着机器人的运动, 方向为总势场的负梯度方向。其受力分析示意图如图1所示。

$$F_{total} = F_{att} + F_{rep} \quad (4)$$

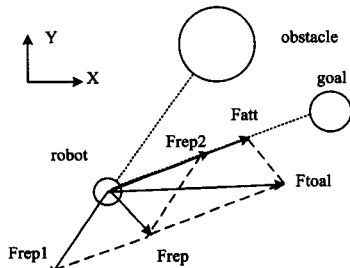


图1 传统人工势场中机器人的受力示意图

传统人工势场定义为相对位移的函数, 仅普遍适用于障碍物和目标为固定的情况, 当障碍物和目标为全变速运动状态时, 它的适应能力不强, 无法满足复杂环境下路径规划的需求。

4 引力势场函数进一步分析

当目标为匀变速运动时, 传统的基于位置和速度的引力势场函数将不能直接应用。在此, 将加速度信息考虑到引力势场函数中, 改进后的引力势场函数包含了目标关于机器人的相对位置、相对速度和相对加速度因素, 如式(5)所示。

$$U_{att}(p, v, a) = \frac{1}{2} (\varepsilon_p \| p_g - p \|^2 + \varepsilon_v \| v_g - v \|^2 + \varepsilon_a \| a_g - a \|^2) \quad (5)$$

式中, ε_p 、 ε_v 和 ε_a 为正比例常量增益系数, $\| p_g - p \|^2$ 、 $\| v_g - v \|^2$ 和 $\| a_g - a \|^2$ 分别为目标关于移动机器人的相对位移、相对速度和相对加速度大小。

从式(5)可知, 当 $\varepsilon_p = 0$ 、 $\varepsilon_v = 0$ 和 $\varepsilon_a = 0$ 时函数无意义, 所以当且仅当目标关于机器人的相对位移、相对速度和相对加速度都为零时, 引力势场 $U_{att}(p, v, a)$ 才为零。引力势场函数随着相对位移、相对速度或相对加速度的增加而增加。很容易看出, 当 $\varepsilon_v = 0$ 和 $\varepsilon_a = 0$ 时, 引力势场函数式(5)将变成传统的引力势场函数式(1)。

由式(5)可知, 改进引力势场 $U_{att}(p, v, a)$ 是关于机器人位移 p 、速度 v 和加速度 a 的函数, 因此, 根据式(2), 推导出新的虚拟引力, 如式(6)所示。

$$\begin{aligned} F_{att}(p, v, a) &= -\nabla U_{att}(p, v, a) \\ &= -\nabla_p U_{att}(p, v, a) - \nabla_v U_{att}(p, v, a) - \nabla_a U_{att}(p, v, a) \end{aligned} \quad (6)$$

其中

$$\nabla_p U_{att}(p, v, a) = \frac{\partial U_{att}(p, v, a)}{\partial p}$$

$$\nabla_v U_{att}(p, v, a) = \frac{\partial U_{att}(p, v, a)}{\partial v}$$

$$\nabla_a U_{att}(p, v, a) = \frac{\partial U_{att}(p, v, a)}{\partial a}$$

当 $p \neq p_g$, $v \neq v_g$ 和 $a \neq a_g$ 时, 将式(5)代入式(6)有

$$F_{att}(p, v, a) = F_{att1}(p) + F_{att2}(v) + F_{att3}(a) \quad (7)$$

其中

$$F_{att1}(p) = \varepsilon_p \| p_g - p \| \vec{n}_{prg}$$

$$F_{att2}(v) = \varepsilon_v \| v_g - v \| \vec{n}_{vrg} \quad (8)$$

$$F_{att3}(a) = \varepsilon_a \| a_g - a \| \vec{n}_{arg}$$

式中, \vec{n}_{prg} 表示机器人指向目标的单位向量, \vec{n}_{vrg} 表示目标关于机器人的相对速度方向的单位向量, \vec{n}_{arg} 表示目标关于机器人的相对加速度方向的单位向量。机器人和目标的相对位移、相对速度和相对加速度与引力之间的关系如图2所示。

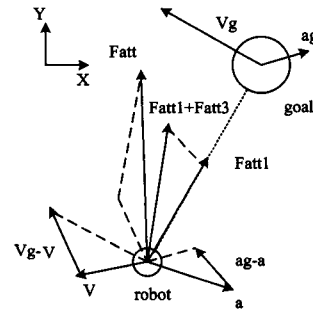


图2 改进引力势场中各引力向量关系示意图

从图2可以看出引力 F_{att} 由3部分构成, 第一部分 $F_{att1}(p)$ 作用于机器人, 牵引机器人向目标移动, 缩短它们之间的距离; 第二部分 $F_{att2}(v)$ 作用于机器人, 使机器人最终达到与目标相同的速度; 第三部分 $F_{att3}(a)$ 作用于机器人, 使机器人最终达到与目标相同的加速度。

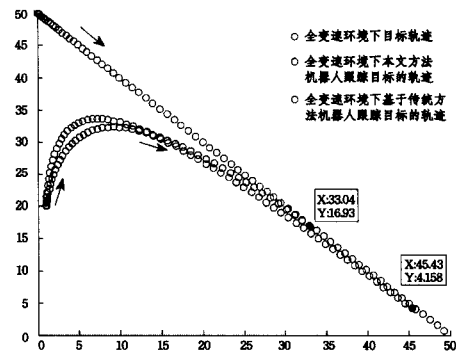


图3 全变速环境下机器人目标跟踪比较示意图

图3为全变速环境下机器人目标跟踪比较示意图, 可以看出, 在跟踪变速运动目标时, 使用传统的基于动态匀速环境下的目标跟踪方法, 虽然机器人也能够跟踪到目标, 即坐标(45.43, 4.158), 但花费的时间要比新方法多。因为改进方法考虑了加速度因素, 使移动机器人在跟踪目标的同时还能保持与其相同的运动趋势, 所以最终能够快速跟踪到目标, 即坐标(33.04, 16.93)。

5 斥力势场函数进一步分析

当构建斥力势场函数解决动态匀速环境下机器人避障问题时,一个凭直觉的方法就是引入机器人与障碍物间的相对距离和相对速度^[13-16],此方法虽然有一定效果,但是会产生一些无谓避障或避障不及现象。在全变速环境中,提出一个改进的斥力势场函数,它可以充分利用机器人和障碍物的位移、速度和加速度信息,有效预测障碍物和实时避障。

5.1 避障预测

传统障碍物预测,斥力势场函数仅在某一个碰撞角范围内有效,这个碰撞角就是确保机器人沿着当前方向前进而避开障碍物的最小值角。如图4所示, θ_m 为被定义的碰撞角,此范围内斥力的大小不仅跟机器人与障碍物间的相对位移和相对速度大小有关,而且随避障角 θ 的减小而增大,其中 θ 为机器人关于障碍物的相对速度 v_{or} 与障碍物关于机器人的相对位移 p_{ro} 之间的夹角,取绝对值。 d 为机器人与障碍物之间的距离, d_m 为障碍物和机器人之间所允许的最短距离,即 $d_m = R + R_{obs} + R_s$,其中 R_s 为机器人与障碍物的最小安全距离。

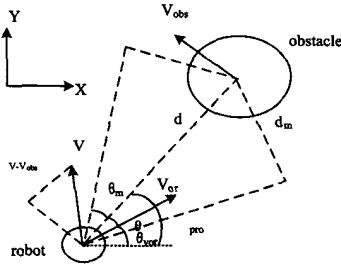


图4 传统障碍物预测模型

文献[18]假定机器人在下一个决策周期 T 内继续沿着当前方向移动,此时,当满足状态 $\theta = \theta_m$ 时,机器人恰好与障碍物不发生碰撞;当满足状态 $\theta < \theta_m$ 时,机器人将在某一时刻碰撞到障碍物;当满足状态 $\theta > \theta_m$ 时,机器人与障碍物将不会发生碰撞。

上述分析是建立在机器人在下一个决策周期内继续沿着当前方向移动的假定前提下的,但是在动态环境下这种可能性比较小,因为机器人时刻受到目标位置的势场引力作用,所以机器人在下一个决策周期内是否与障碍物相碰撞不仅取决于当前时刻机器人的移动方向,还与机器人即将运动的趋势有关,即判断 $T + \Delta t$ 时刻夹角 $\theta_{T+\Delta t}$ 与 θ_m 的关系, $\theta_{T+\Delta t}$ 起到辅助预测的作用。

在下一个决策周期开始时,机器人受到目标位置势场的引力作用,即获得一个引力加速度 $a(T) = \frac{F_{at}}{m}$,当前时刻障碍物的速度、加速度也可以通过传感器测量获得,即 $v_{obs}(T)$ 、 $a_{obs}(T)$ 。根据式(9)可以求出 $T + \Delta t$ 时刻机器人关于障碍物的相对速度。

$$v_{or}(T + \Delta t) = v_{or}(T) + a_{or} \Delta t \quad (9)$$

式中, $a_{or} = a(T) - a_{obs}(T)$, Δt 为一个 T/N 命令周期,由于 Δt 很小,可以近似 $p_{ro}(T + \Delta t) \approx p_{ro}(T)$, m 为机器人的质量。通过 $v_{or}(T + \Delta t)$ 计算出 $v_{or}(T + \Delta t)$ 与 $p_{ro}(T + \Delta t)$ 的夹角 $\theta_{T+\Delta t}$ 。

综上所述,当满足状态 $\theta_T = \theta_m$,机器人恰好与障碍物擦肩而过;当满足状态 $\theta_T < \theta_m \wedge \theta_{T+\Delta t} < \theta_m$,机器人将在某一时刻碰撞到障碍物;当满足状态 $\theta_T < \theta_m \wedge \theta_{T+\Delta t} \geq \theta_m$,机器人将不会与障碍物碰撞,即当前时刻机器人只受到来自目标位置

的引力势场的作用;当满足状态 $\theta_T > \theta_m$,机器人与障碍物不发生碰撞。

5.2 减速避障策略

在障碍物的影响范围内,移动机器人关于障碍物的相对速度不论有多大,按照一般定义的斥力势场函数,机器人不会与障碍物发生碰撞。实际上,移动机器人会受自身性能的限制,在与障碍物之间的相对速度过大时,常因躲避不及发生碰撞。传统的用来避免碰撞的方法是提高障碍物的影响范围,但此方法会使规划路径变得曲折,尤其在复杂环境中容易出现复合影响区域,很难规划出路径,所以单纯增大障碍物的影响范围是不可取的。

针对以上分析,提出一个减速避障策略,用来判断当前机器人关于障碍物的相对速度是否过大,若过大则提前减速避障,不再像传统方法,需等到移动机器人进入障碍物固定影响范围内才开始避障。基于此思想,假设存在一个加速度 a 作用于移动机器人,使其关于障碍物的相对加速度方向沿障碍物指向机器人的直线上,以此减小在此方向上的相对速度分量 $v_{ro}(t)$,当 $v_{ro}(t)$ 减为零时机器人移动的距离如式(10)所示。

$$\rho_m = \frac{v_{ro}(t)^2}{2 \|a_{or}\|} \quad (10)$$

其中

$$v_{ro}(t) = v_{or} n_{ro} = [v(t) - v_{obs}(t)]^T n_{ro} \quad (11)$$

$$a_{or} = a - a_{obs}$$

式中, $v_{ro}(t)$ 为机器人关于障碍物的相对速度在其相对位移方向上的分量, a_{or} 的方向与 $v_{ro}(t)$ 相反, a 取最大值 a_{max} ,其方向 $\theta_{a_{max}}$ 为下式所示,其中 φ 、 $\theta_{a_{obs}}$ 分别为 a_{or} 、 a_{obs} 与 x 轴的夹角。

$$\theta_{a_{max}} = \varphi + \arcsin\left(\frac{\|a_{obs}\| \sin(\theta_{a_{obs}} - \varphi)}{\|a_{max}\|}\right) \quad (12)$$

如图5所示,当式(13)条件成立,表示减速后移动机器人依然处于障碍物的影响范围内,即B点,意味着移动机器人关于障碍物的相对速度过大,极有可能发生碰撞,否则意味着机器人与障碍物的相对速度在可控范围之内,即A点。此方法的优点在于不再依据传统方法的仅当 $0 < \rho(p, p_{obs}) < \rho_{obs}$ 时,机器人才开始避障,有效地提高了移动机器人的避障能力,也缓解了传统方法中因障碍物的影响范围设置为固定值而造成避障不及的问题。

$$0 < \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m < \rho_{obs} \quad (13)$$

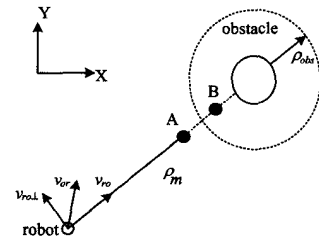


图5 移动机器人的减速避障策略示意图

另外,考虑到障碍物的半径不同,其影响范围也不同,即半径越大,影响范围也随之增大。因此,为了使障碍物的影响范围随自身半径自动调整,避免传统方法中因障碍物影响范围都设为统一固定值,造成笼统避障问题,令 ρ_{obs} 为:

$$\rho_{obs} = k * R_{obs}$$

5.3 改进斥力势场函数

基于上述避障预测、减速避障策略的分析,构建新的人工

斥力势场函数,如式(14)所示, η_1 为正比例常量增益系数, d_x 表示机器人到目标的距离。如图 4 所示, $\theta_m = \arctan(d_m / \sqrt{d^2 - d_m^2})$, $\theta_m \in [0, \arctan(R_{obs} / d_m)]$ 。

$$U_{rep}(p, v) = \begin{cases} \text{not defined, } \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m < 0 \\ \frac{\eta_1}{2} (\exp(\theta_m - \theta) - 1) \left[\frac{1}{(\rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m)} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right] d_g^2, \\ 0 < \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m \leq \rho_{obs} \text{ and } \theta_T < \theta_m \text{ and } \theta_{T+\Delta t} < \theta_m \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (14)$$

可以看出,当 $\rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m < 0$ 时,斥力势场不被定义,因为没有和障碍物碰撞的可能性,移动机器人继续向目标移动;当 $0 < \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m \leq \rho_{obs}$ and $\theta_T < \theta_m$ and $\theta_{T+\Delta t} < \theta_m$ 时,意味着机器人已经进入了斥力势场的影响范围,有碰到障碍物的可能性,此时机器人将受到来自障碍物的斥力作用;当 ρ_m 逼近 $\rho(p, p_{obs})$ 时,即 v_{ro} 足够大,即使机器人与障碍物之间的距离不为零,斥力势场也将趋于无穷;另外,当 θ 越逼近 θ_m ,表示移动机器人与障碍物发生碰撞的可能性越小,意味着机器人受到的斥力也越小。

相应的斥力被定义为斥力势场函数的负梯度方向上,如式(15)所示。

$$F_{rep}(p, v) = -\nabla U_{rep}(p, v) = -\nabla_p U_{rep}(p, v) - \nabla_v U_{rep}(p, v) \quad (15)$$

在式(14)中 θ 满足以下关系,如式(16)所示。

$$\theta = |\theta_{v_{\sigma}} - \theta_{p_{ro}}| \quad (16)$$

式中, $\theta_{p_{ro}}$ 为障碍物关于机器人的相对位移与 x 轴的夹角, $\theta_{v_{\sigma}}$ 为机器人关于障碍物的相对速度与 x 轴的夹角,下面以 $\theta_{p_{ro}} < \theta_{v_{\sigma}}$ 的情况对式(15)进行分析求解,由式(12)知:

$$v_{ro} = (v - v_{obs})^T n_{ro} = \frac{(v - v_{obs})^T (p_{obs} - p)}{\|p_{obs} - p\|} \quad (17)$$

式(17)中 v_{ro} 关于速度和位移的导数如式(18)所示。

$$\begin{aligned} \nabla_v v_{ro} &= n_{ro} \\ \nabla_p v_{ro} &= \frac{-(v - v_{obs})^T \|p_{obs} - p\| + (v - v_{obs})^T (p_{obs} - p)}{\|p_{obs} - p\|^2} \\ &= \frac{(v - v_{obs})^T n_{ro} - (v - v_{obs})^T}{\|p_{obs} - p\|} \\ &= \frac{v_{\sigma} n_{ro} - (v - v_{obs})}{\|p_{obs} - p\|} \end{aligned} \quad (18)$$

令 $v_{ro \perp}$ 为机器人关于障碍物的相对速度在沿逆时针垂直于 n_{ro} 方向上的速度分量,即式(19):

$$v_{ro \perp} = (v - v_{obs}) - v_{\sigma} n_{ro} \quad (19)$$

因此式(18)可以被写成式(20)形式

$$\nabla_v v_{ro} = n_{ro}, \nabla_p v_{ro} = -\frac{v_{ro \perp} n_{ro}}{\|p_{obs} - p\|} \quad (20)$$

从图 4 可知,我们有以下数学关系

$$\sin(\theta_{v_{\sigma}}) = \frac{v_{\sigma y}}{\|v_{\sigma}\|}, \cos(\theta_{v_{\sigma}}) = \frac{v_{\sigma x}}{\|v_{\sigma}\|} \quad (21)$$

由式(21)可以推导出如下关系式

$$\begin{cases} \frac{\partial \theta_{v_{\sigma}}}{\partial v_{\sigma x}} = \frac{\partial \frac{v_{\sigma y}}{\|v_{\sigma}\|}}{\partial v_{\sigma x}} \frac{1}{\cos(\theta_{v_{\sigma}})} = -\frac{v_{\sigma y}}{\|v_{\sigma}\|^2} \\ \frac{\partial \theta_{v_{\sigma}}}{\partial v_{\sigma y}} = \frac{\partial \frac{v_{\sigma x}}{\|v_{\sigma}\|}}{\partial v_{\sigma y}} \frac{1}{\sin(\theta_{v_{\sigma}})} = \frac{v_{\sigma x}}{\|v_{\sigma}\|^2} \end{cases} \quad (22)$$

根据式(16)可以推导出 θ 关于机器人速度 v 的导数,如式(23)所示。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial v} &= \frac{\partial \theta_{v_{\sigma}}}{\partial v_{\sigma}} \frac{\partial v_{\sigma}}{\partial v} = \left[\frac{\partial \theta_{v_{\sigma}}}{\partial v_{\sigma x}} \frac{\partial v_{\sigma}}{\partial v} \right]^T \\ &= \frac{1}{\|v_{\sigma}\|^2} \begin{bmatrix} -v_{\sigma y} \\ v_{\sigma x} \end{bmatrix} = \frac{1}{\|v_{\sigma}\|^2} v_{\sigma \perp} \end{aligned} \quad (23)$$

在上式中, $[-v_{\sigma y} \ v_{\sigma x}]^T$ 存在以下关系

$$[-v_{\sigma y} \ v_{\sigma x}]^T = [v_{\sigma x} \ v_{\sigma y}]^T \begin{bmatrix} 0 & \sin(\pi/2) \\ -\sin(\pi/2) & 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

由上式可以看出, $[-v_{\sigma y} \ v_{\sigma x}]^T$ 是将机器人关于障碍物的相对速度 v_{σ} 沿逆时针旋转了 $\pi/2$, 令其为 $v_{\sigma \perp}$, 如式(25)所示。

$$\begin{aligned} v_{\sigma \perp} &= \|v_{\sigma}\| \cos(\theta + \frac{\pi}{2}) \vec{n}_{ro} + \|v_{\sigma}\| \sin(\theta + \frac{\pi}{2}) \vec{n}_{ro \perp} \\ &= \|v_{\sigma}\| \cos(\theta) \vec{n}_{ro \perp} - \|v_{\sigma}\| \sin(\theta) \vec{n}_{ro} \end{aligned} \quad (25)$$

根据式(21)一式(23)可以最终得到 θ 关于速度 v 的求导公式,如式(26)所示。

$$\frac{\partial \theta}{\partial v} = \frac{\cos(\theta)}{\|v_{\sigma}\|} \vec{n}_{ro \perp} - \frac{\sin(\theta)}{\|v_{\sigma}\|} \vec{n}_{ro} \quad (26)$$

同理,依据式(20)一式(26)的推导过程,得到 θ 关于位移 p 的求导公式,如式(27)所示。

$$\frac{\partial \theta}{\partial p} = -\frac{\partial \theta_{p_{ro}}}{\partial p_{ro}} \frac{\partial p_{ro}}{\partial p} = \frac{1}{\|p_{ro}\|} \vec{n}_{ro \perp} \quad (27)$$

同理, $\theta_{p_{ro}} > \theta_{v_{\sigma}}$ 情况下的式(15)求解过程可依据式(17)一式(27)的推导过程分析获得。综上所述,由式(15)一式(27)可以推导出由障碍物产生的虚拟斥力,如式(28)所示。

$$F_{rep}(p, v) = \begin{cases} \text{not defined, } \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m < 0 \\ F_{rep1} + F_{rep2} + F_{rep3}, \\ 0 < \rho(p, p_{obs}) - \rho_m - d_m \leq \rho_{obs} \text{ and } \theta_T < \theta_m \text{ and } \theta_{T+\Delta t} < \theta_m \\ 0, \text{ otherwise} \end{cases} \quad (28)$$

其中

$$\begin{aligned} F_{rep1} &= \frac{-\eta_1 d_g^2}{2} \left[\left(\frac{1}{d - \rho_m - d_m} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \exp(\theta_m - \theta) \right. \\ &\quad \left. \left(\frac{d_m}{d \sqrt{d^2 - d_m^2}} + \frac{\sin(\theta)}{\|v_{\sigma}\|} \right) + \frac{(\exp(\theta_m - \theta) - 1)}{(d - \rho_m - d_m)^2} \right. \\ &\quad \left. (1+t) - F_{\sigma 0} \right] \vec{n}_{ro} \\ F_{rep2} &= \frac{\pm \eta_1 d_g^2}{2} \left[\exp(\theta_m - \theta) \left(\frac{1}{d - \rho_m - d_m} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \left(\frac{1}{\|p_{ro}\|} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{\cos(\theta)}{\|v_{\sigma}\|} \right) + \frac{(\exp(\theta_m - \theta) - 1) t \|v_{ro \perp}\|}{(d - \rho_m - d_m)^2 d} - F_{\sigma \perp} \right] \\ &\quad \vec{n}_{ro \perp} \\ F_{rep3} &= \eta_1 d_g (\exp(\theta_m - \theta) - 1) \left(\frac{1}{d - \rho_m - d_m} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \vec{n}_{rx} \end{aligned} \quad (29)$$

式中,斥力分量 F_{rep1} 保持与 \vec{n}_{ro} 相反的方向,即排斥机器人远

离障碍物;斥力分量 F_{rep2} 保持与 \vec{n}_{ro} 相同的方向,即使机器人左右绕过障碍物;斥力分量 F_{rep3} 保持与 \vec{n}_{rg} 相同的方向,即吸引机器人向目标运动,斥力分量之间的关系如图 6 所示。 F_{rep1} 、 F_{rep2} 、 F_{rep3} 是一个机器人关于障碍物的相对位移、相对速度和相对加速度的函数,充分利用了机器人与障碍物的位移、速度和加速度信息。 $t = \|v_{ro}\| / \|a_{or}\|$ 表示相对速度分量 v_{ro} 减为零所需的时间,可以看出,当 t 越大,机器人与障碍物发生碰撞的可能性越大,因此, F_{rep1} 、 F_{rep2} 与 t 成正比。另外, F_{rep1} 与 d 成反比,与 θ 成正比,即当机器人与障碍物的相对距离越大,相对速度与相对位移间的夹角越小,其斥力越小; F_{rep2} 与 d 成反比,与 θ 成反比,即机器人与障碍物的相对速度与相对位移夹角越小,其绕行力就越大。 $F_{\sigma 0}$ 、 $F_{\sigma \perp}$ 是用来保证当 $\theta = \theta_m$ 时斥力的连续性,大小分别为 $\theta = \theta_m$ 时的 F_{rep1} 和 F_{rep2} 括号中的值,如式(30)所示。

$$F_{\sigma 0} = \left(\frac{1}{d - \rho_m - d_m} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \left(\frac{d_m}{d \sqrt{d^2 - d_m^2}} + \frac{\sin(\theta_m)}{\|v_{\sigma}\|} \right) \quad (30)$$

$$F_{\sigma \perp} = \left(\frac{1}{d - \rho_m - d_m} - \frac{1}{\rho_{obs}} \right) \left(\frac{1}{\|p_{ro}\|} + \frac{\cos(\theta_m)}{\|v_{\sigma}\|} \right)$$

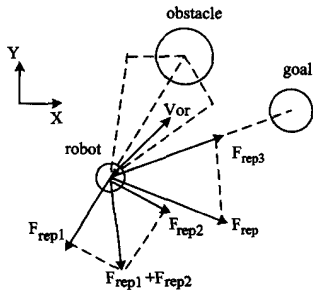


图 6 改进斥力势场中各斥力向量的关系示意图

当机器人、障碍物和目标在一条直线且障碍物在中间时,绕行力 F_{rep2} 不再为零,很好地解决了全变速环境下局部最小值问题,无需另外讨论。图 7 所示为传统方法(文献[2])与改进方法在此情况下的避障对比图,可以看出,改进方法依旧能够避开障碍物(Path2);另外,各斥力分量的公共因素 d_g 也保证了目标位置为整个势场的全局最小值。

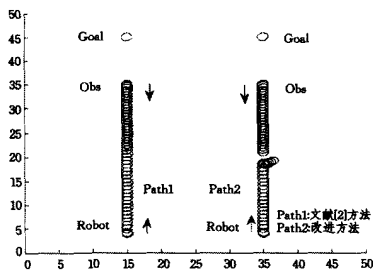
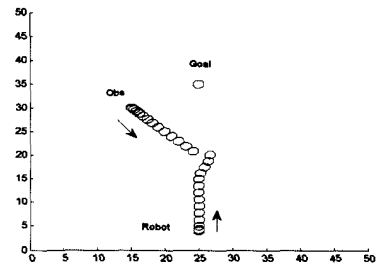
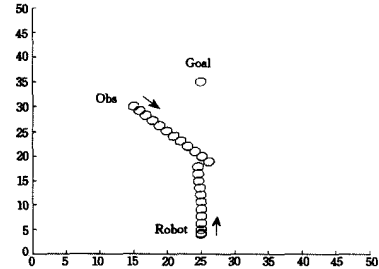


图 7 全变速环境下局部最小值问题的避障示意图

在全变速环境下,使用改进的斥力势场函数,移动机器人在避障时的路径选择上显示出一定的智能性。如图 8(a)所示,当移动机器人感知到障碍物速度较小时($v_{obs} = [0.15, -0.15]$, $a_{obs} = [0.1, -0.1]$ (单位 m)),选择从右侧加速绕过;相反,当移动机器人感知到障碍物速度较大时($v_{obs} = [0.8, -0.8]$, $a_{obs} = [0.1, -0.1]$),依据减速避障策略选择从左侧绕过,减少了路径的冗余,如图 8(b)所示。从而显示出改进方法的优越性。



(a) 当 $v_{obs} = [0.15, -0.15]$, $a_{obs} = [0.1, -0.1]$ 时避障示意图



(b) 当 $v_{obs} = [0.8, -0.8]$, $a_{obs} = [0.1, -0.1]$ 时避障示意图

图 8

6 仿真实验及结果

为了验证上述新人工势场法的效果,在 MATLAB 环境下进行了以下仿真实验。在仿真中,机器人、目标和障碍物的外形被简化为圆,其半径分别为 $R=0.8$, $R_{goal}=0.8$ 和 $R_{obs}=0.8$,机器人与障碍物的保守安全距离 $R_s=0.3$,障碍物的影响半径为 $\rho_{obs}=3$,机器人的决策周期 $T=1s$,其质量 $m=10$ 。在仿真中,机器人的最大速度和最大加速分别为 $v_{max}=0.5$, $a_{max}=0.5$ 。

假定机器人在全变速的环境下运动,目标以初始速度 $[0.01, -0.1]$ 、加速度 $[0.01, -0.01]$ 从初始点 $[25, 45]$ 开始运动。在环境里存在 6 个障碍物,其中障碍物 1、2 和 3 是动态障碍物,障碍物 1 以初始速度 $[0, 0.15]$ 、加速度 $[0, 0.15]$ 从初始点 $[10, 3]$ 开始运动;障碍物 2 以初始速度 $[-0.1, 0]$ 、加速度 $[-0.05, 0]$ 从初始点 $[15, 10]$ 开始运动;障碍物 3 以初始速度 $[0.25, 0.35]$ 、加速度 $[0, 0]$ 从初始点 $[21, 2]$ 开始运动。障碍物 4、5 和 6 是静态障碍物,分别位于 $[16, 15]$ 、 $[17, 20]$ 和 $[17, 22]$;移动机器人以零初始速度和零初始加速度从起始点 $[4, 1]$ 开始运动。引力势场函数的参数设置如下 $\epsilon_p=0.8$, $\epsilon_v=5$ 和 $\epsilon_a=5$,为使各分量斥力更有利于实际的需要且方便调节,将各斥力的系数 η_i 分别设置为 $k_1=0.15$, $k_2=5$, $k_3=2$ 。

首先,机器人以零初始速度和加速度,从点 $[4, 1]$ 出发。开始,机器人只受到来自目标的引力作用;在 $t=10s$ 时,机器人进入障碍物 1、2 的影响范围,虽然障碍物 1 离机器人比较近,但不满足避障预测条件,所以障碍物 1 对机器人不产生斥力作用,避免了无谓避障,这是其优于传统方法之处。相反,机器人关于障碍物 2 的相对速度过大,提前受到来自障碍物 2 的斥力作用,障碍物 2 对其产生一个右下方的斥力,使机器人改变方向,趋于从障碍物 2 下方绕过,如图 9(a)所示,箭头表示行进方向;在 $t=14s$ 时,机器人远离了障碍物 2 的影响,虽然两者距离还很近,但已不满足避障预测条件,即无斥力作用,如图 9(b)所示;在 $t \in [23, 31]s$ 期间,机器人陆续受到障

碍物 4、5 的斥力作用,即沿左上或右下的斥力,使机器人从其中间穿过,如图 9(c)所示;在 $t \in [40, 63]$ s 期间,机器人的运动只受到来自目标的牵引作用;在 $t = 63$ s 时,由于感知到障碍物 3 的速度较大,依据减速避障策略,机器人选择从右侧绕过,如图 9(d)所示;在 $t = 80$ s 时,机器人跟踪到目标,如图 9(e)所示。

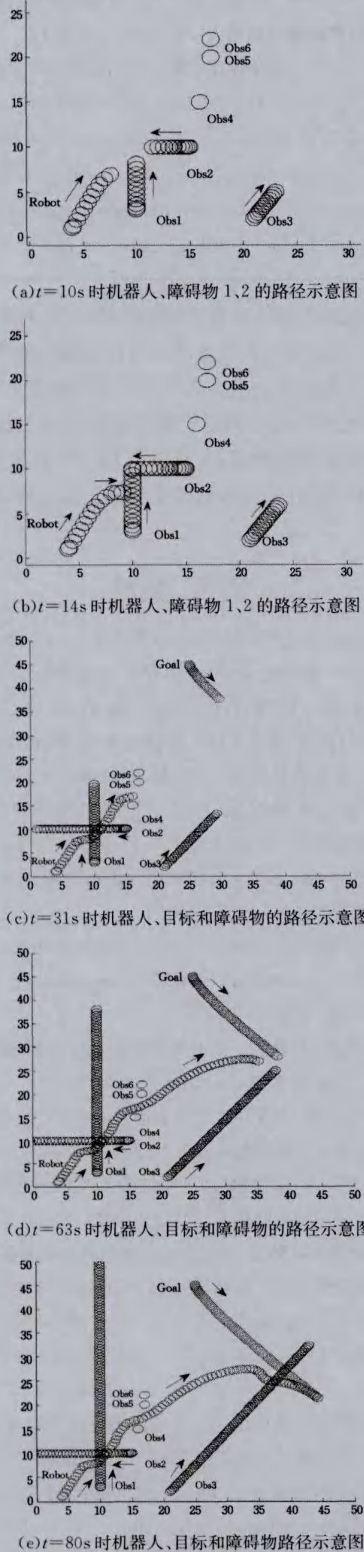


图 9

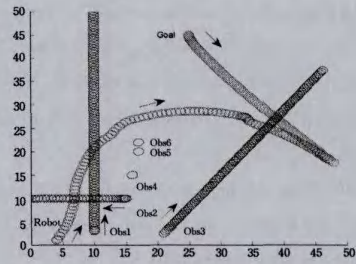


图 10 $t=95$ s 时传统方法(文献[2])避障示意图

由图 9、图 10 可见,运用避障预测方法和减速避障策略产生的路径(见图 9(e))明显优于传统方法(文献[2])产生的路径(见图 10)。因为传统方法无避障预测,开始阶段对障碍物 1 产生无谓避障;又无减速避障策略,导致只能通过加速避开障碍物 2,进而导致路线冗余;在避障障碍物 3 时,传统方法选择减速等待,而改进方法智能性地选择从右侧绕行,不仅避开障碍物 3,且节省了时间,可见该方法的有效性。

结束语 通过改进的人工势场函数,使移动机器人在全变速环境下能够在线实时跟踪避障。不仅解决了局部最小等弊端,减少了路径冗余,加快了移动机器人向目标点的运动速度,而且实现了移动过程中的方向调整。该算法对于机器人处于包含匀变速运动的障碍物环境非常有意义,既增加了安全性,又提高了效率。最后,通过仿真实验验证了其有效性。

参考文献

- [1] Kang F, Wang Y. Robot Path Planning Based on Hybrid Artificial Potential Field Genetic Algorithm[J]. Journal of System Simulation, 2006, 18(3): 774-777
- [2] 殷路,尹怡欣. 基于动态人工势场法的路径规划仿真研究[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(11): 3325-334
- [3] Vadakkepat P, Tan K, Ming-Liang W. Evolutionary artificial potential fields and their application in real time robot path planning[C] // Proceedings of the 2000 Congress on Evolutionary Computation, 2000. IEEE, 2000: 256-263
- [4] Gerke M. Genetic path planning for mobile robots[C] // Proceedings of the 1999 American Control Conference, 1999. IEEE, 1999: 2424-2429
- [5] Liu C, Li D, Yang J. A novel method of mobile robot path planning based on quantum genetic algorithm[C] // 2010 Chinese Conference on Pattern Recognition (CCPR). IEEE, 2010: 1-5
- [6] Hong Z, Liu Y, G Zhong-guo, et al. The dynamic path planning research for mobile robot based on artificial potential field[C] // 2011 International Conference on Consumer Electronics, Communications and Networks (CECNet). IEEE, 2011: 2736-2739
- [7] Khatib O. A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation[J]. IEEE Journal of Robotics and Automation, 1987, 3(1): 43-53
- [8] Koren Y, Boren S J. Potential field methods and their inherent limitations for mobile robot navigation[C] // Proceedings of the 1991 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Sacramento, California, IEEE, 1991: 1398-1404
- [9] Tilove R B. Local Obstacle Avoidance for Mobile Robots Based

on the Method of Artificial Potentials[C]//Proc. of IEEE Conf. on Robotics and Automation, Nice, France. 1990;566-571

- [10] Ge S S, Cui Y J. New potential functions for mobile robot path planning[J]. IEEE Trans. on Robotics and Automation, 2000, 16(5):615-620
- [11] Jia Q, Wang X. An improved potential field method for path planning[C]//Control and Decision Conference (CCDC), 2010 Chinese. IEEE, 2010;2265-2270
- [12] L Qian-you, Zhang H, Heng W, et al. Application of improved artificial potential field approach in local path planning for mobile robot[J]. Computer Engineering and Design, 2011, 32(4): 1411-1418
- [13] Ge S S, Cui Y J. Dynamic motion planning for mobile robots using potential field method[J]. Autonomous Robots, 2002, 13

(3):207-222

- [14] Huang L. Velocity planning for a mobile robot to track a moving target—a potential field approach[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(1):55-63
- [15] 韩永, 刘国栋. 动态环境下基于人工势场的移动机器人运动规划[J]. 机器人, 2006, 28(1):45-49
- [16] 潘炼, 严文, 陶辉, 等. 基于改进人工势场的移动机器人路径规划[J]. 计算机测量与控制, 2011, 19(4):969-974
- [17] 谢宏健, 王华忠. 基于速度分解的移动机器人动态避碰规划[J]. 华东理工大学自然科学报, 2011, 37(2):234-238
- [18] Zhang Qi, Yue Shi-guang, Yin Quan-jun, et al. Dynamic obstacle-avoiding path planning for robots based on modified potential field method[C]//Intelligent Computing Theories and Technology. Springer Berlin Heidelberg, 2013:332-342

(上接第 236 页)

RVM 分类法进行比较。采用的参数设置为： $l=0.5, \alpha=\frac{1}{N^2}$,

其中 N 为样本个数。表 3 给出了在无噪声的情况下，两种方法在不同训练/测试样本下获得的分类准确率的平均值及训练时间平均值，其中，若训练/测试样本为 100/1000，则代表每种扰动生成 100/1000 个训练/测试样本，6 种扰动共 600/6000 个训练/测试样本，训练时间也为 600 个训练样本的训练时间。硬件环境：实验选用微机的 CPU 主频为 2.53GHz，内存为 2.00GB，仿真软件为 Matlab7.0。

表 3 传统的 RVM 和 FRVM 的分类结果比较

训练/测试 样本	平均分类准确率/%		平均训练时间/s	
	RVM	FRVM	RVM	FRVM
100/1000	94.14%	96.00%	25.547	14.887
200/1000	96.46%	98.39%	177.263	77.899
300/1000	97.33%	98.88%	529.720	196.301
400/1000	98.01%	99.21%	1266.809	307.760

从表 3 的仿真数据中可以看出，FRVM 算法的准确率比传统的 RVM 算法的准确率高，从训练时间分析，FRVM 通过对矩阵 Φ 进行合理的稀疏化，从而可以极大地减少训练时间，使相关向量机更具有实用性。

由于实际的信号中通常叠加有噪声，因此本文为对各扰动信号分别叠加信噪比为 20dB、30dB、40dB 的高斯白噪声，表 4 是在训练/测试样本为 400/1000 的情况下，采用本文所提出的分类方法对叠加有噪声的扰动信号的分类结果。

表 4 FRVM 在不同信噪比下的分类结果

扰动类型	分类准确率/%		
	40dB	30dB	20dB
电压暂降	99.63%	99.27%	96.32%
电压暂升	100%	99.75%	97.48%
电压中断	99.78%	99.20%	97.12%
谐波	97.15%	95.46%	94.26%
振荡暂态	98.82%	97.47%	96.30%
瞬时脉冲	98.80%	96.92%	95.23%
平均准确率/%	99.03%	98.01%	96.12%

从表 4 中可以看出，在训练/测试样本为 400/1000 的情况下，当叠加到信号中的噪声的信噪比分别为 40dB、30dB、20dB 时，本文所提方法的分类准确率可分别达到 99.03%、98.01%、96.12%，可见本文提出的基于小波变换和 FRVM

的电能质量扰动分类方法在不同的信噪比下也能获得高精度的分类结果，由此验证了此方法具备良好的抗噪声能力。

结束语 通过小波变换提取各层信号的能量与标准信号的能量之差组成的特征向量能够很好地反应出扰动的特性，有利于提高分类的准确率；并且采用 FRVM 算法能够极大地缩短训练时间，提高分类器的效率和分类准确率，增加算法的实用性。

参 考 文 献

- [1] Santoso S, Grady W M, Powers E J, et al. Characterization of distribution power quality events with Fourier and wavelet transforms[J]. IEEE Trans. Power Del, 2000, 15(1):247-254
- [2] 覃思师, 刘前进. 基于 STFT 变换和 DAGSVMs 的电能质量扰动识别[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(1):83-86
- [3] 胡为兵, 李开成, 张明, 等. 基于小波变换和分形理论的电能质量扰动监控系统[J]. 电网技术, 2008, 32(12):51-55
- [4] 赵凤展, 杨仁刚. 基于 s 变换和时域分析的电能质量扰动识别[J]. 电网技术, 2006, 30(8):90-94
- [5] Reaz M, Choong F, Sulaiman M. Expert system for power quality disturbance classifier[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2007, 22(3):1979-1988
- [6] 赵静, 何正友, 贾勇, 等. 基于高阶累积量的暂态电能质量扰动分类研究[J]. 电网技术, 2011, 35(5):103-109
- [7] 赵立权, 谢妮娜. 基于小波变换和改进的 RVM 的电能质量扰动分类[J]. 电工电能新技术, 2013, 32(4):74-78
- [8] 姚建刚, 郭知非, 陈锦攀. 基于小波和 BP 神经网络的电能扰动分类新方法[J]. 电网技术, 2012, 36(5):139-144
- [9] 沈跃, 刘国海, 刘慧. 基于改进 S 变换和贝叶斯相关向量机的电能质量扰动识别[J]. 控制与决策, 2011, 26(4):587-591
- [10] Bishop C M, Tipping M E. Variational Relevance Vector Machines[R]. Uncertainty in Artificial Intelligence Proceedings, 2000
- [11] 刘志刚, 李德仁, 秦前清, 等. 支持向量机在多类分类问题中的推广[J]. 计算机工程与应用, 2004(7):10-13
- [12] Tipping M E, Faul A C. Fast marginal likelihood maximisation for sparse Bayesian models[C]//Bishop C M, Frey B J. eds., Proceedings of the Ninth International Workshop on Artificial Intelligence and Statistics, Key West, FL, 2003