

# 基于 Petri 网的 Web 服务组合验证方法

沈 华<sup>1</sup> 何炎祥<sup>2</sup> 张明武<sup>1</sup>

(湖北工业大学计算机学院 武汉 430068)<sup>1</sup> (武汉大学计算机学院 武汉 430072)<sup>2</sup>

**摘 要** 对服务组合进行结构验证分析的目的在于发现结构中固有的致命弱点,保证运行时的 Web 服务组合是良结构的。Web 服务组合的有界性验证用来判断是否存在影响 Web 服务组合实施的 Web 服务或子 Web 服务组合;死锁验证用来发现是否存在可能的服务盲区;陷阱验证用来发现是否存在可能的服务异常区。给出了上述各项验证的实现算法,测试实验验证了该算法的正确性。

**关键词** 服务组合,结构验证,有界性,死锁,陷阱

**中图法分类号** TP302.7 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.4.021

## Verification Methods Based on Petri Networks for Web Services Composition

SHEN Hua<sup>1</sup> HE Yan-xiang<sup>2</sup> ZHANG Ming-wu<sup>1</sup>

(School of Computer Science, Hubei University of Technology, Wuhan 430068, China)<sup>1</sup>

(School of Computer, Wuhan University, Wuhan 430072, China)<sup>2</sup>

**Abstract** The purpose of structure verification analysis for services composition is to find the inherent achilles heel of the structure of services composition, which ensures that the structure of Web services composition is good in running phase. The boundedness verification of Web service composition is used to determine whether there are Web services or sub Web services composition that impacts the implementation of Web services composition. The deadlock verification is used to find whether services blind area exists. The trap verification is used to find whether service abnormal areas exist. This paper gave the algorithms to complete the above validation. The correctness of the algorithms was verified by testing experiments.

**Keywords** Service composition, Structure verification, Boundedness, Deadlock, Trap

## 1 引言

Web 服务是一个与平台无关的、松耦合的、自描述、位置透明的网络化组件。单个 Web 服务功能有限,为了满足业务需求,需要在面向服务架构中通过已有的服务构建新的大粒度服务,这个大粒度服务就是 Web 服务组合。Web 服务组合在业务流程的构造和重组中处于核心地位,因此有必要对 Web 服务组合的有效性和可靠性进行验证。

Web 服务组合的验证方法一般有随机 Petri 网(Stochastic Petri Nets, SPN)、进程代数(Process Algebra, PA)、Pi-演算(Pi-Calculus, 一种移动进程代数)和自动机理论(automata theory)。文献[1]采用扩展有限自动机模型表示 Web 服务组合,并将此模型转换为 Markov 模型,然后采用概率模型检测器 PRISM 验证服务组合的可靠性。文献[2]提出一种基于扩展有限自动机模型来验证 Web 服务组合的方法,即此方法不但可以验证 Web 服务组合是否满足需求,还可以验证 Web 服务组合在运行过程中是否存在逻辑错误。文献[3]提出并

实现了一种 Web 服务组合的认知模型检测方法,即将 Web 服务组合建模为多主体系统,提出 BPEL 活动的形式化模型,开发算法实现从 BPEL 流程到 MCTK(开发的多主体系统模型检测工具)输入语言的自动转换,通过 MCTK 不仅可以验证 Web 服务组合的时态逻辑规范,还可以验证多主体系统特有的认知逻辑规范及其时态组合。文献[4]采用有限状态机对 Web 服务行为进行建模,验证了两个服务之间协作的正确性。文献[5]给出了一个描述 Web 服务组合流程的扩展层次颜色 Petri 网模型,并给出了验证模型的控制流网正确性、数据流网正确性、流程实例正确性的方法。文献[6]提出了一种基于 Petri 网理论的 Web 服务组合建模方法,通过分析 Petri 网的活性形式化验证服务组合的正确性以及验证组合服务是否能在有限步内结束。文献[7]以服务描述语言 DAML-S 为基础,将 DAML-S 中的服务流程模型(原子流程和复合流程)通过工具自动转变成 Petri 网,然后利用 Petri 网对服务组合流程进行自动定量分析、验证和仿真。文献[8]采用 Pi-演算对 BPEL 描述的服务组合中的各种流程模式进行建模,为服

到稿日期:2014-06-03 返修日期:2014-08-29 本文受国家自然科学基金:隐私保护策略函数策略加密体制(61272404),国家自然科学基金:抗泄露的身份基类加密体制及可证明安全研究(61370224),湖北省自然科学基金重点项目:敏感信息泄露条件下的隐私保护技术研究(2013CFA046)资助。

沈 华(1978-),女,博士,讲师,CCF 会员,主要研究方向为服务计算、信息安全,E-mail:nancy78733@126.com;何炎祥(1952-),男,博士,博士生导师,CCF 高级会员,主要研究方向为服务计算、可信计算;张明武(1971-),男,博士,CCF 会员,主要研究方向为信息安全。

务组合的验证奠定了基础。文献[9]基于 Pi-演算对 Web 服务组合进行形式化描述和建模,并利用形式化工具对建立的组合模型是否正确以及是否满足需求进行了验证。

已有的工作主要集中在 Web 服务组合发布之前采用某种形式化方法对其正确性进行验证,并未考虑可能存在的性能风险。服务组合产生的服务效果直接影响客户的服务体验,因此有必要在服务组合发布前对可能存在的性能瓶颈进行判断,并将其反馈给服务发现和服务选择过程。本文选用连续时间 SPN 对 Web 服务组合建模,然后通过验证模型的有界性、死锁和陷阱在设计阶段发现结构中固有的致命弱点,以保证运行时的 Web 服务组合是良结构的,同时分析出服务组合潜在的性能瓶颈。

## 2 Web 服务组合的 SPN 模型

### 2.1 建模工具

本文采用的建模工具是 Molloy 连续时间 SPN。其定义如下:

**定义 1**(连续时间 SPN)<sup>[10]</sup> 一个四元组  $N=(S, T; F; M_0)$ , 其中  $S$  为库所集,  $T$  为变迁集,  $N$  是一个连续时间 SPN iff: (1)  $S \cup T \neq \emptyset$ ; (2)  $S \cap T = \emptyset$ ; (3)  $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ; (4)  $M_0$  为初始标识; (5)  $F \subseteq (S \times T) \cup (T \times S)$ ; (6)  $\forall t \in T$  的可实施时刻到实施时刻之间的时间间隔被看成是一个连续随机变量  $x_t$  (取正实数值), 且服从分布函数  $F_t(x) = P(x_t \leq x) = 1 - e^{-\lambda_t x}$ , 其中实参数  $\lambda_t > 0$  是变迁  $t$  的平均实施速率, 变量  $x \geq 0$ 。

### 2.2 模型 WSCPAM

根据 Web 服务组合的业务逻辑特征, 提出了一种基于 SPN 的 Web 服务组合性能分析模型 WSCPAM (Web Services Composition Performance Analysis Model)。

**定义 2**(库所的前置集和后置集)<sup>[10]</sup> 对于  $\forall s \in S$ ,  $s$  的前置集记为  $\cdot s$ ,  $s$  的后置集记为  $s \cdot$ , 则有  $\cdot s = \{t | (t, s) \in F\}$ ,  $s \cdot = \{t | (s, t) \in F\}$ 。

**定义 3**(WSCPAM)<sup>[11,12]</sup> WSCPAM 是一个同时满足以下两个约束条件的 SPN:

约束条件 1  $\forall s \in S (\cdot s \leq 1 \ \&\& \ |s \cdot| \leq 1)$ ;

约束条件 2  $\forall s \in S (\cdot s \cap s \cdot = \emptyset) \ \&\& \ \forall t \in T (\cdot t \cap t \cdot = \emptyset)$ 。

其中 Web 服务或子 Web 服务组合用变迁表示, 变迁的前置库所(也称为输入库所)存放对该变迁的请求队列, 变迁的后置库所(也称为输出库所)存放该变迁对某个后置变迁的服务请求, 且请求队列的长度不限。约束条件 1 保证了某个请求队列(即库所)只与一个服务对偶(即变迁对偶)相关联。显然, 一个服务的开始执行不会依赖于它自身的执行结束。约束条件 2 保证了在 WSCPAM 中任一库所和任一变迁之间最多只存在一条弧。

## 3 模型有界性的验证

### 3.1 模型有界性定义及验证意义

**定义 4**(有界性)<sup>[10]</sup> 设  $N=(S, T; F; M_0)$  为一个 SPN,  $M_0$  为初始标识,  $s \in S$ 。

if  $\exists$  正整数  $B (\forall M \in R(M_0) (M(s) \leq B))$ , then 称库所  $s$  为有界的, 记为  $B(s)$ ;

if  $\forall M_0 (\forall s \in S (B(s)))$ , then 称  $N$  为有界的。

验证性能分析模型 WSCPAM 的有界性可以判断是否存在服务请求队列长度不停增长的 Web 服务或子 Web 服务组合。如果存在, 则该服务请求队列的后置库所将是潜在的性能瓶颈。

### 3.2 验证有界性的理论基础

本文验证给定 WSCPAM 有界性所采用方法的理论基础是文献[13]提出的如下定理:

**定理 1**<sup>[13]</sup> 设  $C$  为  $N=(S, T; F; M_0)$  的关联矩阵, 则  $N$  是有界网的充分必要条件是:  $\exists n (n = |S|)$  维正整数向量  $x$ , 使得  $C^T x \leq 0$ 。

该定理的证明可详见文献[13], 其中提到的关联矩阵的定义如下:

**定义 5**(SPN 关联矩阵)<sup>[10]</sup> 设  $\Sigma=(S, T; F; M_0)$  为一个 SPN,  $S=\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ ,  $T=\{t_1, t_2, \dots, t_m\}$ , 则  $\Sigma$  的关联矩阵  $C$  是一个  $n \times m$  矩阵, 且满足下列条件:

$$c_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{if } (s_i, t_j) \in F \\ -1, & \text{if } (t_j, s_i) \in F \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

本文对不等式  $C^T x \leq 0$  的求解方法借鉴了文献[14]中关于求解超定线性不等式组的基本思想, 即将不等式方程组转换为等价的等式方程组进行求解。求解方法的基本原理阐述如下。

由于在 WSCPAM 模型中, 库所个数大于等于变迁个数(即  $|S| \geq |T|$ ) 这个结论通过约束条件 1 很容易得到, 因此 WSCPAM 的关联矩阵的转置矩阵的列数大于其行数。假设有线性不等式组:

$$Ax \leq b, A \in R^{m,n}, x \in R^n, n > m \quad (1)$$

对其引入向量  $k$ , 使得

$$\begin{cases} Ax + Kk = b \\ k \geq 0 \end{cases}, K \in R^{m,n}, k \in R^n \quad (2)$$

矩阵  $K$  按如下方法进行构造:

$$B_1 = \begin{pmatrix} I_{n-m} \\ 0 \end{pmatrix}_{m, n-m}, n-m < m$$

$$B_2 = (I_m, 0)_{m, n-m}, n-m \geq m$$

$$K = \begin{cases} (I_m; B_1)_{m, n}, & n-m < m \\ (I_m; B_2)_{m, n}, & n-m \geq m \end{cases}$$

下面证明方程组(1)和方程组(2)是等价的。假设  $x^*$ ,  $k^*$  是方程组(2)的解, 且  $k^* (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*) \geq 0, Kk = b^*$ 。

① 当  $n-m < m$  时,  $Kk = b^*$  展开为:

$$k_1^* + k_{m+1}^* = b_1^*$$

$$k_2^* + k_{m+2}^* = b_2^*$$

.....

$$k_{n-m}^* + k_{n-(n-m)}^* = k_{n-m}^* + k_n^* = b_{n-m}^*$$

$$k_{n-m+1}^* = b_{n-m+1}^*$$

$$k_{n-m+2}^* = b_{n-m+2}^*$$

.....

$$k_m^* = b_m^*$$

$\cdot \cdot \cdot k^* (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*) \geq 0$ , 且由上述展开式可知:  $b^* \geq 0$ 。

② 当  $n-m \geq m$  时,  $Kk = b^*$  展开为:

$$k_1^* + k_{m+1}^* = b_1^*$$

$$k_2^* + k_{m+2}^* = b_2^*$$

.....

$$k_m^* + k_{m+m}^* = b_m^*$$

$\forall k^* (k_1^*, k_2^*, \dots, k_n^*) \geq 0$ , 且由上述展开式可知:  $b^* \geq 0$ 。

故  $Ax + b^* = b \Rightarrow Ax = b - b^* \Rightarrow Ax \leq b$ , 因此方程组(1)和方程组(2)是等价的。

令  $G = (A, K), \ddot{x} = \begin{pmatrix} x \\ k \end{pmatrix}$ , 则不等式方程组(2)的线性方程

组部分可表示为:

$$G\ddot{x} = b \quad (3)$$

如果方程组(3)有解  $\ddot{x}^* = (x^*, k^*)$ , 且  $k^* \geq 0$ , 那么  $\exists n$  维向量  $x$  使得  $Ax \leq b$ 。

### 3.3 验证有界性的算法描述

**算法 1** 验证给定 WSCPAM 模型的有界性

输入: WSCPAM (n 个库所, m 个变迁)

输出: WSCPAM 是否有界

1. 求给定 WSCPAM 的关联矩阵  $C, C \in R^{n \times m}$ ;
2. 利用矩阵的行最简形来求解  $C^T x = 0$ , 如果存在非零解向量  $x$  且  $x$  的各个分量均为正整数, 则可知 SPN 是有界的; 算法结束, 否则执行步骤 3;
3. 构造矩阵  $K \in R^{n \times m}$ ;
4. 生成矩阵  $G = (C^T, K), G \in R^{m \times 2n}$ ;
5. 将系数矩阵  $G$  化简成行最简形来求解  $Gx = 0, x \in R^{2n}, 0 \in R^m$ ;
6. 如果有解, 且  $x$  的后  $n$  个分量均大于零, 前  $n$  个分量均为正整数, 则 WSCPAM 是有界的, 否则是无界网。

**算法 2** 求解给定矩阵的行最简形

输入: 矩阵  $A$ , 矩阵的行数  $m$ , 列数  $n$

输出: 矩阵  $A$  (此时矩阵已是原矩阵的行最简形)

1.  $k_j \leftarrow 0; z \leftarrow 0$ ;
2. for ( $k=0; k < m-z$  &&  $k_j < n; k++$ ) {
3. flag  $\leftarrow 0$ ;
4. while ( $k_j < n$  && !flag) {
5. if ( $A[k][k_j] == 0$ ) {
6. if ( $A[k+1][k], A[k+2][k], \dots, A[m-1][k]$  均为 0)
7.  $k_j \leftarrow k_j + 1$ ;
8. else {
9. 在第  $k$  行之后找到第  $k$  列绝对值最大元素 (假设所在的行是第  $i$  行);
10. 交换矩阵  $A$  的第  $k$  行  $\leftrightarrow$  第  $i$  行;
11. flag  $\leftarrow 1$ ;
12. }
13. }
14. else break;
15. if ( $k_j \geq n$ ) {
16. 第  $k$  行  $\leftrightarrow$  第  $m-1-z$  行;
17.  $z \leftarrow z + 1; k \leftarrow k - 1; k_j \leftarrow k$ ; continue;
18. }
19. else {
20. for ( $t=0; t < m; t++$ ) {
21. if ( $t \neq k$ ) {
22.  $f \leftarrow A[t][k] / A[k][k_j]$ ;
23. for ( $j=k; j < n; j++$ )
24.  $A[t][j] \leftarrow A[t][j] - f * A[k][j]$ ;
25. }
26. }
27. for ( $i=k_j; i < n; i++$ )

$$28. \quad A[k][i] = A[k][i] / A[k][k_j];$$

$$29. \quad k_j \leftarrow k_j + 1;$$

30. }

31. }

32. }

33. 返回矩阵  $A$ ;

**算法 3** 求解给定齐次方程组

输入: 系数矩阵  $A$ , 矩阵的行数  $m$ , 列数  $n$

输出: 解向量  $x$

说明: 这里只返回方程组的一个特解

1. 初始化一个  $n$  维向量  $x$ , 使其所有分量为 0;
2. 通过算法 2 将  $A$  转化为行最简形
3.  $k_j \leftarrow 0$ ;
4. for ( $k=0; k < m$  &&  $k_j < n; k++$ ) {
5. if ( $A[k][k_j] \neq 0$ )  $k_j \leftarrow k_j + 1$ ;
6. else {
7. while ( $A[k][k_j] == 0$  &&  $k_j < n$ ) {
8.  $x[k_j] \leftarrow 1; k_j \leftarrow k_j + 1$ ;
9. }
10. if ( $k_j < n$ )  $k \leftarrow k - 1$ ;
11. }
12. }
13. for ( $i=k_j; i < n; i++$ )
14.  $x[i] \leftarrow 1$ ;
15.  $k_j \leftarrow 0$ ;
16. for ( $k=0; k < m$  &&  $k_j < n; k++$ ) {
17. while ( $A[k][k_j] == 0$  &&  $k_j < n$ ) {
18.  $k_j \leftarrow k_j + 1$ ;
19. if ( $k_j < n$ ) {
20. for ( $i=k_j+1; i < n; i++$ )
21. if ( $A[k][i] \neq 0$ ) {
22.  $x[k_j] \leftarrow x[k_j] + A[k][i] \times x[i]$ ;
23.  $k_j \leftarrow k_j + 1$ ;
24. }
25. }
26. }
27. 返回  $x$ ;

## 4 模型死锁(陷阱)的验证

### 4.1 模型死锁(陷阱)定义及验证意义

**定义 6 (死锁)<sup>[10]</sup>** 设  $\Sigma = (S, T; F; M_0)$  为一个 WSCPAM,  $M_0$  为初始标识,  $S' \subseteq S$ , 如果  $\cdot S' \subseteq S'$ , 那么称  $S'$  为  $\Sigma$  的一个死锁, 记为  $D(S')$ 。

如果 WSCPAM 存在一个死锁且不含有托肯 (即死锁所覆盖的所有库所的托肯数均为 0), 那么该死锁永远得不到托肯。因此验证 WSCPAM 是否存在死锁可以发现是否存在可能的服务盲区。之所以把死锁覆盖的服务区域称为服务盲区, 是因为如果在初始标识  $M_0$  下死锁不含有托肯, 那么根据死锁定义可知, 死锁对外是不可感知的, 也即死锁中所覆盖的服务对外不可见。死锁覆盖的服务分两种情况: (1) 覆盖的服务是对 Web 服务组合有贡献的服务, 那么死锁的存在会影响 Web 服务组合提供相应的服务; (2) 覆盖的服务是对 Web 服务组合无贡献的服务, 那么死锁存在的 Web 服务组合也能提供相应的服务, 但会造成资源浪费。因此对 WSCPAM 模型进行死锁验证是有必要的。

**定义 7 (陷阱)<sup>[10]</sup>** 设  $\Sigma = (S, T; F; M_0)$  为一个 WSC-

PAM,  $M_0$  为初始标识,  $S' \subseteq S$ , 如果  $S' \cdot \subseteq \cdot S'$ , 那么称  $S'$  为  $\Sigma$  的一个陷阱, 记为  $T(S')$ 。

如果 WSCPAM 存在一个陷阱且含有托肯(即陷阱所覆盖的库所中至少有一个库所的托肯数不为 0), 那么该陷阱将永远不会失去托肯。因此验证 WSCPAM 是否存在陷阱可以发现是否存在可能的服务异常区。之所以把陷阱覆盖的服务区域称为服务异常区, 是因为如果在初始标识  $M_0$  下陷阱含有托肯, 那么根据陷阱定义可知, 陷阱中的某些服务会被不停地触发, 也即陷阱中的某些服务会在非控下执行, 因此造成的后果是无法预知的, 因此有必要对 WSCPAM 进行陷阱的验证。

#### 4.2 死锁(陷阱)验证的理论基础

本文验证给定 WSCPAM 是否存在死锁或陷阱所采用方法的理论基础是文献[15]提出的定理:

**定理 2**<sup>[15]</sup> 设  $C$  为  $\Sigma=(S, T; F; M_0)$  的关联矩阵,  $S_1 = \{s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1k}\}$  为  $\Sigma$  的一个死锁(陷阱)的充分必要条件是:  $C^T$  关于  $S_1$  的列生成子阵中, 每个非全零行至少包含一个“-1”(或“1”)元素。

本文提出的验证算法用来判断 WSCPAM 中是否存在一个极大死锁或陷阱。

**定义 8(极大死锁或陷阱)** 假设  $S_1 = \{s_{11}, s_{12}, \dots, s_{1k}\}$  是  $\Sigma=(S, T; F; M_0)$  的一个死锁(陷阱),  $S_1$  是  $\Sigma$  一个极大死锁(陷阱)当且仅当  $S_1$  满足以下条件:  $\forall s \in S - S_1$  ( $S_1 \cup \{s\}$  不是死锁(陷阱))。

**观察结论 1** 由约束条件 1 可以发现,  $C^T$  的每一列的元素具有以下特点: 有且只有一个“1”元素, 有且只有一个“-1”元素, 其余的为“0”元素。

**观察结论 2** 由模型 WSCPAM 的定义可以发现, 在 WSCPAM 模型中每个变迁一定有输入的弧和输出的弧, 所以  $C^T$  的每一行一定有一个或多个元素“1”和一个或多个元素“-1”。

**观察结论 3** 假设  $|S|=n, |T|=m$ , 发现如果 WSCPAM 中存在死锁或陷阱, 那么死锁或陷阱所覆盖的库所子集的大小为  $m$ 。

证明: (1) 约束条件 1 的限制, 使得在 WSCPAM 中  $|S| \geq |T|$  始终成立; (2) 根据定理 2 和 (1), 可以知道死锁或陷阱所覆盖的库所子集的大小应小于或等于  $m$ ; (3) 假设死锁或陷阱所覆盖的库所子集的大小小于  $m$ , 可知造成这个结果有以下两种情况: 1)  $C^T$  中至少有一列存在两个或两个以上“-1”元素或“1”元素; 2)  $C^T$  中至少有一行不存在元素“-1”或元素“1”。显然, 情况 1) 与观察结论 1 矛盾, 情况 2) 和观察结论 2 矛盾, 因此假设不成立。综合 (2)、(3), 观察结论 3 得证。

#### 4.3 验证死锁(陷阱)的算法描述

**算法 4** 验证给定 WSCPAM 模型的死锁(陷阱)

输入: WSCPAM( $n$  个库所,  $m$  个变迁)

输出: WSCPAM 是否存在死锁(陷阱)

1. 求给定 WSCPAM 的关联矩阵  $C, C \in R^{n \times m}$ ;
2. 求  $C$  的转置矩阵  $C^T$ ;
3. 如果  $C^T$  所有  $m$  列生成子阵没有判断完, 那么执行步骤 4; 否则执行步骤 5;
4. 判断当前  $m$  列生成子阵的每个非全零行是否至少包含一个“-1”(或“1”)元素, 如果是, 那么 WSCPAM 存在死锁(陷阱), 算法结束;
5. WSCPAM 不存在死锁(陷阱), 算法结束。

## 5 实验分析

在 Windows 2003 系统下采用 Java 程序设计语言和 SQL Server 开发了一个界面友好的跨平台软件工具, 实现了提出的验证算法。

从算法 1(验证有界性的算法)的描述中可以看到, 正确求解  $C^T x = 0$  是整个算法的基础。算法 1 调用算法 3(求解给定齐次方程组的算法)对  $C^T x = 0$  进行求解。算法 3 在求解过程中调用算法 2(求解给定矩阵的行最简形算法)对矩阵  $C^T$  作了行最简形的处理。因此, 在验证算法 1 的正确性和有效性之前, 需要对算法 2 和算法 3 进行测试。

1. 对矩阵行最简形的求解算法和齐次方程组的求解算法的测试。

测试用例 1:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & -4 & -3 \end{bmatrix}$$

得到的输出结果如图 1 和图 2 所示。

| A |   |    |             |
|---|---|----|-------------|
| 1 | 0 | -2 | -1.66666667 |
| 0 | 1 | 2  | 1.33333333  |
| 0 | 0 | 0  | 0           |

图 1 行最简形的求解测试用例 1 的输出结果

| X           |  |
|-------------|--|
| 2.08008382  |  |
| -1.44224957 |  |
| 1           |  |
| 1           |  |

图 2 齐次方程组的求解测试用例 1 的输出结果

由图可知实际运行结果与预期结果相同。

测试用例 2:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -3 \\ 1 & -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$$

得到的输出结果如图 3 和图 4 所示。

| A |    |   |    |
|---|----|---|----|
| 1 | -1 | 0 | -1 |
| 0 | 0  | 1 | -2 |
| 0 | 0  | 0 | 0  |

图 3 行最简形的求解测试用例 2 的输出结果

| X |  |
|---|--|
| 2 |  |
| 1 |  |
| 2 |  |
| 1 |  |

图 4 齐次方程组的求解测试用例 2 的输出结果

由图可知实际运行结果与预期结果相同。

2. 对结构验证算法的测试。

下面将对算法 1 和算法 4(验证死锁(陷阱)的算法)进行测试。测试用例选用某计算机公司计算机销售过程的工作流, 如图 5 所示<sup>[10]</sup>。用户通过 Internet 或其他方式向公司发出订单, 给出所需要的计算机基本配置和数量。公司接收用户订单, 对订单进行检查, 计算价格, 检查零部件的库存情况, 进行配置检查, 确认用户的订单在技术上是是否可行。根据检查结果做出决策, 如果检查通过, 则通知用户付款和发出生产通知, 在用户付款成功和装配完成后进行发货; 如果检查不通过, 则提出订单修改意见, 并向用户反馈意见。

