基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结原理的注记

刘 熠[1,2] 徐 扬[2] 贾海瑞[2]
（内江师范学院数学与信息科学学院 内江 641112)[1] （西南交通大学智能控制开发中心 成都 610031)[2]

摘 要 进一步深入研究了基于格蕴涵代数的格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结原理的基本理论，给出了基于LP(X)的多元α-归结演绎中参与多元α-归结的广义文字个数随着归结演绎的推进而动态变化的基本原则；对基于LP(X)的多元α-归结原理的有效性进行了一定分析，这为建立基于LP(X)的多元α-归结方法以及构造多元α-归结算法奠定了理论基础。

关键词 格蕴涵代数，格值命题逻辑，多元α-归结原理

中图法分类号 TP391 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.4.051

Notes on Multi-ary α-Resolution Principle Based on Lattice-valued Logical System LP(X)

LIU Yi[1,2] XU Yang[2] JIA Hai-rui[2]
(School of Mathematics and Information Sciences, Neijiang Normal University, Neijiang 641112, China)[1]
(Intelligent Control Development Center, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)[2]

Abstract The basic theory of multi-ary α-resolution principle based on lattice-valued propositional logical system LP(X) with truth in a lattice implication algebra was further investigated, and the basic principle of the number of generalized literals which take part in the multi-ary α-resolution varies with the resolution deduction in LP(X) was gaven. The validities of multi-ary α-resolution principle in LP(X) were analyzed, which will lay the theoretical foundation for building the multi-ary α-semantic resolution method and constructing the multi-ary α-semantic resolution algorithm in LP(X).

Keywords Lattice implication algebras, Lattice-valued propositional logic, Multi-ary α-resolution principle

1 引言

因能针对确定性信息较有效地进行自动推理，基于经典逻辑的归结自动推理[1-5]得到了较大的发展，同时基于多值逻辑及模糊逻辑的归结自动推理的问题也得到了广泛深入的研究。尽管它们均对基于经典逻辑的归结原理作了许多有意义的推广，但是逻辑公式中的蕴涵算子仅局限于著名的Kleene蕴涵（即$p \rightarrow q = p' \vee q$），这就导致了所讨论的公式在语法上与经典逻辑中的公式是等价的。为了给不确定性信息处理理论提供可靠的逻辑基础，徐扬把格和蕴涵代数相结合，提出了格蕴涵代数，并建立了基于格蕴涵代数的格值逻辑系统[6-9,11,13]。而格蕴涵代数中的蕴涵是一类较广泛的蕴涵，针对现实世界中存在的不可比较性，徐扬等在基于格值命题逻辑系统LP(X)、格值一阶逻辑系统LF(X)中分别提出了分层归结原理——α-归结原理[10,11]，证明了其可靠性与弱完备性。自此，许多学者对基于格值逻辑系统LP(X)、LF(X)的α-归结自动推理进行了深入细致的研究，并取得了一些重要的研究成果[14-19]。这些均说明，基于格蕴涵代数的格值逻辑系统的α-归结自动推理处理带有不可比较性信息的问题时具有科学性和有效性。徐扬等指出对基于格值逻辑系统的α-归结自动推理有以下两方面的局限性[15]：1)α-归结自动推理仅能处理2个广义文字的归结；2)α-归结自动推理演绎过程中每次参与α-归结的广义文字个数固定为2。这两方面局限性使得基于格值逻辑系统的α-归结自动推理的理论与应用均受到很大限制，而且还直接影响α-归结自动推理的效率。因此，研究保持刻画复杂问题能力和提高α-归结自动推理效率的理论、方法、算法及程序就非常必要。为此，徐扬等在基于格值逻辑系统的α-归结自动推理的基础上，将可归结的广义文字个数从2个推广至多个（大于等于2个），提出了基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结原理[10]，并证明了其可靠性与完备性。

本文对基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结原理的基本理论展开进一步研究，研究了在多元α-归结演绎中参与多元α-归结的广义文字个数随演绎进程的推进而动态变化的一些基本原则，并对多元α-归结原理的有效性进行了深入研究。

到稿日期：2014-04-11 返修日期：2014-08-08 本文受国家自然科学基金（61175055，61305074），四川省教育厅科研项目重点项目（14ZA0245），教育部“数学与应用数学”专业综合改革（ZG0464），四川省教育厅“数学与应用数学”专业综合改革（01249），四川省应用基础研究计划（2015YJ0120）资助。

刘 熠（1979－），男，博士，副教授，主要研究方向为智能信息处理，E-mail：liuyiyl@126.com；徐 扬（1956－），男，博士，教授，主要研究方向为智能信息处理。

2　基于LP(X)的多元α-归结原理

本小节主要列出基于格值逻辑系统LP(X)的多元α-归结原理的相关概念与基本定理，以备后续小节使用。

定义1[14]　设$C_i=p_{i1}\vee\cdots\vee p_{im_i}$是格值命题逻辑系统LP(X)的广义子句，$H_i=\{p_{i1},\cdots,p_{im_i}\}$是$C_i$中的广义文字的集合，$i=1,2,\cdots,m$，$\alpha\in L$，其中$m$表示$m$元α-归结中广义子句的个数，$m_i$表示在第$i$个广义子句中广义文字的个数。对于任意的$i\in\{1,2,\cdots,m\}$，若存在广义文字$x_i\in H_i$使得$x_1\wedge x_2\wedge\cdots\wedge x_m\leqslant\alpha$，则$C_1(x_1=\alpha)\vee C_2(x_2=\alpha)\vee\cdots\vee C_m(x_m=\alpha)$称为$C_1,C_2,\cdots,C_m$的$m$元α-归结式，记为$R_{p(m-\alpha)}(C_1(x_1),C_2(x_2),\cdots,C_m(x_m))$，这里"$R_{p(m-\alpha)}$"中的"$p$"表示命题逻辑，$x_1,x_2,\cdots,x_m$称为$m$元α-归结群组。

m元α-归结群组$x_1,x_2,\cdots,x_m$记为$(x_1,x_2,\cdots,x_m)-\alpha$。

定理1[14]　设$C_i=p_{i1}\vee\cdots\vee p_{im_i}(i=1,2,\cdots,m)$是格值命题逻辑系统LP(X)中的广义子句，$H_i=\{p_{i1},\cdots,p_{im_i}\}$是$C_i$中广义文字的集合且$\alpha\in L$。如果存在广义文字$x_i\in H_i(i=1,2,\cdots,m)$使得$x_1\wedge x_2\wedge\cdots\wedge x_m\leqslant\alpha$，则$C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_m\leqslant R_{p(m-\alpha)}(C_1(x_1),C_2(x_2),\cdots,C_m(x_m))$。

定义2[14]　设$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_m$，其中$C_1,C_2,\cdots,C_m$是格值命题逻辑系统LP(X)中的广义子句，$\alpha\in L$。$\{\Phi_1,\Phi_2,\cdots,\Phi_t\}$称为一个从$S$到$\Phi_t$的多元α-归结演绎，如果$H_i$出现在$\Phi_i(i=1,2,\cdots,t)$中广义文字的集合使得

(1)$\Phi_i\in S$；或

(2)存在$r_1,r_2,\cdots,r_{k_i}<i$，且$x_d\in H_{r_d}(d=1,2,\cdots,k_i)$，使得

$R_{p(k_i-\alpha)}(\Phi_{r_1}(x_1),\Phi_{r_2}(x_2),\cdots,\Phi_{r_{k_i}}(x_{k_i}))=\Phi_i$。

定理2[14]（可靠性定理）　设$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_m$，其中$C_1,C_2,\cdots,C_m$是格值命题逻辑系统LP(X)中的广义子句，$\alpha\in L$。$\{\Phi_1,\Phi_2,\cdots,\Phi_t\}$是一个从$S$到广义子句$\Phi_t$的多元α-归结演绎。如果$\Phi_t\leqslant\alpha$，则$S\leqslant\alpha$。

定理3[14]（完备性定理）　设$S=C_1\wedge C_2\wedge\cdots\wedge C_m$，其中$C_1,C_2,\cdots,C_m$是格值命题逻辑系统LP(X)中的广义子句，$\alpha\in L$。若$S\leqslant\alpha$，则存在一个从$S$到α-恒假广义子句的多元α-归结演绎。

3　多元α-归结演绎中参与的广义文字个数动态变化的原则

例1[14]　设$S=C_1\wedge C_2\wedge C_3\wedge C_4\wedge C_5$是格值命题逻辑$\mathscr{L}_6$P(X)中广义子句集，其中

$C_1=y\to b$

$C_2=(x\to y)\vee y\vee(p\to q)'$

$C_3=(x\to z)'\vee(s\to t)$

$C_4=(s\to t)'$

$C_5=(q\to w)'$

其中，x、y、z、s、t、p、q、w是命题变元。如果$\alpha=b$，则存在一个从S到α-空子句的一个多元α-归结演绎ω：

(1)$y\to b$

(2)$(x\to y)\vee y\vee(p\to q)'$

(3)$(x\to z)'\vee(s\to t)$

(4)$(s\to t)'$

(5)$(q\to w)'$

(6)$(x\to y)\vee(p\to q)'\vee\alpha$　　由(1)(2)

(7)$(x\to z)'\vee\alpha$　　由(3)(4)

(8)$(x\to y)\vee\alpha$　　由(5)(6)

(9)α-空子句　　由(1)(7)(8)

由定理2可知$S\leqslant\alpha$。

从例1可以看出，在基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结演绎中，每一次参与α-归结的广义文字个数是不固定的，随着归结演绎的推进而发生改变，这体现了基于LP(X)的多元α-归结演绎具有动态性。正是这种动态性，显示出了基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结自动推理的高效性。因此在基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结演绎中，参与多元α-归结的广义文字个数随着归结演绎的推进而变化的基本原则的研究就显得尤为重要。这些基本原则不但是基于LP(X)的多元α-归结自动推理本身的基础，也是基于LP(X)的多元α-语义归结方法的基本原理。本节将分析在基于LP(X)的多元α-归结演绎中参与多元α-归结的广义文字个数随着归结演绎的推进而变化的基本原则。

(1)最简性原则。在基于格值命题逻辑系统LP(X)的多元α-归结演绎中，在所有的可多元α-归结的广义子句中，多元α-归结式中含有广义文字个数最少的这些广义子句的多元α-归结就先于其它广义子句。

这是提高效率的一条优先原则。例2也将说明这一原则的确有助于提高推理效率。

例2　设$C_1=x\to y$，$C_2=(x\to z)'\vee(s\to t)$，$C_3=(y\to z)\vee(y\to a_2)\vee(a_5\to q)$，$C_4=(s\to t)'$，$C_5=(p\to q)'$是格值命题逻辑$\mathscr{L}_9$P(X)中的5个广义子句，其中$a_2$、$a_5\in L_9$，$x$、$y$、$z$、$s$、$t$、$p$、$q$是命题变元。设广义子句集$S=C_1\wedge C_2\wedge C_3\wedge C_4\wedge C_5$且$\alpha=a_6$。

(I)应用最简性原则，可以得到一个从S到α-空子句的一个多元α-归结演绎ω_1：

(1)$x\to y$

(2)$(x\to z)'\vee(s\to t)$

(3)$(y\to z)\vee(y\to a_2)\vee(a_5\to q)$

(4)$(s\to t)'$

(5)$(p\to q)'$

(6)$(x\to z)'\vee\alpha$　　由(2)(4)

(7)$(y\to z)\vee(y\to a_2)\vee\alpha$　　由(3)(5)

(8)$(y\to a_2)\vee\alpha$　　由(1)(6)(7)

(9)α-空子句　　由(1)(6)(8)

(II)不使用最简性原则，得到另一个从S到α-空子句的一个多元α-归结演绎ω_2：

(1)$x\to y$

(2)$(x\to z)'\vee(s\to t)$

(3)$(y\to z)\vee(y\to a_2)\vee(a_5\to q)$

(4)$(s\to t)'$

(5)$(p\to q)'$

(6)$(s\to t)\vee(y\to a_2)\vee(a_5\to q)\vee\alpha$　　由(1)(2)(3)

(7)$(s\to t)\vee(y\to a_2)\vee\alpha$　　由(5)(6)

(8)$(y\to a_2)\vee\alpha$　　由(4)(7)

(9)$(s\to t)\vee\alpha$　　由(1)(2)(8)

(10)α-空子句　　由(4)(9)

从以上两个多元α-归结演绎中可以得到，实行了最简性原则的多元α-归结演绎ω_1的确有着更高的自动推理效率。

(2)极小性原则。在基于格值命题逻辑系统LP(X)的多

元 α-归结演绎中，满足条件的 α-归结群组中的广义文字个数最少，即若 $g_1, g_2, \cdots, g_t$ 构成一个 α-归结群组，$g_1, g_2, \cdots, g_t$ 中任意个数小于 t 的广义文字组均不构成 α-归结群组，而且也不考虑含有 $g_1, g_2, \cdots, g_t$ 且个数大于 t 的广义文字组构成的 α-归结群组。

如果 $g_1, g_2, \cdots, g_t$ 构成一个 α-归结群组，那么含有 $g_1, g_2, \cdots, g_t$ 且个数大于 t 的广义文字组 $g_1, g_2, \cdots, g_t, g_{t+1}, \cdots, g_s$ 也构成一个 α-归结群组。如果考虑含有广义文字 $g_1, g_2, \cdots, g_t, g_{t+1}, \cdots, g_s$ 的广义子句，其归结式将会增加存储空间，进而影响效率。例如，在例 1 中，因为 $y \to b, x \to y, (x \to z)'$ 构成一个 α-归结群组，当然

$y \to b, x \to y, (x \to z)', (s \to t)', (q \to w)'$

也构成一个 α-归结群组。如果考虑含有广义文字 $y \to b, x \to y, (x \to z)', (s \to t)', (q \to w)'$ 的广义子句，将可能产生更多的冗余广义子句，这不仅不会提高自动推理效率，还会增加存储空间，影响归结自动推理效率。例如在例 1 中，若不考虑此原则，也可到 S 到 α-空子句的另一个多元 α-归结演绎 ω_1：

(1) $y \to b$
(2) $(x \to y) \vee y \vee (p \to q)'$
(3) $(x \to z)' \vee (s \to t)$
(4) $(s \to t)'$
(5) $(q \to w)'$
(6) $y \vee (p \to q)' \vee (x \to z)' \vee \alpha$ 由(2)—(4)
(7) $(p \to q)' \vee (x \to z)' \vee \alpha$ 由(1)(6)
(8) $(x \to z)' \vee \alpha$ 由(5)(7)
(9) $(p \to q)' \vee \alpha$ 由(1)(2)(8)
(10) α-空子句 由(5)(9)

在以上给出的多元 α-归结演绎中，就只有(6)的产生没有采用此原则，广义子句(7)—(10)的产生采用了极小性原则。

从上述例子也可看到，在多元 α-归结演绎 ω_1 中产生的冗余广义子句比例 1 中多元 α-归结演绎 ω 产生的冗余广义子句更多，这无疑会影响归结自动推理效率。

(3)先多后少原则。在最简性原则的基础上，依据原则(1)选定广义子句，在与该广义子句可 α-归结的所有广义子句中，这些参与可归结的广义子句顺序由广义子句中的广义文字的个数决定，按由多到少的原则进行。

这一条原则在一定程度上可以减少存储空间，有利于提高自动推理效率。这条原则一般与原则(1)一起使用。例 3 也将说明这一原则的确有助于提高推理效率。

例 3 设 $C_1 = (x \to y) \vee (p \to q)$，$C_2 = (x \to z)' \vee (a_5 \to t)$，$C_3 = (y \to z) \vee (y \to a_2) \vee (s \to t) \vee (a_5 \to q)$，$C_4 = (s \to t)'$，$C_5 = (p \to q)'$ 是格值命题逻辑 $\mathscr{L}_9P(X)$ 中的 5 个广义子句，其中 a_2、$a_5 \in L_9$，x、y、z、s、t、p、q 为命题变元。设广义子句集 $S = C_1 \wedge C_2 \wedge C_3 \wedge C_4 \wedge C_5$ 且 $\alpha = a_6$。应用先多后少原则，可以得到一个从 S 到 α-空子句的一个多元 α-归结演绎 ω_1：

(1) $(x \to y) \vee (p \to q)$
(2) $(x \to z)' \vee (a_5 \to t)$
(3) $(y \to z) \vee (y \to a_2) \vee (s \to t) \vee (a_5 \to q)$
(4) $(s \to t)'$
(5) $(p \to q)'$
(6) $(y \to z) \vee (y \to a_2) \vee (a_5 \to q) \vee \alpha$ 由(3)(4)
(7) $(y \to z) \vee (y \to a_2) \vee \alpha$ 由(5)(6)
(8) $(x \to z)' \vee \alpha$ 由(2)(4)
(9) $(x \to y) \vee \alpha$ 由(1)(5)
(10) $(y \to a_2) \vee \alpha$ 由(7)—(9)
(11) α-空子句 由(8)—(10)

因此 $S \leqslant \alpha$。

(4)阈值原则。(I)根据格值命题逻辑系统 LP(X)的广义子句集的具体情况和 α 的取值，对每次多元 α-归结演绎的结果子句 R 中的广义文字个数可设定阈值 t。若 R 中的文字个数 $\leqslant t$，则将 R 放入多元 α-归结演绎序列；否则，此次多元 α-归结演绎无效。(II)根据格值命题逻辑系统 LP(X)的广义子句集的具体情况和 α 的取值，对每次多元 α-归结演绎的结果子句 R 中常元文字在 R 中占的比例可设定阈值 e。若 R 中常元文字在 R 中占的比例 $\geqslant e$，则将 R 放入演绎序列；否则，此次多元 α-归结演绎无效。

在基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎中，冗余子句的产生是不可避免的，但只要减少使用冗余子句，也能够提高归结自动推理效率。这两个阈值原则均可有效减少冗余子句的使用，进而提高归结自动推理效率。

无论是在基于 LP(X)的 α-归结自动推理还是在基于 LP(X)的多元 α-归结自动推理中，其归结演绎均是不唯一的。但在演绎过程中，往往均会产生一些冗余子句，这直接影响了自动推理效率。在基于 LP(X)的多元 α-归结自动推理中，只要能减少冗余子句的产生或者减少冗余子句的使用，就均能提高归结自动推理的效率。在基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎中，遵从以上 4 个原则，可以有效减少冗余子句的产生或者有效减少冗余子句的使用，有利于提高归结自动推理的效率。

4 基于 LP(X)的多元 α-归结原理的有效性

徐扬等[9,12]提出了基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结原理的定义，并给出了 α-归结演绎的可靠性与在一定条件下的完备性。为了方便本节对基于 LP(X)的多元 α-归结原理的有效性进行分析，在此给出基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结的定义。

定义 3[8] 在格值命题逻辑系统 LP(X)中，设 $\alpha \in L$，且广义子句

$C_1 = g_1 \vee \cdots \vee g_i \vee \cdots \vee g_m$

$C_2 = h_1 \vee \cdots \vee h_j \vee \cdots \vee h_n$

如果广义文字 g_i 和 h_j 满足 $g_i \wedge h_j \leqslant \alpha$，则

$g_1 \vee \cdots \vee g_{i-1} \vee g_{i+1} \vee \cdots \vee g_m \vee h_1 \vee \cdots \vee h_{j-1} \vee h_{j+1} \vee \cdots \vee h_n$

称为 C_1 和 C_2 的 α-归结式，记作：$R_\alpha(C_1, C_2)$。(g_i, h_j) 称为一个 α-归结对，记作：$(g_i, h_j) - \alpha$。

定义 4[13] 设 S 是格值命题逻辑系统 LP(X)中的一个广义子句集，$\alpha \in L$。$\{\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_t\}$ 称为一个从 S 到 Φ_t 的 α-归结演绎，如果

(1) $\Phi_i \in S$；或

(2)存在 $j, k < i$，使得 $\Phi_i = R_\alpha(\Phi_j, \Phi_k)$。

定理 4[13](可靠性) 设 $S = C_1 \wedge C_2 \wedge \cdots \wedge C_m$，其中 $C_1, C_2, \cdots, C_m$ 是格值命题逻辑系统 LP(X)中的广义子句，$\alpha \in L$。$\{\Phi_1, \Phi_2, \cdots, \Phi_t\}$ 是一个从 S 到广义子句 Φ_t 的 α-归结演绎。如果 $\Phi_t \leqslant \alpha$，则 $S \leqslant \alpha$。

根据文献[13]中的定理 11.3.2 和定理 11.4.7，对于 α-归结演绎的弱完备性定理，需要选择合适的归结水平 α，即 α 满

足下列 3 个条件：

(1)α 是格蕴涵代数的对偶分子；

(2) $\bigvee_{a\in L}(a\wedge a')\leqslant\alpha$；

(3)存在 $\beta\in L$ 使得 $\beta\wedge(\beta\to\beta')\not\leqslant\alpha$。

定理 5[13](弱完备性) 设 S 是格值命题逻辑系统 LP(X)中的正则广义合取范式，$\alpha\in L$ 是一对偶分子且满足 $\bigvee_{a\in L}(a\wedge a')\leqslant\alpha<I$。假设存在 $\beta\in L$ 使得 $\beta\wedge(\beta\to\beta')\not\leqslant\alpha$。如果 $S\leqslant\alpha$，则存在一个从 S 出发到 α-空子句的 α-归结演绎。

本节将从以下几方面对基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结原理的有效性进行分析。

1. 在推理能力上更有效。由于经典逻辑公式的真值只有真与假两种情况，因此其原子与原子非的合取只能是假的。从而在基于经典二值逻辑的归结自动推理过程中，仅仅需要找到原子及原子的非(即互补对或归结对)，即基于经典二值逻辑的归结自动推理过程的归结对的判定完全是由语法形式判定，而不需要考虑语义。在基于 LP(X)的 α-归结自动推理过程中，由于不可分极简式(IEFs)本身的复杂性和受归结水平的影响，广义文字及其非的合取通常不一定是在某一水平上的归结对(即 α-归结对)(除了 $\bigvee_{a\in L}(a\wedge a')\leqslant\alpha$)。在大多数情况下，不能从广义文字的形式上直接判定 α-归结对，需要借助广义文字的语义来判定两广义文字是否构成 α-归结对。但事实上，在基于格蕴涵代数的格值命题逻辑系统 LP(X)中，一个广义子句集可能并不含有由两个广义文字构成的 α-归结对，但是却可能含有 3 个以及 3 个以上的广义文字所构成的 α-归结群组。如例 4 所述。

例 4 设 $S=\{C_1,C_2,C_3\}$ 是格值命题逻辑 $\mathscr{L}_9$P(X)中的广义子句集且 $\alpha=a_6\in L_9$，其中

$C_1=(x\to y)\vee(s\to t)$

$C_2=(y\to z)\vee(w\to t)\vee(p\to q)$

$C_3=(x\to z)'\vee(s\to q)$

其中，x、y、p、q、s、w 均是命题变元。广义子句集 S 中不存在 α-归结对，但$(x\to y)\wedge(y\to z)\wedge(x\to z)'\leqslant\alpha=a_6$，因此$(x\to y)$，$(y\to z)$，$(x\to z)'$构成一个 3 元 α-归结群组。

正是在这种背景下，徐扬等[10]提出了基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结原理。基于 LP(X)的多元 α-归结原理不仅是经典二值命题逻辑中归结原理的有效推广，还是基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结原理的有效推广。因此无论是基于经典二值命题逻辑的归结原理还是基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结原理，均可统一在多元 α-归结原理的框架下，从而基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结原理是基于经典二值命题逻辑的归结原理与基于 LP(X)的 α-归结原理的一般形式。因此基于 LP(X)的多元 α-归结自动推理比基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结自动推理有着更强的推理能力。

2. 在推理效率上更有效。无论是基于经典二值命题逻辑的归结演绎还是基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结演绎，以及基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎，其基本思想是完全一致的。但是基于 LP(X)的多元 α-归结演绎较基于 LP(X)的 α-归结演绎与基于经典命题逻辑的归结演绎的根本不同在于：基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎是动态的，即在归结演绎过程中，参与 α-归结的广义文字的个数是随演绎的变化而变化，并非固定不变的；而基于经典二值命题逻辑的归结演绎还是基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结演绎，在演绎过程中，参与归结的(广义)文字的个数不会随演绎的推进而发生改变。因此基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结自动推理比基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结自动推理有着更强、更高的自动推理效率。

3. 在实用性上更有效。从定理 5 可以看到，基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结演绎在一定的条件下具有完备性，即基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结演绎的完备性需要以下条件：

(1)α 是格蕴涵代数的对偶分子；

(2) $\bigvee_{a\in L}(a\wedge a')\leqslant\alpha<I$；

(3)存在 $\beta\in L$ 使得 $\beta\wedge(\beta\to\beta')\not\leqslant\alpha$。

但从定理 3 可以看到，基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎也是完备的，且不需要任何条件。这表明，基于格值命题逻辑系统 LP(X)的 α-归结演绎的完备性比基于格值命题逻辑系统 LP(X)的多元 α-归结演绎的完备性需要更强、更多的条件。因此，得到的基于 LP(X)的 α-归结演绎的完备性比得到基于 LP(X)的多元 α-归结演绎的完备性更强。这也意味着在基于 LP(X)的多元 α-归结原理上建立的归结自动推理方法比在基于 LP(X)的 α-归结原理上建立的归结自动推理方法会更有效、更灵活，基于 LP(X)的多元 α-归结演绎的完备性比基于 LP(X)的 α-归结演绎的完备性更容易得到。因此在基于 LP(X)的多元 α-归结原理上建立的归结自动推理方法比在基于 LP(X)的 α-归结原理上建立的归结自动推理方法具有更广的实用性、更强的推理能力以及更高的推理效率。

结束语 在基于经典逻辑的归结原理的基础上，已形成了各种各样有效的归结自动推理方法。基于格值逻辑的 α-归结自动推理是处理不可比较性信息的一种强有力的工具，但是其也有以下两方面的局限性：1)α-归结自动推理仅能处理 2 个广义文字的归结；2)α-归结自动推理演绎过程中每次参与 α-归结的广义文字个数固定为 2。这两方面局限性就使得基于格值逻辑系统的 α-归结自动推理的理论与应用均受到很大限制，还直接影响 α-归结自动推理的效率。为此很有必要研究在保持刻画复杂问题的能力下，进一步提高自动推理效率的自动推理原理与方法，而基于 LP(X)的多元 α-归结原理恰能达到这样的目的。本文就基于 LP(X)的多元 α-归结原理的有效性与在多元 α-归结演绎中参与的广义文字随演绎的推进而动态变化的基本原则做了深入研究。这些研究工作为建立基于多元 α-归结原理的多元 α-归结方法奠定了基础，潜在地为提供自动推理效率提高了有效途径。

参考文献

[1] Anatoli D, Robert N, Andrei V. Stratified Resolution[J]. Journal of Symbolic Computation, 2003, 36: 79-99

[2] 吴茂康，缪淮扣. 自动定理证明中的一个通用证明法[J]. 上海大学学报：自然科学版，1997，3(3)：283-288

[3] 刘叙华. 基于归结方法的自动推理[M]. 北京：科学出版社，1994

[4] 刘叙华. 广义模糊逻辑和锁语义归结原理[J]. 计算机学报，1980(2)：97-111

[5] 蔡致暖，黄乾，黄庆彦，等. 基于支持集策略的归结推理方法的实现及其优化[J]. 现代计算机，2005(5)：92-94

(下转第 280 页)

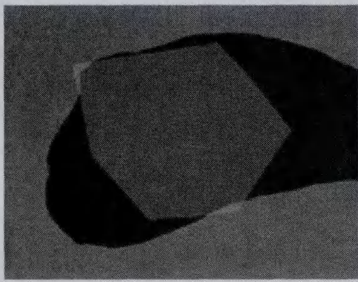

图10　双箭头军标标绘实例

由于绘制单个军标图形的绘制速度较快，绘制时间较短，因此本文实验采用对单个军标重复绘制50次来获得总的标绘时间，然后采用单个军标绘制时间为总时间除以50的方法来较为准确地获得算法绘制各个军标实例的运行时间。

表1为各类型军标标绘过程中平均耗时统计表，实验分别获取每种军标连续绘制50次的耗时平均值。数据表明，对于本文的三角形递归切分军标地形匹配算法，各种类型军标标绘平均耗时均保持在0.1s以内，其可以保证军标标绘系统的实时性需求。

表1　各类型军标标绘时间花费

军标类型	测试次数(次)	平均耗时(s)
单箭头军标	50	0.061
双箭头军标	50	0.074
三箭头军标	50	0.091
圆形军标	50	0.080

结束语　本文提出一种新的基于三角形递归切分的三维军标绘制方法，可实现军标与地形的良好匹配，在具有良好通用性前提下获得了较好的标绘速度。本文提出的方法所作出的贡献在于：(1)军标曲线使用Bezier曲线绘制，使军标图形易于变换控制；(2)通过对控制点是否游离于军标图形之外进行判断，确保军标变换控制过程中图形的合理性；(3)通过对算法递归调用次数的动态控制，在保证可视性的前提下减少细分三角形数量；(4)通过对三维非规则军标的合理分块，递归切分，使算法能应用于多种军标的绘制，保证了算法的扩展性。

根据本文所提出的算法思想实现了基于OPENGL的三维军标标绘系统，实验验证了该算法的可行性，且其在实时性与可视性之间取得了较好的平衡。未来工作包括实现任意凹凸多边形军标的绘制以及进一步提高军标标绘的实时性。

参考文献

[1] Xiao Yi, Yan Hong. Text region extraction in a document image based on the delaunay tessellation[J]. Pattren Regonition, 2003, 36

[2] Durbin J, Colbert B, Crowe J, et al. Battlefield visualization on the responsive workbench[C]// IEEE Visualization. 1998: 463-466

[3] Kim Y, Kesavadas T. Automated Dynamic Symbology for Visualization of High Level Fusion[R]. State University of New York at Buffalo, USA, 2004: 1196-1208

[4] 孔维. 三维非规则军队标号的研究与实现[D]. 郑州: 中国人民解放军信息工程大学, 2005

[5] 周成军. 三维军队标号系统的研究与实现[D]. 郑州: 中国人民解放军信息工程大学, 2005

[6] 于美娇. 战场态势可视化中三维军队标号的研究[D]. 郑州: 中国人民解放军信息工程大学, 2008

[7] 王成昊, 汤晓安, 陈敏, 等. 一种基于地形匹配的自适应道路建模方法[J]. 系统仿真学报, 2006, 18(10): 2824-2826

[8] 许仁杰, 吴东亚. 基于简化控制点的不规则军标地形匹配方法[J]. 系统仿真学报, 2012(9): 201-204

[9] 陈红倩, 张庆义, 李凤霞, 等. 一种基于梯度域的三维军标绘制方法[J]. 系统仿真学报, 2012, 24(1): 589-613

[10] 徐甜, 刘凌霞. Bezier曲线的算法描述及其程序实现[J]. 安阳师范学院学报, 2006(7): 49-52

[11] 杨强. 三维军标生成与态势标绘技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2007

[12] Thomas L C. Visual Displays and Cognitive Tunneling: Frames of Reference Effects on Spatial Judgments and Change Defection[C]// Proc. of the 45th Annual Meeting of the of the Human Factors and Ergonomics Society. Santa Monica, Human Factors & Ergonomics Society, USA, 2001: 6-12

(上接第252页)

[6] Xu Y, Qin K Y. Lattice-Valued Propositional Logic (I) [J]. Southwest Jiaotong University, 1993, 1(2): 123-128

[7] Xu Y, Ruan D, et al. α-Resolution principle based on first-order lattice-valued logic LF(X)[J]. Information Sciences, 2001, 132(1-4): 221-239

[8] Xu Y, Qin K Y, Liu J, et al. L-Valued Proposition Logic L_{vpl}[J]. Information Sciences, 1999, 114: 205-235

[9] Xu Y, Liu J, Song Z M, et al. On Semantics of L-valued First Order Logic L_{vfl}[J]. Internat. J. Gen. Systems, 2000, 29(1): 53-79

[10] Xu Y, Ruan D, Kerre E E, et al. α-Resolution Principle Based on Lattice-Valued Propositional Logic LP(X) [J]. Information Sciences, 2000, 130: 195-223

[11] Xu Y, Song Z M, Qin K Y, et al. Syntax of L-valued First-order Logic L_{vfl}[J]. Internat. J. Multiple-Valued Logic, 2001, 7: 213-257

[12] Xu Y, Ruan D, Kerre E E, et al. α-Resolution Principle Based on Lattice-valued First-order Logic LF(X) [J]. Information Sciences, 2001, 132: 221-239

[13] Xu Y, Ruan D, Qin K Q, et al. Lattice-valued Logic—An Alternative Approach to Treat Fuzziness and Incomparability[M]. Springer-Verlag, 2003

[14] Xu Y, Xu W T, Zhong X M, et al. α-Generalized Resolution Principle Based on Lattice-valued Propositional Logic LP(X)[C]// Proceedings of the 9th International Conference on Foundations and Applications of Computational Intelligence. Chengdu (Emei), China, 2010: 66-71

[15] Xu Y, Liu J, Zhong X M, et al. Multi-ary α-Resolution Principle for a Lattice-valued Logic[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2013, 21(5): 88-912

[16] Xu Y, Liu J, Ruan D, et al. α-Resolution Determination in Lattice-valued First-order Logic LF(X) [J]. Information Sciences, 2011, 181: 1836-1862

[17] Liu Y, Jia H R, Xu Y. Determination of 3-Ary α-Resolution in Lattice-valued Propositional Logic LP(X) [J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2013, 6(5): 943-953

[18] 刘熠, 徐扬, 秦亚. 区间值(α, β)-模糊格蕴涵子代数[J]. 计算机科学, 2011, 38(4): 263-266

[19] 张家锋, 徐扬, 何星星. 格值语义归结推理方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(9): 201-204