

投票理论研究现状及其展望

张楠^{1,2} 陈荣¹ 郭世凯¹

(大连海事大学信息科学技术学院 大连 116026)¹ (沈阳工程学院信息学院软件工程系 沈阳 110136)²

摘要 社会选择理论是研究如何表达和聚合个体选择的一门学问。而社会选择理论与计算机科学的融合产生了称为计算社会选择的交叉学科,该学科成为社会计算的重要研究内容之一,在人工智能、经济和计算性理论领域引起了轰动。其一方面引入了复杂性分析和算法设计等计算机学科中常用的技术来对社会选择机制进行研究;另一方面也通过引入社会选择理论中的概念来推动计算机技术的发展,特别是在多智能体系统研究中有着成功的应用。投票理论是计算社会选择中最重要的研究主题之一。首先介绍常见的投票方法以及投票理论的形式化框架;再对投票理论中所关心的操纵问题做分析;然后介绍在组合域上的投票;最后对其他相关问题作简要介绍,并对该领域未来的发展与应用做出展望。

关键词 计算社会选择,投票理论,不可能定理,操纵,组合域

中图分类号 TP3-05 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.5.001

State-of-the-art and Future of Voting Theory

ZHANG Nan^{1,2} CHEN Rong¹ GUO Shi-kai¹

(School of Information Science and Technology, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)¹

(Department of Software Engineering, School of Information, Shenyang Institute of Engineering, Shenyang 110136, China)²

Abstract Social choice theory is concerned with the design and analysis of methods for collective decision making. Computational social choice is an interdisciplinary field of study at the interface of social choice theory and computer science and has attracted much attention from people working in artificial intelligence, economic and theoretical computer science, promoting an exchange of ideas in both directions. On the one hand, it is concerned with the application of techniques developed in computer science, such as complexity analysis or algorithm design, to study social choice mechanisms. On the other hand, computational social choice is concerned with importing concepts from social choice theory into computing, and especially social choice theory has since found its place as one of the fundamental tools for the study of multiagent systems. Voting theory is one of the most important research topics in computational social choice currently. So the main topic for this paper is voting theory, which will be investigated from all sorts of angles. Firstly, some popular voting procedures and formal framework of voting theory were introduced. Secondly, strategic manipulation and ways of circumventing strategic manipulation were discussed. Then some of the problems associated with voting in combinatorial domains were highlighted, and several approaches that have been proposed to address them were introduced. Finally, a number of additional topics in voting theory were touched briefly. Meanwhile, some future directions of voting theory were also addressed shortly.

Keywords Computational social choice, Voting theory, Impossibility theorems, Manipulation, Combinatorial domains

1 引文

在互联网和万维网的推动下,人、机、物和信息和谐共生的社会网络环境逐步成型,大量的社会行为感知数据被保存在网络空间中,为我们观测社会创造了前所未有的条件。孕育而生的社会计算是计算技术与经济、社会科学相结合的交叉学科,它使用系统科学、人工智能、数据挖掘等科学计算理论作为研究方法^[1],从原理和方法上研究如何利用计算技术

帮助人们认识经济社会规律(如相互沟通、协作、竞争与妥协),以及如何利用群体智慧解决政治、经济、文化等领域复杂性社会问题。

计算社会科学是社会计算的重要研究内容之一。随着社会科学的发展,人们已从认同柏拉图式的传统社会哲学所假定存在的独立于个人愿望的客观社会的“善”^[2],向更关注于个人利益的意识形态转变。由此兴起的社会选择理论(social choice theory)关注个体私利和集体选择之间的矛盾关系,是

到稿日期:2014-06-12 返修日期:2014-08-24 本文受国家自然科学基金(61175056),中央高校基本科研业务费资助项目(3132013335),大连海事大学优秀科技创新团队培育计划资助项目(3132013335)资助。

张楠(1979—),男,硕士,讲师,CCF 学生会员,主要研究领域为计算智能、计算社会选择等;陈荣(1969—),男,博士,教授,主要研究领域为数据库和知识库、Web 智能、软件工程等,E-mail: rchen@dl.cn(通信作者);郭世凯(1988—),男,硕士,主要研究领域为 Web 智能、软件工程等。

研究和分析如何表达和聚合个体选择的一门学问。社会选择研究的根本性问题是各种社会决策能否在尊重个体偏好的基础上平衡利益分配,比如能否在不同的现实社会状态下进行公平选择并对其公正性加以评价。一方面,社会选择理论显然要得到既公正又尊重个人偏好的集体选择必然需要计算理论的支撑;另一方面,计算机科学中也存在很多与社会选择相类似的问题,例如多智能体系统达成的联合决定也必须既要公正又要尊重每个智能体的选择。

社会选择理论与计算理论相融合便出现了一个称为计算社会选择(Computational Social Choice, COMSOC)的交叉点,其随即在人工智能、经济和计算理论等领域引起了轰动。近年来,人工智能领域的各个顶级会议(IJCAI、AAMAS、ECAI等)均把 COMSOC 作为一个重要主题,做过专门的研讨会^[3,4]和讲座^[5,6];国际著名的学术期刊 JAAMAS 出版了以 COMSOC 为主题的专辑^[7];始于 2006 年,每两年召开一次的“计算社会选择国际研讨会”更是成为计算机科学家、人工智能和多智能体系统研究者以及逻辑学家交流计算社会选择理论最新研究成果的平台^[8]。目前,COMSOC 在推荐系统、多智能体系统、社会软件工程、辩论协商、博弈、福利、政治等方面都有了成功应用。

计算社会选择理论所关注的研究对象大体可分为 4 类^[10]:投票理论(voting theory)、判定聚集(judgment aggregation)、稳定联盟(stable matching)以及公平分配(Fair Division)。投票理论主要研究如何把每个投票者的个体偏好聚合成集体偏好,而投票过程不仅应充分尊重投票者意愿,还要公平对待每个投票对象,投票中存在的独裁(dictatorship)、操纵(manipulation)以及组合域(combinatorial domains)等情况都是投票理论要面对的主要问题;判定聚集就是将个体判断聚合成集体决策的过程,在聚合过程中不仅要满足正确性和公平性,还要关注聚合结果的合理性,因此判定聚集虽与投票过程类似,但又不能简单地等同于投票过程;稳定联盟问题则研究个体根据各自目标的相似性如何才能结成没有背叛的同盟,例如著名的稳定婚姻问题(the stable marriage problem)就是一类经典的稳定联盟问题^[9];公平分配则关注于如何按照个体偏好或需要来分配物资,所谓的公平就是使得每个个体都能接受分配的结果,并且也不会嫉妒其他个体的所得。以上 4 类问题既有相似之处又有所不同,而且后 3 类问题都可看作是一种特殊的投票。其中判定聚集侧重于投票结果的逻辑一致性;稳定联盟则实现了投票者与投票对象之间的相互选择;而公平分配则更关注于如何得到满足所有投票者偏好的分配方案。由此可见,投票理论是计算社会选择中最基本也是最重要的研究内容,因此本文将以投票理论为主来介绍计算社会选择。

从研究方向来看,计算社会选择理论的研究主要集中在两个方面^[10]。首先是对社会选择问题的研究,如设计公正的投票方法,实现合理的集体裁决,进行公平的福利分配等。其次是在计算技术方面的研究,包括形式化社会选择理论,使用人工智能方法对已有的社会选择理论成果进行证明,进而为如何找到更多类似结论提供一种新的方法;研究新的个体偏好描述方法,提高选票的表达能力,改善聚合过程的性能;采用信息安全的思想或方法解决社会选择问题;使用复杂性理论对社会选择理论中的问题进行分析;在多智能体系统的协

商、调度中应用社会选择理论中的方法和结论等。此外,逻辑学也被引入了计算社会选择的研究之中^[11-14]。

本文将投票理论为骨干,介绍计算社会选择的研究现状,从投票方法、投票理论的形式化框架、操纵问题、组合域上的投票等几个部分分别展开论述,然后再简要介绍该领域的其他相关问题,最后将对投票理论及计算社会选择未来的发展与应用做出展望。

2 投票方法

投票的方法有很多^[15],这里将其分为正向积分规则投票(positional scoring rules)、阶梯过程投票(staged procedures)和孔多塞扩展规则投票(Condorcet extensions)3类来做介绍。

正向积分规则中由投票者为每个候选项打分,根据得分多少确定获胜者。形式化的描述就是:给定一积分向量 $s = (s_1, \dots, s_m)$,其中每个元素满足 $s_1 \geq s_2 \geq \dots \geq s_m$,且 $s_1 > s_m$,投票时每名投票者给出所有 m 个候选项的排序,排在第 i 位的候选项得到 s_i 个积分,所有投票者投票后积分最高的候选项获胜。很多常见的投票方法都属于正向积分规则,如相对多数投票(Plurality Rule)的积分向量为 $(1, 0, \dots, 0)$;Borda 规则的积分向量为 $(m-1, m-2, \dots, 0)$;否决投票(veto rule)的积分向量为 $(1, \dots, 1, 0)$; k -赞成投票(k -Approval Voting) ($k \leq m$)的积分向量则是 $(1_1, \dots, 1_k, 0, \dots, 0)$ 。

阶梯过程指需经过多轮但每一轮都有候选项被淘汰的投票过程,常见的有二轮决选制投票和单记移让式投票。二轮决选制投票(plurality with run-off)需先经过一轮相对多数投票,然后对得票最多的两个候选项再进行一轮相对多数投票来确定最终的胜者。相对于只有一轮的相对多数投票,二轮决选制投票使用了更多的投票者的偏好信息,给了排名第二的候选项又一次机会,但这种投票有可能出现弃权悖论(no-show paradox)^[16]的情况。单记移让式投票(Single Transferable Vote, STV)则需要投票者在选票中对所有候选项进行排序,其中排名第一的候选项获得一票,若得票最多的候选项的得票率超过某个指标值(如 50%)则获胜;否则,将得票最少的候选项从每张选票中去掉,再重新按前述方法计票,直到选出胜者为止。当只有 3 个候选项时,单记移让式投票和二轮决选制投票是等价的,因此 STV 也是有可能出现弃权悖论的。

孔多塞扩展规则泛指那些遵循了孔多塞准则(Condorcet Principle)的投票方法。孔多塞准则^[17]是由 18 世纪法国数学家孔多塞提出的一种投票原则。该原则要求投票的胜者必须能够在与其他所有候选项的两两对决中都获胜,此时的胜者被称为孔多塞胜者(Condorcet winner)。显然孔多塞胜者若存在就必定唯一,但是并不是所有的选票组合都存在孔多塞胜者,因此可能出现一种称为孔多塞悖论(Condorcet paradox)的情况。如在表 1 所列的选票组合中,若只考虑 A、B、C 间的两两对决,则有: $A > B$ 、 $B > C$ 和 $C > A$,因此不存在孔多塞胜者;而如将投票结果看成是候选项集合上的一种二元关系,则以上两两对决的结果与二元关系的传递性相矛盾。这就是孔多塞悖论。又由表 2 所列的投票情形可知, A 是孔多塞胜者,但如果使用 Borda 规则计票,胜者却是 B,而且使用其他正向积分规则也会出现类似的情况,这也是一种孔多塞悖论。

表1 选票组合(a)

投票人	对 A,B,C 的偏好
Ann	A>B>C
Bob	B>C>A
Cesar	C>A>B

表2 选票组合(b)

得票数	30	1	29	10	10	1
选票	A	A	B	B	C	C
	B	C	A	C	A	B
	C	B	C	A	B	A

由于孔多塞胜者并不一定存在,因此当孔多塞胜者存在时可以满足孔多塞准则的投票过程就被称为孔多塞扩展规则,如 Copeland 规则^[18]、Slater 规则^[19]、Kemeny 规则^[20]、

Young 规则、Dodgson 规则、Banks 规则^[21]等都是孔多塞扩展规则。与孔多塞胜者不一定存在类似,孔多塞准则也不一定总被满足,例如 Borda 规则就不满足孔多塞准则,而绝大多数的正向积分规则也都不是孔多塞扩展规则。

3 投票理论的形式化框架

为更好地使用人工智能、计算理论等方法研究投票问题,需要对投票问题进行形式化的描述,进而建立投票问题的公理系统。表3列出投票理论形式化框架(Formal Framework)中一些名词和符号的定义。而对于赞成投票(approval voting)、累计投票(cumulative voting)或计分投票(range voting)等特殊的投票情形,表中名词和符号的含义也将有所不同。

表3 基本名词与符号

名词	符号	说明
选民	$N = \{1, \dots, n\}$	投票者的有限集;
候选集	$X = \{x_1, x_2, x_3, \dots\}$	候选项的有限集合;
可能偏好集	$L(X)$	候选集 X 上的全序或弱序关系,选民的偏好就是 $L(X)$ 中的一个元素;
偏好组合 (preference profile)	$R = (R_1, \dots, R_n) \in L(X)^N$	包含了所有选民偏好的向量,有时也称为选票组合(ballot profiles);
社会福利函数 (Social Welfare Function, SWF)	$F: L(X)^N \rightarrow L(X)$	在选票组合 R 中把候选项 x 排在 y 之前的选民集合;
社会选择函数 (Social Choice Function, SCF)	$F: L(X)^N \rightarrow 2^X \setminus \{\emptyset\}$	个体偏好组合到集体偏好的映射;
选票语言 (ballot language)	$B(X)$	偏好组合到 1 名或多名胜者的映射,可以看成是一个投票过程;
决胜 (tie-breaking)	$T: 2^X \setminus \{\emptyset\} \rightarrow X$	选票上体现出来的对候选项的偏好,其形式与具体的投票过程相关;
		当社会选择函数有多个输出时,可以通过决胜环节得到唯一的胜者;

3.1 公理

投票理论的公理化主要分为两个方面:(1)不可能定理(impossibility theorems),用来表明满足一组给定公理的投票过程是不存在的;(2)描述定理(characterisation theorems),用来指出能够满足一组给定公理的一个或一类投票过程。这

里的公理其实就是投票问题或投票过程应满足的特征或属性,这些公理虽然并不是每一个社会福利函数都需要满足的,但却是在选择社会福利函数时所关心的,也可以说这些公理客观反映了对投票的公平性以及“少数服从多数”理念的要求。表4给出了投票理论中的部分公理及其形式化描述。

表4 投票理论中的公理

公理	形式化描述	说明
万有域 (universal domain)		指投票过程定义在所有可能的选票组合上;
匿名性 (anonymity)	$F(R_1, \dots, R_n) = F(R_{\pi(1)}, \dots, R_{\pi(n)})$, 其中 R 为任意选票组合, π 为任意置换: $N \rightarrow N$;	指社会福利函数 SWF 对每一个投票者都是同等对待的;
中立性 (neutrality)	$F(\pi(R)) = \pi(F(R))$, 其中 R 为任意选票组合, π 为任意置换: $X \rightarrow X$;	指社会福利函数 SWF 对每一个候选项都是同等对待的;
非强加性 (non-imposition)	$\forall x \exists R (F(R) = \{x\})$, 其中 $R \in L(X)^N, x \in X$;	指对于每一个候选项都存在一种选票组合使其为唯一的胜者;
独裁性 (dictatorships)	$\exists i (\forall R (F(R) = R_i))$, 其中 $i \in N, R \in L(X)^N$;	指某个投票者在任何选票组合下选择的候选项总是获胜;
一致性 (unanimous)	$\forall y (N_{\{x>y\}}^R = N) \rightarrow F(R) = \{x\}$, 其中 $R \in L(X)^N, x, y \in X$;	指只有当所有选民都选择同一候选项时该候选项才能获胜;
帕累托条件 (Pareto condition)	$N_{\{x>y\}}^R = N \rightarrow y \notin F(R)$, 其中 $R \in L(X)^N, x, y \in X$;	如果所有选民都认为候选项 x 优于候选项 y, 则 y 一定不是最终的胜者;
无关候选项的独立性 ^[22,23] (independence of irrelevant alternatives, IIA)	$N_{\{x>y\}}^R = N_{\{x>y\}}^{R'} \rightarrow ((x, y) \in F(R) \Leftrightarrow (x, y) \in F(R'))$, 其中 $R, R' \in L(X)^N, x, y \in X$;	指社会福利函数的结果中候选项 x, y 的排序只与选民们对 x, y 的态度有关,而与选民对其他候选项的态度无关;
坚定性 (resoluteness)	$ F(R) = 1$, 其中, F 是社会选择函数	任何选票组合下社会选择函数的结果都只有一个;
自由性 ^[24] (liberalism)	$(i \in N_{\{x>y\}}^R \rightarrow y \notin F(R)) \vee (i \in N_{\{y>x\}}^{R'} \rightarrow x \notin F(R))$	每个个体 i 存在两个不同候选项 x 和 y, 且 i 对 x, y 的态度决定了社会选择函数的选择;
可操纵性 (manipulable)		指投票者可通过在选票中隐藏自己真实想法来获取更大的利益;
强单调性 ^[25] (strong monotonicity)	$N_{\{x>y\}}^R \subseteq N_{\{x>y\}}^{R'} \wedge F(R) = \{x\} \rightarrow F(R') = \{x\}$, 其中 $R, R' \in L(X)^N, x, y \in X$;	指在某些选票中提升原胜者 x 的排名, 则 x 仍然获胜;
正响应性 (positive responsiveness)	$N_{\{x>y\}}^R \subseteq N_{\{x>y\}}^{R'} \wedge (N_{\{y>z\}}^R \subseteq N_{\{y>z\}}^{R'}) \wedge (x \in F(R)) \rightarrow \{x\} = F(R')$, 其中 $x, y, z \in X, R, R' \in L(X)^N$	指在某些选票中提升候选项 x 的排名可使 x 从胜者之一变为唯一胜者;
加强性 (reinforcement)	$F(R) \cap F(R') \neq \emptyset \rightarrow F(R \oplus R') = F(R) \cap F(R')$, 其中 $R, R' \in L(X)^N$	指在两个选区都能获胜的候选项在选区合并时也能获胜;
连续性 (continuity)	$F(N) = \{x\} \rightarrow F(N * k \oplus N') = \{x\}$, 其中 N, N' 是不同的选区, $x \in X$;	指若 x 是选区 N 的唯一胜者, 那么存在整数 k 使得 x 在其它选区 N' 与 N 的 k 份拷贝合并之后仍能获胜;

3.2 不可能定理

Arrow 定理^[22] 已经被看作是 社会选择理论的最基本定理。它的意义不仅仅在于其令人震惊的结论本身,更在于其结论的普遍性。

定理 1 当候选项数量大于等于 3 时,任何满足帕累托和 IIA 条件的社会福利函数都是独裁的。

Arrow 定理也经常以另外一种形式出现:当候选项数量大于等于 3 时,没有任何社会福利函数可以同时满足帕累托条件、IIA 以及非独裁性。Taylor 则将 Arrow 的结论扩展到了社会选择函数即投票过程上^[23],此时便被称作不可能定理。

关于该定理,Arrow 最开始给出的证明比较繁琐且不易理解,因此后来又有了多个证明版本。Kirman 和 Sondermann^[26] 引入过滤器(ultrafilters)的概念来证明 Arrow 定理;Sen^[27] 则使用“决定联盟”(decisive coalition)技术对 Arrow 定理进行了证明^[13];Geanakoplos^[28] 更是给出了 3 种简短的证明,特别是其中的第一种证明使用“关键选民”(pivotal voter)技术在 Barberà 曾经的工作^[29] 基础上对 Arrow 定理进行了证明;此外,自动推理技术也被用来尝试对 Arrow 定理进行证明,Nipkow^[30] 将 Geanakoplos 的证明翻译成了高阶逻辑证明工具 ISABELLE 所使用的语言;Tang 和 Lin^[31] 则将具有 2 个投票者、3 个候选者的 Arrow 定理翻译成了命题逻辑下的子句集,进而使用 SAT 求解器进行了证明。

Arrow 不可能定理率先揭示了投票过程中帕累托条件、IIA 条件和非独裁性之间的矛盾,之后更多相互矛盾的公理被找了出来。Sen 提出了由自由性和帕累托条件之间的矛盾而得到的不可能定理^[24];Gibbard 和 Satterthwaite 则提出不可操纵性与非独裁性是矛盾的^[25,32];Muller 和 Satterthwaite 则发现投票过程的满射性、强单调性和非独裁性是矛盾的^[33];此外,Pini 等人研究了偏序情况下的不可能定理,发现偏序下的不可能定理与全序下的变化并不大^[34]。

3.3 描述定理

如果说不可能定理揭示了公理之间的矛盾,那么描述定理则希望回答哪些投票过程可以满足指定的公理。当然,如果从描述投票过程的角度来看,公理化方法只是手段之一,还可以有基于距离的方法和基于概率的方法。

May 对有两个候选项的相对多数规则进行了公理化描述,指出只有 2 个候选项时,当且仅当使用相对多数规则才能同时满足匿名性、中立性和正响应性^[35]。Young 则给出了对于正向积分规则的描述,指出当且仅当投票过程是一般正向积分规则才能同时满足匿名性、中立性、加强性以及连续性^[36],这里的“一般”指积分向量只需是非递减的即可。

基于距离的方法则使用“合意”(consensus)和“距离”(distance)来描述投票过程^[37,38]。“合意”指某种具有明确胜者的选票组合,“距离”则用来衡量当前选票组合与“合意”的差别,而与选票组合距离最近的合意的胜者将成为投票的结果。定义“合意”的方法通常有孔多塞胜者、相对多数胜者、全体一致胜者(unanimous winner)(所有选民都将胜者 x 排在第一)和全体一致排序(unanimous ranking)(所有选民的选票都一样,选票中排在第一的候选项获胜) 4 种。而衡量距离的方法则有交换距离(swap distance)和分离距离(discrete distance)^[39]。交换距离指从选票组合 R 到 R' 需要交换的相邻

候选项对的最小数目;分离距离指两种选票组合中不同选票的数量。前面提到的投票过程中有两种本身就是使用基于距离的方法定义的: Dodgson 规则^[40] = 孔多塞胜者 + 交换距离;Kemeny 规则 = 全体一致排序 + 交换距离。此外,Farkas 和 Nitzan^[41] 指出 Borda 规则可以使用全体一致胜者和交换距离来描述;Nitzan^[42] 指出相对多数规则可以使用全体一致胜者和分离距离来描述。基于距离的方法不仅可以用来描述投票过程,还可用来对胜者判定问题的复杂度进行分析。

从概率的角度来描述投票过程主要基于这样的设定:对于所有的候选项客观上存在一个“正确”排序,而投票者如果想要找到这个正确的排序却又无法确定哪个是正确的排序,则只能把他们认为正确的排序通过选票表达出来,因此投票就成了观察给定的选票以找到最接近“正确”的排序的过程。可以证明当由相互之间独立的 n 个选民在两个候选项之间进行选择时,如果每个选民做出正确决策的概率大于 $1/2$,那么使用相对多数规则做出正确决策的概率将随 n 的增大而增加,当 n 接近无穷时,正确的概率将接近 1^[43]。Young 指出,当每名投票者给出任意候选项对的正确排序的概率大于 $1/2$ 时,那么任何可以选出最接近正确的胜者的规则与 Kemeny 规则都是等价的^[44]。Conitzer 和 Sandholm 则提出了一个更一般的问题^[45]:对于一个投票过程 F ,是否可以构造一个“噪声模型(noise model)”使得 F 是正确胜者的最大似然估计?对此他们指出,如果每个投票者能够独立地把正确胜者排在 k 位上的概率是 $2^{m-k}/2^{m-1}$,那么 Borda 规则就是对正确胜者的极大似然估计。

4 策略操纵与避免操纵

设有如表 5 所列的偏好组合,如果每个选民都能如实地通过选票反映他们的偏好,那么在相对多数规则下肯定是 Bush 获胜。但若投票给 Nader 的那些选民把选票转投给 Gore,因为对他们来说 Gore 比 Bush 更易被接受,那么 Gore 就有机会获胜了。此时,原本为少数派的 Nader 的支持者成了左右选举结果的决定因素,对这部分选票的争夺其实就是对选举结果的“操纵”(manipulate)。从这个例子也可以看出选票与偏好可以是不一致的,这为“操纵”提供了一种客观存在的主观上的必然性。那么是否可以在投票规则的设计上避免选票与偏好的不一致呢?这就需要进一步地研究操纵的策略,找到可以操纵投票的那些充分条件。

表 5 偏好组合

选民比例	选民偏好
49%	Bush>Gore>Nader
20%	Gore>Nader>Bush
20%	Gore>Bush>Nader
11%	Nader>Gore>Bush

4.1 策略操纵

先来考虑具有坚定性的投票过程。如果投票者投出的选票和投票者的真实偏好是一致的,就认为投票者是诚实(truthful)的。如果存在一个投票过程 F ,对于包含了选民 N 中投票者 i 的真实偏好 R_i 的偏好组合 R 和 i 的不真实偏好 R_i' ,在 i 看来都不会有 $F(R_{-i}, R_i')$ 优于 $F(R)$,则称 F 是防策略(strategy-proof)或操纵免疫的(immune to manipulation)。这里 (R_{-i}, R_i') 表示将 R 中 R_i 替换为 R_i' 。也就是说在防策

略的投票过程下投票者没有隐藏自己真实偏好的动机。在研究防策略时一般假设操纵者已知其他选民的选票信息,这称为全信息假设(full-information assumption)。当然,对投票理论中部分信息下的操纵也有相关研究^[46,47]。Gibbard 和 Satterthwaite 已经告诉我们此时非独裁性和不可操纵性(即防策略性)是矛盾的(不包括只有 2 个候选项的情况),也就是说非独裁的投票过程都是可以操纵的,非独裁性在此时就成为操纵的充分条件。

而对于非坚定的投票过程,因为可能有多个胜者,就需要选民对候选集的子集进行排序^[48,49],这样才能衡量操纵者的收益^[50,51]。其中一种方法是将投票者分为乐观的和悲观的,乐观的投票者认为只要集合 X 中最优的 x 优于集合 Y 中最优的 y ,就有 X 优于 Y ;而悲观的投票者则认为只有集合 X 中最差的 x 优于集合 Y 中最差的 y ,才有 X 优于 Y 。此外,Kelly 规则^[52]、Gärdenfors 规则^[53]等也可以用来对集合排序。有了对集合排序的规则,就可以描述不同类型的投票者的操纵行为了。如果任意乐观的投票者都不能从不诚实的投票中获益,则被称为乐观操纵免疫;如果任意悲观的投票者都不能从不诚实的投票中获益,则被称为悲观操纵免疫。若存在某个投票者最满意的候选项总出现在非坚定的社会选择函数 F 的胜者集中,则称 F 是弱独裁的(weak dictatorial)。这时将 Gibbard-Satterthwaite 定理扩展到非坚定投票规则就可以得到 Duggan-Schwartz 定理^[54]:当候选项数量大于等于 3 时,任何非强加的、对乐观和悲观操纵同时免疫的投票过程都是弱独裁的^[55]。

4.2 避免操纵

Gibbard-Satterthwaite 定理已指出没有任何理想的投票规则是防策略的,那么要想避免操纵就只好从下面 3 个方面着手:改变 Gibbard-Satterthwaite 定理成立的形式化框架;找出社会选择函数的定义域中不满足 Gibbard-Satterthwaite 定理的子域;增加策略操纵的成本,使其代价超过收益。

首先,Gibbard-Satterthwaite 定理和 Duggan-Schwartz 定理都是基于社会选择函数的,其中的偏好和选票都是线性序的。可以想象,通过对选票和偏好重新建模,可以使得投票过程的防策略性有所变化^[56],这方面的一个例子就是维克瑞拍卖(Vickrey auction)^[57]。在维克瑞拍卖中,每个投标人都倾向于按照标的物的真实价格出价。另外一种形式就是赞成投票(approval voting)。赞成投票中投票者可以把选票同时投给多个候选项,投票过程可描述为 $F: (2^X)^N \rightarrow 2^X \setminus \{\emptyset\}$ 。可以证明,当投票者的偏好符合期望效益最大化时,以均匀概率决胜的赞成投票是对不诚实操纵免疫的^[58,59]。

其次,根据万有域假设,任何线性序关系都可能出现在偏好或选票中,如果对偏好和选票的序关系加以约束,将会使投票过程满足更多的公理。单峰偏好(single-peaked)就是一种这样的域约束^[60]。单峰是指选民在给定的一个候选项序列上以其最满意的候选项为中心沿着序列前后两个方向逐渐降低对候选项的兴趣度。Black 证明:当奇数个选民按照单峰偏好进行投票时一定存在孔多塞胜者,并且使用中位选民规则(median-voter rule)可以选出这个孔多塞胜者,而且此时的中位选民规则还是防策略的^[60]。更进一步,Moulin 给出了一种单峰域中防策略投票类的描述:中位选民规则+“幻影峰”^[61]。而 Sen 也提出了可以保证得到孔多塞胜者并且是防

策略的“三元值约束”(triplewise value-restriction)^[62]。此外,维克瑞拍卖在某种程度上也可以看作是一种域约束。

再有,如果策略操纵不可避免,那就只有提高操纵的难度,从而降低操纵的可行性。若社会选择函数 F 使得操纵在计算上变得困难,则 F 被认为是对操纵有抵抗力的(resistant)(并不是免疫的(immune))。一个原本容易被操纵的投票过程也可以被重新设计成一个具有抵抗力的过程。Bartholdi、Tovey 和 Trick 证明了大部分常用的投票过程都是易操纵的,但也找到了一种操纵复杂度是 NP-完全的类 Copeland 规则的投票过程^[63];Bartholdi 和 Orlin 则指出对 STV 的操纵是 NP-完全的^[64]。如果有着相同利益的操纵者结成了联盟,此时的操纵被称为联盟操纵(coalitional manipulation),这个联盟也可以被看作是一张有着相应权重的选票。联盟操纵可再细分为建设性的和破坏性的两种,建设性即是想通过操纵使某候选项胜选,破坏性则是想通过操纵使某候选项败选。在联盟操纵下,即使只有很少的候选项,操纵起来也是有难度的。当候选项数量大于等于 3 时,Borda 规则下的建设性联盟操纵是 NP-完全的^[65];Borda 规则下的破坏性联盟操纵则属于 P 类问题^[65]。但是,似乎没有投票过程可以保证在任何情况下都是难操纵的^[66]。此外,复杂度壁垒还可以用来避免控制选举和贿赂^[67,68]。

5 组合域上的投票

投票中还经常会出现带有组合的结构^[13,69],如从 n 个候选人中选出 k 人组成的委员会,在一次投票中包含多个议题等。这种情况与前面所给出的形式化框架有所区别,其形式化的描述为:设定义域分别为 D_1, \dots, D_p 的变量 X_1, \dots, X_p ,根据每个选民对组合域 $D_1 \times \dots \times D_p$ 上的组合的偏好聚合成集体的偏好。如果组合域中变量都是二元的(即 $D_k = \{x_k, \neg x_k\}$),那么该组合域就被称为二元组合域。在组合域上进行投票有两个最重要的问题需要解决:1)组合域的膨胀问题,即组合域的规模随着变量数的增加呈指数增大,例如有 3 个变量的二元组合域其候选组合的数量就有 2^3 个;2)如何避免多重投票悖论(the paradox of multiple elections)^[70],例如 13 名投票者对 3 个议题进行赞成或反对的投票,其中各有 3 名投票者投出了 YNN、NYN、NNY,各有 1 名投票者投出了 YYY、YYN、YNY、NYY,如果使用相对多数规则来对每个议题独立地进行计票,则每个议题都有 7 人投反对票,所以最后获胜的组合是 NNN,然而组合 NNN 并没有任何投票者是完全赞成的。这就是多重投票悖论——获胜的组合却拥有最少的选票。分析多重投票悖论产生的原因,发现其主要源于选票的组合结构与议题的独立计票之间的矛盾,所以要想避免出现多重投票悖论,就需从选票设计和计票方法上想办法。

一种避免多重投票悖论的思路就是直接对组合域上的组合进行投票,而不再对议题分别计票。例如在组合域上进行相对多数投票或是 Borda 规则投票,它们都不会出现多重投票悖论,但是这又会产生其他的问题。如使用相对多数投票,在有 10 个候选项和 20 个投票者时将存在 $2^{10} = 1024$ 种可能的组合,这就有大约 83% 的概率使得每种组合最多只能获得 1 张选票,以至于最终得到是近似于随机的结果。又如 Borda 规则,6 个候选项将有 $2^6 = 64$ 种可能的组合,那么可能的选票就有 $64! \approx 1.27 \times 10^9$ 种,要想在这么多的可能中做出选择

几乎是不可能的。在投票之前对组合域的规模加以约束就称为预选可容许组合域(preselect admissible combinations)。但是这时需要考虑由谁以及用怎样的规则来选择组合,这势必将赋予选择者(如选举委员会主席)过大的权利,为控制选举提供了机会。进一步的改进是在计票时采用基于距离的聚合(distance-based aggregation)。如果可以以某种方式衡量组合间的“距离”,那么与所有选票距离最近的组合将获胜。衡量选票间距离的一种很自然的方法就是海明距离(Hamming distance),相当于计算两个组合间具有不同取值的变量数。而对于如何聚合选票的距离则可采用 Brams 等人提出的极小极大过程^[71],它选择使得与所有选票海明距离的最大值最小的组合作为胜者。此外为了减少距离的计算量,也可以把输出限定在某个可容许集(admissible set)中。可容许集可以根据指定的完整性约束来得到,也可以把所有的选票看成是可容许集^[72,73]。更好的方式则是找到一种简洁的偏好描述语言来对选票进行编码,Lang 将这种方法称为组合投票(combinatorial vote),并提出了一种称为优先目标语言(the language of prioritised goals)的偏好描述方法^[74]。设有二元组合域 $D = D_1 \times \dots \times D_p$, $PS = \{X_1, \dots, X_p\}$ 是定义在 D 上的命题变量集,每个投票者拥有多个形如 (φ, k) 的目标,其中 φ 是命题公式,权重 k 越大表明 φ 的重要性越高,根据 PS 的真值满足投票者目标的能力就可以得到 D 上组合的弱序(weak order)关系^[75]。表 6 是一个使用优先目标语言的一般 Borda 规则投票的例子。一般 Borda 规则中每个候选项的得分等于排在其后的候选项的数目。从复杂度角度来看,若每个选民只有一个目标,判定一个候选项是否是孔多塞胜者是 coNP-完全的;若每个选民只有一个目标,并且采用选票中每个非被优越的候选项各得 1 票的相对多数投票规则,那么判定一个候选项是否会获胜是 coNP-完全的;而如果不使用优先目标语言,胜者判定问题的复杂度也往往是不低于 NP 或 coNP 的^[74]。但是,对于组合投票中如何选择偏好语言以及如何对个体偏好进行聚合等问题的研究还很少,当然最理想的情况就是可以直接对偏好语言描述的选票进行聚合,而不需将选票转化为排序再进行聚合。

表 6 一个一般 Borda 规则投票的例子

选民	目标	偏好	得分			
			ab	a \bar{b}	$\bar{a}b$	$\bar{a}\bar{b}$
投票者 1	{A,0,B,1}	$ab >_1 \bar{a}b >_1 \bar{a}\bar{b} >_1 a\bar{b}$	3	2	1	0
投票者 2	{A \bar{V} →B,0}	$a\bar{b} \sim_2 ab \sim_2 \bar{a}\bar{b} >_2 \bar{a}b$	1	1	0	1
投票者 3	{→A,0,B,0}	$\bar{a}b >_3 \bar{a}\bar{b} \sim_3 ab >_3 a\bar{b}$	1	0	3	1
总分			5	3	4	2

另一种避免多重投票悖论的思路就是不在组合域上进行投票,而是对所有的议题依次进行投票。当选民在对后面的议题进行投票时,已投票议题的投票结果可能已经出来了,那么这些投票结果对后面投票的选民就会产生影响,考虑这种影响的投票就称为相继投票(sequential voting)。相继投票是可以避免多重选举悖论的。Lacy 和 Niou 指出二元议题的相继投票的结果不会是孔多塞败者^[76]。孔多塞败者与孔多塞胜者相反,指在两两对决中都失败的候选项,然而对于约束更强的孔多塞一致性(即若孔多塞胜者存在则必可选出),相继投票并不能满足^[76]。Lang 和 Xia 指出若采用 CP-网^[77]来描述选民偏好并且所有选民的 CP-网有相同的非循环基础图,则采用任何局部投票规则的相继投票都将满足孔多塞一致

性,同时他们还指出局部投票规则的匿名性是向全局传递的,而中立性和加强性是不传递的^[78]。

6 投票理论中的其他问题

胜者判定问题(winner determination problem)是指在给定选票组合的条件下如何确定胜者。Bartholdi 等人最先开始研究胜者复杂度的计算,指出判定一个候选项的 Dodgson 分数是否超过阈值 K 是 NP-完全的^[79];Hemaspaandra 等人提出判定一个候选项是否是 Dodgson 胜者或是 Kemeny 胜者是 Θ^P -完全的^[80,81];此外 Young 规则以及 Slater 规则也有类似的结论^[10];更进一步,Elkind 等人在对使用距离描述的投票过程进行研究后指出任何可用 4 种“合意”规则和某种合理的距离定义的投票过程,其胜者判定问题都是 Θ^P 的^[82];Woeginger 指出在给定多数图的情况下判定 Banks 胜者是 NP 完全的^[83]。此外,一些研究者还对胜者判定问题的参数复杂性(parametrised complexity)^[84]进行了研究^[85,86]。

Konczak 和 Lang 提出了可能胜者(possible winner)的概念^[87]:已知偏序的选票组合 $R \in P(X)^N$,如果存在从 R “细化”得到的线性序选票组合 $R^* \in L(X)^N$ 使得在投票过程 F 下有 $x^* \in F(R^*)$,则称 x^* 是 R 的一个可能胜者。类似地,已知偏序的选票组合 $R \in P(X)^N$,如果对于任意从 R “细化”得到的线性序关系 $R^* \in L(X)^N$ 在投票过程 F 下都有 $x^* \in F(R^*)$,则称 x^* 是 R 的一个必然胜者(necessary winner)。显然,在计票时当可能胜者集与必然胜者集相同时就可以停止选票信息的提取了^[88,89]。Betzler 和 Dorn 证明了在相对多数规则下,可能胜者问题可以在多项式时间内解决^[90];在否决投票中可能胜者问题也是多项式时间的。Xia 和 Conitzer 证明了在 Borda 规则下,判定一个候选项是否是可能胜者的复杂度是 NP-完全的^[91]。Chevalerey 等人则指出在缺少候选项时,Borda 规则的可能胜者问题的复杂度是多项式的^[92]。

在投票过程 F 中需保存选票信息的比特数称为 F 的编辑复杂度(compilation complexity)^[93]。已知投票过程 F 和两个选票组合 R 和 R' ,若任意其它选票组合 R^* 都满足 $F(R \oplus R^*) = F(R' \oplus R^*)$,则称 R 和 R' 是 F -等价(F -equivalent)的。存储选票组合空间效率最高的一种形式就是只保存它的等价类的索引,由此统计等价类的方法就成了一种证明编辑复杂度的技术。Chevalerey 等人提出剩余选民数未知的情况下,相对多数规则的编辑复杂度可表示为 $\Theta(m \log(1+n/m) + n \log(1+m/n))$,而 Borda 规则中由于统计等价类的方法未知,因此在剩余选民数未知的情况下编辑复杂度是 $\Theta(m \log(nm))$ ^[93]。

投票过程中需要传输的选票信息的比特数称为通信复杂度。若有 n 个选民 m 个候选项,则传输一个候选项的标识就需要 $\lceil \log m \rceil$ 比特,相对多数规则的通信复杂度是 $O(n \log m)$,赞成投票是 $O(nm)$,Borda 规则是 $O(nm \log m)$ 。Conitzer 和 Sandholm 指出这些通信复杂度的边界大多都是紧的边界,而对于 STV 规则,其最坏情况下的上界可以是 $O(n(\log m)^2)$ ^[94]。

若投票者集 $N = \{1, \dots, n\}$ 对应着一个非负的权重向量 $(w_1, w_2, \dots, w_n) \in R^n$,并且当候选项获得的选票超过正的指标 $q \in R$ (最大值是 $w_1 + \dots + w_n$)时才能获胜,这样的投票称为加权投票博弈(Weighted Voting Game)。投票者集合

$S \in N$ 当且仅当满足:

$$\sum_{i \in S} \omega_i \geq q \quad (1)$$

时被称作获胜联盟(winning coalition)。加权投票博弈主要关注博弈的公平性(fairness)和获胜联盟的稳定性(stability)。博弈的公平性可以由每个选民的能力指数来表达,如 Banzhaf 指数(Banzhaf index)^[95](或称 Banzhaf 测度(Banzhaf measure)^[96])以及 Shapley-Shubik 指数^[97],而判定一个指定的投票者的 Banzhaf 指数或是 Shapley-Shubik 指数是否大于 0 都是 NP-完全的^[98]。对于联盟的稳定性,则可以通过“核”的概念来衡量,并且在多项式时间内就能找到非空的核^[99]。

根据选民票数来确定党派或地区在议会中的席位的机制称为比例代表制(proportional representation)^[100],典型的比例代表制分配方法有 Hamilton 方法、Jefferson 方法、Webster 方法等。目前比例代表制还很少受到 COMSOC 研究者的注意。

电子投票(electronic voting)是一种新出现的投票形式,狭义地说就是使用计算机技术设计一个电子投票机来记录和统计选票。更一般地,还需研究电子投票中各个环节、各个方面的信息安全问题(特别是加密技术)^[101],因此对于电子投票的很多研究都是关于如何使用密码技术来实现可验证性与隐私性的。三选票投票就是 Rivest 于 2006 年提出的一种不依赖于密码系统的电子投票方法^[102]。

此外,还有一些与计算社会选择的投票理论相关的研究主题,如锦标赛解(tournament solutions)^[103,104]、高复杂度投票过程的算法设计^[105,106]、得票或得分的近似估计算法^[107,108]、不同于组合域中相继投票的重复投票博弈^[109,110]等。

7 发展与应用

虽然社会选择理论已有了长足的发展,但计算社会选择理论还有很大的研究空间,同时对该理论的扩展与应用也有许多工作要做。

1. 虽然对于社会选择的研究由来已久,并已取得了丰硕的成果,但作为一项研究社会性问题的理论,其内涵必将随着社会的发展而有所变化,其形式也会推陈出新,例如从独立于个体的“善”到自我意识的观念转变、个体愿望与集体意志的博弈与平衡、电子投票等新方式的应用、虚拟社区的兴起等。因此对社会选择理论的研究将是一个永久的话题,这就需要在计算社会选择理论的研究中特别注意社会选择理论的新进展、新成果。

2. 在计算社会选择理论中,对投票问题的研究还有待深入。虽然一系列不可能定理与描述定理的提出使人们对投票问题、投票过程的认识前进了一大步,但其仍有很多不尽如人意的地方。例如如何找出更有效的避免操纵的机制,如何设计更高效的避免操纵的投票过程,如何设计更简便的不会出现多重投票悖论的组合格投票方法以及对投票理论中相关问题的复杂性分析等。尤其其复杂性理论不仅可以用来分析投票过程的性能,某种程度上又是保证投票公平、公正的一种策略。有时需要较低的复杂性(如计票过程^[79]),有时又需要较高的复杂性(如为了避免操纵^[66]),如何使其在同一个投票过程中统一起来还需要进一步的研究。

3. 投票理论的公理系统还需进一步完善。公理系统中的

公理还需补充、筛选,以满足相容性、独立性、完备性的要求;找出新的不可能定理;证明更多的描述定理;引入数理逻辑来建模社会选择理论^[11-14]等。

4. 选票、偏好的描述语言对于个体意愿的准确表达、选票的高效保存与传输、计票过程的快速完成都有重要意义。虽已有了引入谓词公式^[75]和 CP-网^[78]等描述方法,但在选票语言的设计、评价、选择方面仍有很多工作要做,特别是找到实用的选票语言尤为紧迫。

5. 除对偏好聚合过程的使用外,计算社会选择理论在计算机领域的应用主要集中于多智能体系统的协商与调度上^[111],其他领域的应用还有待扩展。例如基于群智能的优化算法(如遗传算法、PSO 算法等)利用个体的知识实现群体的智能,这与将个体偏好聚合成集体偏好的投票理论似乎有着异曲同工之处,那么是否可以将投票理论引入群智能算法的设计与性能分析之中呢?其他如行为识别、软件测试、物联网、众包等涉及多信息选择或融合领域也必将有计算社会选择理论的用武之地。

结束语 计算社会选择理论作为近年来新出现的一个交叉学科,在人工智能、经济和计算性理论等领域引起了轰动,有着广阔的研究与应用前景。本文侧重于计算社会选择中的投票理论,对当前的研究现状进行了总结,并尝试对已有的投票理论的结论与方法进行梳理,同时也对计算社会选择理论未来的发展与应用做了抛砖引玉式的阐述,希望能对相关领域的研究人员有所裨益。

参考文献

- [1] 孟小峰,李勇,祝建华. 社会计算:大数据时代的机遇与挑战[J]. 计算机研究与发展,2013,50(12):2483-2491
- [2] 肯尼斯·约瑟夫·阿罗. 社会选择:个性与多准则[M]. 钱晓敏,孟岳良,译. 北京:首都经济贸易大学出版社,2000
- [3] <http://www.illc.uva.nl/COMSOC/IJCAI-2011/>
- [4] <http://www.preflib.org/beyond2014/>
- [5] [http://ecai2010.appia.pt/index.php?option=com_content & task=view & id=86](http://ecai2010.appia.pt/index.php?option=com_content&task=view&id=86)
- [6] <http://www.cs.rpi.edu/~xial/COMSOCIJCAI.htm>
- [7] <http://link.springer.com/journal/10458/22/1/page/1>
- [8] <http://www.illc.uva.nl/COMSOC/workshops.html>
- [9] Gale D, Shapley L S. College Admissions and the Stability of Marriage[J]. American Mathematical Monthly, 1962, 69: 9-15
- [10] Chevaleyre Y, Endriss U, Lang J, et al. A Short Introduction to Computational Social Choice[C]// Theory and Practice of Computer Science, 2007 (SOFSEM 2007). Berlin: Springer-Verlag, 2007: 51-69
- [11] Pauly M. On the Role of Language in Social Choice Theory[J]. Synthese, 2008, 163(2): 227-243
- [12] Ågotnes T, van der Hoek W, Wooldridge M. On the Logic of Preference and Judgment Aggregation[J]. Autonomous Agents and Multi-agent Systems, 2011, 22(1): 4-30
- [13] Endriss U. Logic and Social Choice Theory[M]// Gupta A, van Benthem J, eds. Logic and Philosophy Today, Volume 2. College Publications, 2011: 333-377
- [14] Grandi U, Endriss U. First-Order Logic Formalisation of Impossibility Theorems in Preference Aggregation[J]. Journal of Philosophical Logic, 2013, 42(4): 595-618

- [15] Brams S J, Fishburn P C. Voting Procedures [M]// Arrow K J, et al., eds. Handbook of Social Choice and Welfare, Volume 1. Elsevier, 2002; 173-236
- [16] Fishburn P C, Brams S J. Paradoxes of Preferential Voting [J]. Mathematics Magazine, 1983, 56(4); 207-214
- [17] de Condorcet M. Essai sur l'application de l'analyse à la probabilité des décisions rendues à la pluralité des voix [M]. Paris, 1785
- [18] Copeland A H. A "Reasonable" Social Welfare Function [J/OL]. <http://citeseerx.ist.psu.edu/showciting?cid=2845852>
- [19] Slater P. Inconsistencies in a Schedule of Paired Comparisons [J]. Biometrika, 1961, 48(3/4); 303-312
- [20] Kemeny J G. Mathematics without Numbers [J]. Daedalus, 1959, 88(4); 571-591
- [21] Banks J S. Sophisticated Voting Outcomes and Agenda Control [J]. Social Choice and Welfare, 1985, 1(4); 295-306
- [22] Arrow K J. Social Choice and Individual Values (2nd edition) [M]. Cowles Foundation, Yale University Press, 1963
- [23] Taylor A D. Social Choice and the Mathematics of Manipulation [M]. Cambridge; Cambridge University Press, 2005
- [24] Sen A K. The Impossibility of a Paretian Liberal [J]. Journal of Political Economics, 1970, 78(1); 152-157
- [25] Satterthwaite M A. Strategy-proofness and Arrow's Conditions [J]. Journal of Economic Theory, 1975, 10; 187-217
- [26] Kirman A P, Sondermann D. Arrow's Theorem, Many Agents, and Invisible Dictators [J]. Journal of Economic Theory, 1972, 5(3); 267-277
- [27] Sen A K. Social Choice Theory [M]// Arrow K J, Intriligator M D, eds. Handbook of Mathematical Economics, Volume 3. North-Holland, 1986; 1073-1181
- [28] Geanakoplos J. Three Brief Proofs of Arrow's Impossibility Theorem [J]. Economic Theory, 2005, 26(1); 211-215
- [29] Barberà S. Pivotal Voters: A New Proof of Arrow's Theorem [J]. Economics Letters, 1980, 6(1); 13-16
- [30] Nipkow T. Social Choice Theory in HOL: Arrow and Gibbard-Satterthwaite [J]. Journal of Automated Reasoning, 2009, 43(3); 289-304
- [31] Tang Ping-zhong, Lin Fang-zhen. Computer-aided Proofs of Arrow's and other Impossibility Theorems [J]. Artificial Intelligence, 2009, 173(1); 1041-1053
- [32] Gibbard A. Manipulation of Voting Schemes: A General Result [J]. Econometrica, 1973, 41(4); 587-601
- [33] Muller E, Satterthwaite M A. The Equivalence of Strong Positive Association and Strategy-Proofness [J]. Journal of Economic Theory, 1977, 14(2); 412-418
- [34] Pini M S, Rossi F, Kristen Brent Venable, et al. Aggregating Partially Ordered Preferences [J]. Journal of Logic and Computation, 2009, 19(3); 475-502
- [35] May K O. A Set of Independent Necessary and Sufficient Conditions for Simple Majority Decisions [J]. Econometrica, 1952, 20(4); 680-684
- [36] Young H P. Social Choice Scoring Functions [J]. SIAM Journal on Applied Mathematics, 1975, 28(4); 824-838
- [37] Meskanen T, Nurmi H. Closeness Counts in Social Choice [M]// Braham M, Steffen F, eds. Power, Freedom, and Voting. Springer-Verlag, 2008; 289-306
- [38] Elkind E, Faliszewski P, Slinko A. Distance Rationalization of Voting Rules [C]// Proc. 3rd International Workshop on Computational Social Choice (COMSOC-2010). 2010; 379-390
- [39] Elkind E, Faliszewski P, Slinko A M. On the Role of Distances in Defining Voting Rules [C]// Proc. 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2010). 2010; 375-382
- [40] Dodgson C L, McLean I I, Urken A, et al. Classics of Social Choice [M]. University of Michigan Press, 1995
- [41] Farkas D, Nitzan S. The Borda Rule and Pareto Stability: A Comment [J]. Econometrica, 1979, 47(5); 1305-1306
- [42] Nitzan S. Some Measures of Closeness to Unanimity and their Implications [J]. Theory and Decision, 1981, 13(2); 129-138
- [43] de Condorcet M, McLean I I, Urken A, et al. Classics of Social Choice [M]. University of Michigan Press, 1995
- [44] Young H P. Optimal Voting Rules [J]. Journal of Economic Perspectives, 1995, 9(1); 51-64
- [45] Conitzer V, Sandholm T. Common Voting Rules as Maximum Likelihood Estimators [C]// Uncertainty in Artificial Intelligence; Proceedings of The Twentieth Conference (UAI2005). San Mateo, CA; Morgan Kaufmann Publishers, 2005; 145-152
- [46] Conitzer V, Walsh T, Xia Li-rong. Dominating Manipulations in Voting with Partial Information [C]// Proc. AAAI-2011. 2011; 638-643
- [47] Reijngoud A, Endriss U. Voter Response to Iterated Poll Information [C]// Proc. AAMAS-2012. 2012; 635-644
- [48] Kannai Y, Peleg B. A Note on the Extension of an Order on a Set to the Power Set [J]. Journal of Economic Theory, 1984, 32(1); 172-175
- [49] Barberà S, Bossert W, Pattanaik P K. Ranking sets of objects [M]// Barberà S, Hammond P, Seidl C, eds. Handbook of Utility Theory, Volume 2; Extensions. Boston; Kluwer Academic Publishers, 2004
- [50] Geist C. Automated Search for Impossibility Theorems in Choice Theory; Ranking Sets of Objects [D]. Amsterdam: ILLC, University of Amsterdam, 2010
- [51] Geist C, Endriss U. Automated Search for Impossibility Theorems in Social Choice Theory; Ranking Sets of Objects [J]. Journal of Artificial Intelligence Research, 2011, 40; 143-174
- [52] Kelly J S. Strategy-Proofness and Social Choice Functions without Single-Valuedness [J]. Econometrica, 1977, 45(2); 439-446
- [53] Gärdenfors P. Manipulation of Social Choice Functions [J]. Journal of Economic Theory, 1976, 13(2); 217-228
- [54] Duggan J, Schwartz T. Strategic Manipulation w/o Resoluteness or Shared Beliefs; Gibbard-Satterthwaite Generalized [J]. Social Choice and Welfare, 2000, 17(1); 85-93
- [55] Taylor A D. The Manipulability of Voting Systems [J]. The American Mathematical Monthly, 2002, 109(4); 321-337
- [56] Endriss U, Pini M S, Rossi F, et al. Preference Aggregation over Restricted Ballot Languages; Sincerity and Strategy-Proofness [C]// Proc. the 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2009; 122-127
- [57] Vickrey W. Counterspeculation, Auctions, and Competitive Sealed Tenders [J]. Journal of Finance, 1961, 16(1); 8-37
- [58] Endriss U. Vote Manipulation in the Presence of Multiple Sincere Ballots [C]// Proc. the 11th Conference on Theoretical As-

- pects of Rationality and Knowledge (TARK-2007), 2007. Presses Universitaires de Louvain, 2007; 125-134
- [59] Endriss U. Sincerity and Manipulation under Approval Voting [J]. *Theory and Decision*, 2013, 74(3); 335-355
- [60] Black D. On the Rationale of Group Decision-Making[J]. *Journal of Political Economy*, 1948, 56(1); 23-34
- [61] Moulin H. On Strategy-Proofness and Single Peakedness [J]. *Public Choice*, 1980, 35(4); 437-455
- [62] Sen A K. A Possibility Theorem on Majority Decisions [J]. *Econometrica*, 1966, 34(2); 491-499
- [63] III J J B, Tovey C A, Trick M A. The Computational Difficulty of Manipulating an Election [J]. *Social Choice and Welfare*, 1989, 6(3); 227-241
- [64] III J J B, Orlin J B. Single Transferable Vote Resists Strategic Voting[J]. *Social Choice and Welfare*, 1991, 8(4); 341-354
- [65] Conitzer V, Sandholm T, Lang J. When are Elections with Few Candidates Hard to Manipulate? [J]. *Journal of the ACM*, 2007, 54(3); 14
- [66] Faliszewski P, Procaccia A D. AI's War on Manipulation: Are We Winning? [J]. *AI Magazine*, 2010, 31(4); 53-64
- [67] Faliszewski P, Hemaspaandra E, Hemaspaandra L A, et al. A Richer Understanding of the Complexity of Election Systems[C]// *Fundamental Problems in Computing*. Berlin; Springer-Verlag, 2009; 375-406
- [68] Faliszewski P, Hemaspaandra E, Hemaspaandra L A. How Hard is Bribery in Elections? [J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2009, 35; 485-532
- [69] Chevaleyre Y, Endriss U, Lang J, et al. Preference Handling in Combinatorial Domains; From AI to Social Choice[J]. *AI Magazine*, 2008, 29(4); 37-46
- [70] Brams S J, Kilgour D M, Zwicker W S. The Paradox of Multiple Elections[J]. *Social Choice and Welfare*, 1998, 15(2); 211-236
- [71] Brams S J, Kilgour D M, Sanver M R. A Minimax Procedure for Electing Committees[J]. *Public Choice*, 2007, 132(3/4); 401-420
- [72] Grandi U, Endriss U. Binary Aggregation with Integrity Constraints[C]// *Proc. the 22nd International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2011)*. 2011; 204-209
- [73] Endriss U, Grandi U. Binary Aggregation by Selection of the Most Representative Voter[C]// *Proc. the 7th Multidisciplinary Workshop on Advances in Preference Handling (MPREF-2013)*. 2013
- [74] Lang J. Logical Preference Representation and Combinatorial Vote [J]. *Annals of Mathematics and Artificial Intelligence*, 2004, 42(1/3); 37-71
- [75] Uckelman J. More Than the Sum of its Parts: Compact Preference Representation over Combinatorial Domains[D]. Amsterdam; University of Amsterdam, 2009
- [76] Lacy D, Niou E M S. A Problem with Referendums[J]. *Journal of Theoretical Politics*, 2000, 12(1); 5-31
- [77] Boutilier C, Brafman R I, Domshlak C, et al. CP-nets; A Tool for Representing and Reasoning with Conditional Ceteris Paribus Preference Statements[J]. *Journal of Artificial Intelligence Research*, 2004, 21; 135-191
- [78] Lang J, Xia Li-rong. Sequential Composition of Voting Rules in Multi-issue Domains[J]. *Mathematical Social Sciences*, 2009, 57(3); 304-324
- [79] III J J B, Tovey C A, Trick M A. Voting schemes for which it can be difficult to tell who won the election[J]. *Social Choice and Welfare*, 1989, 6(2); 157-165
- [80] Hemaspaandra E, Hemaspaandra L A, Rothe J. Exact Analysis of Dodgson Elections[J]. *Journal of the ACM*, 1997, 44(6); 806-825
- [81] Hemaspaandra E, Spakowski H, Vogel J. The Complexity of Kemeny Elections [J]. *Theoretical Computer Science*, 2005, 349(3); 382-391
- [82] Elkind E, Faliszewski P, Slinko A. On the Role of Distances in Defining Voting Rules[C]// *Proc. the 9th International Conference on Autonomous Agents and Multiagent Systems (AAMAS-2010)*. 2010
- [83] Woeginger G J. Banks Winners in Tournaments are Difficult to Recognize[J]. *Social Choice and Welfare*, 2003, 20(3); 523-528
- [84] Downey R G, Fellows M R. *Parameterized Complexity[M]*. Berlin; Springer-Verlag, 1999
- [85] Betzler N, Guo Jiong, Niedermeier R. Parameterized Computational Complexity of Dodgson and Young Elections[J]. *Information and Computation*, 2010, 208(2); 165-177
- [86] Betzler N, Bredebeck R, Chen Jie-hua, et al. Studies in Computational Aspects of Voting; A Parameterized Complexity Perspective[M]. *The Multivariate Algorithmic Revolution and Beyond*. Berlin; Springer, 2012; 318-363
- [87] Konczak K, Lang J. Voting Procedures with Incomplete Preferences[C]// *Proc. IJCAI-05 Multidisciplinary Workshop on Advances in Preference Handling*. 2005
- [88] Conitzer V, Sandholm T. Vote Elicitation; Complexity and Strategy-Proofness [C]// *Proc. the National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2002)*. 2002; 392-397
- [89] Walsh T. Complexity of Terminating Preference Elicitation[C]// *Proc. AAMAS-2008*. 2008; 967-974
- [90] Betzler N, Dorn B. Towards a Dichotomy for the Possible Winner Problem in Elections Based on Scoring Rules[J]. *Journal of Computer and System Sciences*, 2010, 76(8); 812-836
- [91] Xia Li-rong, Conitzer V. Determining Possible and necessary Winners under Common Voting Rules Given Partial Orders[C]// *Proc. 23rd AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2008)*. Chicago, 2008; 202-207
- [92] Chevaleyre Y, Lang J, Maudet N, et al. Possible Winners when New Candidates are Added; The Case of Scoring Rules[C]// *Proc. 24th AAAI Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010)*. Atlanta, 2010; 762-767
- [93] Chevaleyre Y, Lang J, Maudet N, et al. Compiling the Votes of a Subelectorate[C]// *Proc. 21st International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-2009)*. 2009; 97-102
- [94] Conitzer V, Sandholm T. Communication Complexity of Common Voting Rules [C]// *Proc. 6th ACM Conference on Electronic Commerce (EC-2005)*. Vancouver, 2005
- [95] Banzhaf J F. Weighted Voting Doesn't Work; A Mathematical Analysis[J]. *Rutgers Law Review*, 1965, 19(2); 317-343
- [96] Felsenthal D S, Machover M. *The Measurement of Voting Power [M]*. Cheltenham; Edward Elgar Publishing, 1998
- [97] Shapley L S, Shubik M. A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System[J]. *American Political Science Review*, 1954, 48(3); 787-792

实验结果表明,提出的智能世界重构后的 KRA 模型可以进行正确的故障推理,并通过将推理限制在某一个子模型中,缩小了基于 KRA 模型诊断的诊断空间,提高了推理效率。

结束语 本文重定义了 KRA 模型,特别是重定义了其感知过程,以描述智能世界。重构的感知过程自动生成 3 个可区分的子模型及其之间的关联关系,从而构成了智能世界的集成化模型。同时,保持每个子世界中的关系类型的一致,以便于推理及进一步的抽象操作。

实际上,本文表示的模型框架及形式化过程主要为未来 3 方面的研究工作打下基础:首先,该框架缩小了推理空间,特别是基于模型的诊断^[10],可以将故障限制在一个子模型中;其次,抽象算子可以应用于每个子模型,关系抽象过程可以根据 3 个子模型之间的关系形式化定义,从而构造智能世界的分层关系,降低推理复杂性;第三,网络化连接导致了模型的安全性问题,因此 3 个子模型及之间的关系将作为模型可生存性分析的基础。

参 考 文 献

- [1] Saitta L, Zucker J. Semantic abstraction for concept representation and learning[C]//Proc. SARA. 1998;103-120
- [2] Saitta L, Zucker J. A Model of Abstraction in Visual Perception [J]. Applied Artificial Intelligence, 2001, 15(8):761-776
- [3] Saitta L, Zucker J, Abstraction and Complexity Measures[C]//Proc. SARA. 2007;375-390
- [4] Saitta L, Torasso P, Torta G. Formalizing the abstraction process in model based diagnosis[M]//Abstraction, Reformulation, and Approximation. 2007;314-328
- [5] The hammersmith group. The Internet of Things: Networked Objects and smart devices [R]. New York: The hammersmith group, 2010
- [6] Elson J, Estrin D. Sensor networks: a bridge to the physical world [J]. Wireless Sensor Networks, 2004, 1:3-20
- [7] Joseph A D. Ubiquitous System Software[J]. IEEE Pervasive Computing, 2004, 3(3):57-59
- [8] Boone G. Reality Mining: Browsing Reality with Sensor Networks [OL]. 2004[2010-09-30], <http://sensormag.com/articles/0904/14/main.shtml>
- [9] Middleware Y G M. Smart Environments: Technologies, Protocols and Applications [M]. Cook D J, Das S K. John Wiley & Sons, Inc. , 2005;101-127
- [10] 王楠, 欧阳丹彤, 孙善武. 智能世界的建模与诊断[J]. 计算机研究与发展, 2013, 50(9):1954-1962
- [11] Bodhuin T, Canfora G, Preziosi R, et al. Hiding complexity and heterogeneity of the physical world in smart living environments [C]//Proc. of the 2006 ACM Symposium on Applied Computing. New York, US: ACM, 2006;1921-1927
- [12] Barton J, Kindberg T. The Challenges and Opportunities of Integrating the Physical World and Networked Systems [R]. HPL Technical report HPL-2001-18
- [13] Yen-Kuang C. Challenges and Opportunities of Internet of Things[C]//Proc. of IEEE Design Automation Conference, Asia and South Pacific, 2012;383-388
- [14] 王楠, 欧阳丹彤, 孙善武. 基于模型诊断的抽象分层过程[J]. 计算机学报, 2011, 34(2):383-394
- [15] 王楠, 欧阳丹彤, 孙善武. 基于本体的分层抽象模型[J]. 计算机科学, 2011, 38(2):184-186
- [16] AAI, 2004. Menlo Park: AAI Press, 2004;697-702
- [106] Conitzer V. Computing Slater Rankings Using Similarities among Candidates[C]//Proc. 21st National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-06). Boston: AAI Press, 2006;613-619
- [107] McCabe-Dansted J C, Pritchard G, Slinko A. Approximability of Dodgson's Rule[J]. Social Choice and Welfare, 2008, 31(2):311-330
- [108] Caragiannis I, Kaklamani C, Karanikolas N, et al. Socially Desirable Approximations for Dodgson's Voting Rule[C]//Proc. 11th ACM Conference on Electronic Commerce (EC-2010). Cambridge, 2010;253-262
- [109] Airiau S, Endriss U. Iterated Majority Voting[C]//Proc. 1st International Conference on Algorithmic Decision Theory (ADT-2009). Berlin: Springer-Verlag, 2009;38-49
- [110] Meir R, Polukarov M, Rosenschein J S, et al. Convergence to Equilibria in Plurality Voting [C]//Proc. the 24th National Conference on Artificial Intelligence (AAAI-2010). Atlanta, 2010;823-828
- [111] Nguyen T T. Approximability and Inapproximability of Social Welfare Optimization in Multiagent Resource Allocation[D]. Düsseldorf: University of Düsseldorf, 2013

(上接第 9 页)

- [98] Matsui Y, Matsui T. NP-Completeness for Calculating Power Indices of Weighted Majority Games[J]. Theoretical Computer Science, 2001, 263(1/2):305-310
- [99] Elkind E, Goldberg L A, Goldberg P W, et al. On the Computational Complexity of Weighted Voting Games[J]. Annals of Mathematics and Artificial Intelligence, 2009, 56(2):109-131
- [100] Balinski M L, Young H P. Fair Representation: Meeting the Ideal of One Man, One Vote (2nd edition) [M]. Washington D. C: Bookings Institution Press, 2001
- [101] Bart Jacobs, Wolter Pieters. Electronic Voting in the Netherlands, From Early Adoption to Early Abolishment[M]. Foundations of Security Analysis and Design V Lecture Notes in Computer Science, Volume 5725. 2009;121-144
- [102] Rivest R L. The ThreeBallot Voting System [R]. MIT-CSAIL, Cambridge, 2006
- [103] Laslier J-F. Tournament Solutions and Majority Voting[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1997
- [104] Brandt F, Fischer F, Harrenstein P, et al. A Computational Analysis of the Tournament Equilibrium Set[J]. Social Choice and Welfare, 2010, 34(4):597-609
- [105] Davenport A, Kalagnanam J. A Computational Study of the Kemeny Rule for Preference Aggregation [C] // Proc. 19th