分块多线性主成分分析及其在人脸识别中的应用研究

谢 佩 吴小俊
（江南大学物联网工程学院 无锡 214122）

摘 要 主成分分析(Principal Component Analysis,PCA)是人脸识别中一个经典的算法,但PCA方法在特征提取时考虑的是图像的整体信息,并没有考虑图像的局部信息,而分块PCA(Modular Principal Component Analysis,Modular PCA)则可以有效地提取图像中重要的局部信息,所以在人脸识别实验中获得了比传统PCA更好的识别效果。但PCA和Modular PCA都要进行图像的矢量化,这会破坏原始数据的空间结构,也有可能会导致"维数灾难"。多线性主成分分析(Multilinear Principal Component Analysis,Multilinear PCA)作为PCA在高维数据上的扩展,直接使用矩阵或者高阶的张量来获得有效特征,既可以避免"维数灾难",又可以体现直接将张量数据作为处理对象时保留原始数据较好基本结构信息的优点。在研究Modular PCA和Multilinear PCA的基础上,提出了分块多线性主成分分析(Modular Multilinear Principal Component Analysis,M^2PCA)算法,用于识别人脸。在Yale、XM2VTS和JAFFE人脸数据库上进行了人脸识别实验,结果表明,在同等的分块条件下,所提出的方法的识别效果要优于Modular PCA的方法。

关键词 人脸识别,特征提取,Multilinear PCA,Modular PCA

中图法分类号 TP391.4 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2015.3.057

Modular Multilinear Principal Component Analysis and Application in Face Recognition

XIE Pei WU Xiao-jun
(School of IoT Engineering,Jiangnan University,Wuxi 214122,China)

Abstract Though principal component analysis (PCA) is a classical method for face recognition,the PCA method extracts global features of the original images,and it does not consider the local discriminant features. In contrast,Modular PCA method extracts the important local discriminant features,and it achieves better performance than the PCA method in face recognition. However,vectorization in PCA or modular PCA often causes "curse of dimensionality". In order to extract features from matrix or higher-order tensor objects directly,multilinear principal component analysis (Multilinear PCA) is developed. Multilinear PCA can avoid "curse of dimensionality",meanwhile it will not destroy the original data structure. Inspired by Modular PCA and Multilinear PCA,we proposed a new method called modular multilinear principal component analysis (M^2PCA) for face recognition. Experiments were conducted on the Yale,XM2VTS and JAFFE databases respectively,and experimental results indicate that,under the same condition of sub-blocks,the proposed method is obviously superior to the general Modular PCA.

Keywords Face recognition,Feature extraction,Multilinear PCA,Modular PCA

1 引言

人脸识别技术在金融、安全、人机交互等许多领域具有十分广阔的应用前景,得到了世界各国研究人员的广泛关注,并且取得了一定的研究成果。主成分析法(PCA)[1]是人脸识别中的一个经典算法,PCA的目的是采用线性变换的方法寻找一组最优的单位正交向量基,通过它们的线性组合来重构原始样本,并且使得重构后的样本和原样本的均方误差最小。Sirovich和Kirby首先将PCA运用于人脸识别[2],后来,Turk和Pentland提出了一个基于PCA的人脸识别方法,即特征脸方法[3]。

PCA以整幅人脸图像作为操作对象,主要考虑的是图像的全局特征,但是人脸图像十分复杂,光照、表情、遮挡等因素都会对人脸识别的效果有较大影响,一些研究者注意到,通常情况下,当光照条件和人脸表情发生变化时,人脸图像只是在部分区域发生了明显变化,而其他部分没有多大变化,甚至没有变化。因此,Rajkiran Gottumukkal提出了Modular PCA算法[4]用于人脸识别,陈[5]称这种方法为分块PCA,该方法通过将原始图像分成多块同样大小的子图像,然后对这些子图像使用PCA算法来进行特征提取,可以有效地提取图像中重要的局部信息,尤其是在光照条件和人脸表情发生较大变化的时候,效果会更好。与传统PCA相比,对原始人脸图像分块,既可以以2的指数次幂降低图像向量的维数,同时也以2的指数次幂增加了训练样本的数目,这在一定程度上解决

到稿日期:2014-08-24 返修日期:2014-09-29 本文受国家自然科学基金(61373055)资助。

谢 佩(1990—),男,硕士生,主要研究方向为人工智能和模式识别,E-mail:woxiepei@163.com;吴小俊(1967—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为模式识别、人工智能和计算机视觉,E-mail:wu_xiaojun@aliyun.com(通信作者)。

了小样本问题。

原始的 PCA 和分块 PCA 算法是通过将二维人脸图像按照行或列展开成高维的向量，然后再进行操作，这样不但会破坏原始图像的空间结构，也有可能会造成“维数灾难”。为了克服这些问题，一些研究者提出了二维子空间的学习算法，如：2DPCA[6]、2DLDA[7]、2DLPP[8] 和 2DNPP[9]，直接从原始的二维图像数据中提取特征，不但提取特征时只需花费较少的时间，而且有更好的识别率。

2D 的方法只能保留图像的列与列之间的信息，而忽略了图像行与行之间所隐含的关系。双向 2D 方法包括如 $(2D)^2$PCA[10]、$(2D)^2$LDA[11] 和 $(2D)^2$FLD[12]，这些方法通过保留原图像的行与行以及列与列之间的内在关系改进了基于 2D 的算法。双向 2D 方法在进行降维时，同时在列和行的方向进行，因此，图像矩阵可以通过更少的系数来表示。

事实上，人脸图像是以二阶或者高阶的张量表示的，在人脸识别和人脸检测中，直接对张量分析可以获得原始数据较好的基本结构信息，近几年来，研究者开始在原始的张量数据上做一些研究，同时也应用在了分析图像的多因素结构中[13]，并且取得了一定的研究进展，如：对 PCA 的多线性扩展的算法称为多线性主成分分析（Multilinear PCA）算法[14]，直接对张量对象操作。该算法通过求解张量到张量的映射来实现降维，并且已经运用到人脸识别中。另一个基于 PCA 的多线性扩展的算法（Uncorrelated Multilinear Principal Component Analysis，UMPCA）[15]，通过张量到向量的映射来提取一些不相关的特征，在人脸识别中也有不错的识别效果。此外，一些基于张量数据的方法[16-19] 也在人脸识别中得到应用。

为了能够将 Modular PCA 与 Multilinear PCA 的优点结合起来，既可以对图像进行分块提取到重要的局部特征，又可以直接对原始的张量数据进行运算，我们提出了分块多线性主成分分析（Modular Multilinear Principal Component Analysis，M^2PCA）方法用于特征提取。在 Yale、XM2VTS 和 JAFFE 人脸数据库上进行了人脸识别实验，实验结果表明，在同等的分块条件下，所提出的方法的识别效果要优于 Modular PCA 方法。

2 相关工作

2.1 Modular PCA 算法

Modular PCA 算法的基本思想是将图像都划分为同样大小的多块子图像，如将 $m\times n$ 大小的原图像矩阵 I 划分为 $P\times Q$ 块同样大小的子图像矩阵（如同线性代数中的矩阵分块的方法），即

$$I=\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \cdots & I_{1Q} \\ I_{21} & I_{22} & \cdots & I_{2Q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{P1} & I_{P2} & \cdots & I_{PQ} \end{bmatrix}$$

其中，划分后的子图像矩阵 I_{pq} 的大小为 $m_1\times n_1$，$p=1,2,\cdots,P$，$q=1,2,\cdots,Q$，$P\times m_1=m$，$Q\times n_1=n$。将所有训练样本按照同样的方式来分块，得到的所有子图像矩阵作为训练样本图像，然后再使用 PCA 方法。Modular PCA 算法是传统 PCA 的扩展，而传统 PCA 则可以看作分块方式为 1×1 的 Modular PCA 算法。

具体的过程如下。

首先介绍向量化矩阵的概念。

定义 1 设 $A=[A_1,A_2,\cdots,A_n]\in R^{m\times n}$，定义 $mn\times 1$ 的列向量：

$$Vec(A)=\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ \vdots \\ A_n \end{bmatrix} \tag{1}$$

将矩阵 A 按列依次排成向量，这个过程通常被称为矩阵 A 的向量化。

（1）设人脸图像集有 C 类，第 i 类有 n_i 个训练样本：A_{i1}，A_{i2}，$\cdots$，A_{in_i}，$N=\sum_{i=1}^{C}n_i$ 是所有的训练样本，A_{ij} 表示第 i 个人的第 j 幅图像矩阵，每幅图像的大小为 $m\times n$，将训练样本图像 A_{ij} 分成 $P\times Q$ 块：

$$A_{ij}=\begin{bmatrix} (A_{ij})_{11} & (A_{ij})_{12} & \cdots & (A_{ij})_{1Q} \\ (A_{ij})_{21} & (A_{ij})_{22} & \cdots & (A_{ij})_{2Q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (A_{ij})_{P1} & (A_{ij})_{P2} & \cdots & (A_{ij})_{PQ} \end{bmatrix}$$

（2）为了获得所有训练图像样本子图像矩阵的总体散布矩阵，首先向量化矩阵：

$$(\eta_{ij})_{pq}=Vec(A_{ij})_{pq},p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q$$

其中，$(\eta_{ij})_{pq}\in R^{m_1\times n_1}$。

则所有训练图像样本子图像矩阵的总体散布矩阵。

$$S=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}((\eta_{ij})_{pq}-\eta)((\eta_{ij})_{pq}-\eta)^{\mathrm{T}}$$

其中，$\eta=\frac{1}{N*P*Q}(\eta_{ij})_{pq}$，$i=1,2,\cdots,C$，$j=1,2,\cdots,n_i$，$p=1,2,\cdots,P$，$q=1,2,\cdots,Q$。

（3）寻找最优的投影矩阵

最优投影向量组选择 S 的前 k 个最大特征值所对应的正交特征向量 $w_1,w_2,\cdots,w_k$ 组成：

$$W=[w_1,w_2,\cdots,w_k],W\in R^{m_1n_1\times k}$$

（4）提取训练样本特征

将训练样本 $A_{ij}=\begin{bmatrix} (A_{ij})_{11} & (A_{ij})_{12} & \cdots & (A_{ij})_{1Q} \\ (A_{ij})_{21} & (A_{ij})_{22} & \cdots & (A_{ij})_{2Q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (A_{ij})_{P1} & (A_{ij})_{P2} & \cdots & (A_{ij})_{PQ} \end{bmatrix}$ 分块，子图像矩阵按照式（1）矢量化，中心化后再投影到最优投影矩阵来提取特征，获得 A_{ij} 的特征矩阵为：

$$B_{ij}=\begin{bmatrix} W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{11}-\eta) & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{12}-\eta) & \cdots & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{1Q}-\eta) \\ W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{21}-\eta) & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{22}-\eta) & \cdots & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{2Q}-\eta) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{P1}-\eta) & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{P2}-\eta) & \cdots & W^{\mathrm{T}}((\eta_{ij})_{PQ}-\eta) \end{bmatrix} \tag{2}$$

（5）提取测试样本特征

对于测试样本 $I_x=\begin{bmatrix} I_{11} & I_{12} & \cdots & I_{1Q} \\ I_{21} & I_{22} & \cdots & I_{2Q} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ I_{P1} & I_{P2} & \cdots & I_{PQ} \end{bmatrix}$ 按同样方式分块，每一块子图像矩阵按照式（1）矢量化，中心化后再投影到最优投影矩阵 W 来提取特征，获得 I_x 的特征矩阵为：

$$B_x=\begin{bmatrix}W^T(\eta_{11}-\eta) & W^T(\eta_{12}-\eta) & \cdots & W^T(\eta_{1Q}-\eta)\\ W^T(\eta_{21}-\eta) & W^T(\eta_{22}-\eta) & \cdots & W^T(\eta_{2Q}-\eta)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ W^T(\eta_{P1}-\eta) & W^T(\eta_{P2}-\eta) & \cdots & W^T(\eta_{PQ}-\eta)\end{bmatrix} \tag{3}$$

其中，$\eta_{pq}=Vec(I_{pq})$，$p=1,2,\cdots,P$；$q=1,2,\cdots,Q$。

(6)分类

通过分块PCA后，每个图像都对应一个特征矩阵，我们使用最近邻分类器分类，对于第 i 类第 k 个训练样本的特征矩阵由式(2)得 B_{ij}，测试样本特征矩阵由式(3)得到 B_x，计算：

$d(B_x,B_{ij})=\|B_x-B_{ij}\|$，$i=1,2,\cdots,C$，$j=1,2,\cdots,n_i$

如果 $d(B_x,B_{ij})=\min\limits_{i,j} d(B_x,B_{ij})$，那么 B_x 属于第 i 类。

2.2 Multilinear PCA 算法

Multilinear PCA算法可以直接对高阶的张量对象进行降维，不需要将原始的高阶张量对象先转变为向量，然后再进行操作，从而不会损坏原始图像的空间结构，能保留原图像更多的有效信息。

2.2.1 多线性代数[20,21]

这部分首先介绍在多线性代数中所用到的一些符号：小写的斜体字母(如 α,β)表示标量，加粗的小写字母(如 $\boldsymbol{u},\boldsymbol{v}$)表示向量，大写的字母(如 U,V)表示矩阵，加粗的大写字母(如 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}$)表示张量。

定义2 两个张量 $\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\in R^{m_1\times m_2\times\cdots\times m_n}$ 的内积表示为：

$$\langle\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y}\rangle=\sum_{i_1}\sum_{i_2}\cdots\sum_{i_n}\boldsymbol{X}_{i_1,i_2,\cdots,i_n}\boldsymbol{Y}_{i_1,i_2,\cdots,i_n} \tag{4}$$

张量的范数表示为：

$$\|\boldsymbol{X}\|=\sqrt{\langle\boldsymbol{X},\boldsymbol{X}\rangle} \tag{5}$$

两个张量 X,Y 的距离表示为：

$$d(\boldsymbol{X},\boldsymbol{Y})=\|\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}\| \tag{6}$$

定义3 将 n 阶张量 $\boldsymbol{X}\in R^{m_1\times m_2\times\cdots\times m_n}$ 按照 k 模式展开为一个矩阵：

$$X^k\in R^{m_k\times\prod\limits_{i\neq k}m_i} \tag{7}$$

例如：$X^k\Leftarrow_k\boldsymbol{X}$，则 $X^k_{i_k,j}=\boldsymbol{X}^{i_1,i_2,\cdots,i_n}$，$j=1+\sum\limits_{l=1,l\neq k}^{n}(i_l-1)\prod\limits_{o=l+1,o\neq k}^{n}m_o$

定义4 第 k 模式相乘的张量表示为 $\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{X}\times_k U$，$U\in R^{m_k'\times m_k}$：

$$\boldsymbol{Y}_{i_1,\cdots,i_{k-1},i,i_{k+1},\cdots,i_n}=\sum_{j=1}^{m_k'}\boldsymbol{X}_{i_1,\cdots,i_{k-1},i,i_{k+1},\cdots,i_n}U_{i,j}\ (j=1,\cdots,m_k') \tag{8}$$

2.2.2 Multilinear PCA 算法实现

Multilinear PCA算法的主要目的是寻找一个多线性的变换，即找一个投影映射 $V_j\in R^{m_j\times d_j}$ $(d_j\leqslant m_j,j=1,2,\cdots,n)$ 可以将原始的高阶张量 $\boldsymbol{X}_i$ 映射为低阶的张量 $\boldsymbol{Y}_i$，$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{X}_i\times_1V_1^T\times_2V_2^T\cdots\times_nV_n^T$，并且尽量保持原张量组的离散度。

我们将训练样本表示为 n 阶的张量 $X_i\in R^{m_1\times m_2\times\cdots\times m_n}$，$i=1,2,\cdots,N$，$N$ 表示训练样本总数，用 N_c 表示所有的样本的类别数，N_{C_i} 表示第 i 类的样本数。

以下给出Multilinear PCA的算法实现的基本过程。

(1)预处理

中心化训练样本 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_i=\boldsymbol{X}_i-\bar{\boldsymbol{X}}$，$i=1,2,\cdots,N$，其中 $\bar{\boldsymbol{X}}=\frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}\boldsymbol{X}_i$。则原样本张量组的离散度为 $\Psi_x=\frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}\|\widetilde{\boldsymbol{X}}_i\|^2$。

(2)初始化

计算张量的第 k 模式的总体散布矩阵 $S^{(k)}=\sum\limits_{i=1}^{N}(X_i^{(k)}-\bar{X}^{(k)})(X_i^{(k)}-\bar{X}^{(k)})^T$，其中：$X_i^{(k)}$ 是张量 $\boldsymbol{X}_i$ 按照 k 模式展开后的矩阵，$\bar{X}^{(k)}=\frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}X_i^{(k)}$。再对矩阵 $S^{(k)}$ 进行特征分解，得到相应的特征值和特征向量，将特征值降序排列，选取前 d_j 个特征值对应的特征向量，得到投影矩阵 V_j，可得 $V_j\in R^{m_j\times d_j}$ $(d_j\leqslant m_j,j=1,2,\cdots,n)$。

(3)局部最优化

计算 $\{\widetilde{\boldsymbol{Y}}_i=\widetilde{\boldsymbol{X}}_i\times_1V_1^T\times_2V_2^T\cdots\times_nV_n^T\}$ 的值。

计算 $\Psi_{y0}=\frac{1}{N}\sum\limits_{i=1}^{N}\|\boldsymbol{Y}_i-\bar{\boldsymbol{Y}}\|^2$(由于 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_i$ 中心化了，因此 $\bar{\boldsymbol{Y}}$ 为0)。

for $m=1:M$

for $k=1:K$

继续对散布矩阵 $S^{(k)}$ 进行特征分解，选取最大前 d_j 个特征值所对应的特征向量作为新的投影矩阵 V_j。

计算 $\{\widetilde{\boldsymbol{Y}}_i,i=1,2,\cdots,N\}$ 和 Ψ_{y_m} 的值。

如果 $\Psi_{y_m}-\Psi_{y_{m-1}}<\eta$，跳出循环；否则执行步骤(3)。

(4)输出结果

得到投影矩阵 $V_j\in R^{m_j\times d_j}$ $(d_j\leqslant m_j,j=1,2,\cdots,n)$。

(5)分类

对于每一个中心化后的训练样本张量 $\widetilde{\boldsymbol{X}}_i$ 都可以获得降维后的张量特征 $\{\widetilde{\boldsymbol{Y}}_i=\widetilde{\boldsymbol{X}}_i\times_1V_1^T\times_2V_2^T\cdots\times_nV_n^T,i=1,2,\cdots,N\}$，将训练样本特征展开成向量，则每个训练样本可以表示为 y_i，$i=1,2,\cdots,N$，对于测试样本张量 $\boldsymbol{Y}_{test}$，中心化后再投影，最后得到特征向量 y_{test}，计算距离 $d(y_{test},y_i)=\|y_{test}-y_i\|$，$i=1,2,\cdots,N$。

如果 $d(y_{test},y_i)=\min\limits_{i}d(y_{test},y_i)$，则 y_{test} 属于 y_i 所属的类。

3 分块多线性主成分分析

M^2PCA算法的主要目的是寻找一个多线性的变换，与Multilinear PCA算法思想类似，都是找一个投影映射 $V_j\in R^{m_j\times d_j}$ $(d_j\leqslant m_j,i=1,2,\cdots,n)$，可以将原始的高阶张量 $\boldsymbol{X}_i$ 映射为低阶的张量 $\boldsymbol{Y}_i$，$\boldsymbol{Y}_i=\boldsymbol{X}_i\times_1V_1^T\times_2V_2^T\cdots\times_nV_n^T$，并且尽量保持原张量组的离散度。与Multilinear PCA不同的是，在Multilinear PCA中训练图像都是整幅图像，而在 M^2PCA中将图像分成了大小相等的多块子图像，分块PCA会将图像按照行或列展开成高维的向量，在 M^2PCA中直接对分块后的子图像矩阵进行操作，既可以尽可能地保留原图像的结构信息，也可以获得重要的局部信息。M^2PCA算法是Multilinear PCA的扩展，而Multilinear PCA则可以看作分块方式为1×1的 M^2PCA算法。

具体的实现过程如下。

(1)训练样本的分块

对于所有 C 类的人脸图像集，第 i 类有 n_i 个训练样本：

$\boldsymbol{X}_{i1},\boldsymbol{X}_{i2},\cdots,\boldsymbol{X}_{in_i}$，$N=\sum_{i=1}^{C}n_i$ 是训练样本总数，$\boldsymbol{X}_{ij}$ 表示第 i 类人的第 j 幅图像矩阵，每幅图像的大小为 $m\times n$，将训练样本图像 $\boldsymbol{X}_{ij}$ 分成 $P\times Q$ 块：

$$\boldsymbol{X}_{ij}=\begin{bmatrix}(\boldsymbol{X}_{ij})_{11} & (\boldsymbol{X}_{ij})_{12} & \cdots & (\boldsymbol{X}_{ij})_{1Q}\\(\boldsymbol{X}_{ij})_{21} & (\boldsymbol{X}_{ij})_{22} & \cdots & (\boldsymbol{X}_{ij})_{2Q}\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\(\boldsymbol{X}_{ij})_{P1} & (\boldsymbol{X}_{ij})_{P2} & \cdots & (\boldsymbol{X}_{ij})_{PQ}\end{bmatrix}$$

则一幅图像矩阵 A_{ij} 就可以分块成 $P\times Q$ 块子图像，将这些分块后的子图像矩阵 $(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}$ $(p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q)$ 按一定的顺序排列，则会得到 $N\times P\times Q$ 个训练子图像。

(2)中心化

计算所有训练样本子图像张量组的离散度

$$\Psi_x=\frac{1}{N*P*Q}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}\|(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}-\bar{\boldsymbol{X}}\|^2$$

其中，$\bar{\boldsymbol{X}}=\frac{1}{N*P*Q}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}$。

(3)计算张量的第 k 模式的总体散布矩阵

$$\Psi_x=\frac{1}{N*P*Q}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}\|(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}-\bar{\boldsymbol{X}}\|^2$$

其中，$(X_{ij})_{pq}^{(k)}$ 是张量 $(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}$ 按照 k 模式展开后的矩阵，

$$\overline{X^{(k)}}=\frac{1}{N*P*Q}\sum_{i=1}^{C}\sum_{j=1}^{n_i}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}(X_{ij})_{pq}^{(k)}$$

(4)投影矩阵的计算

对得到的离散矩阵 $S^{(k)}$ 进行特征分解，得到相应的特征值和特征向量，将特征值降序排列，选取前 d_j 个特征值所对应的特征向量，则可以得到投影矩阵 V_j：

$$V_j\in R^{m_j\times d_j}\,(d_j\leqslant m_j,j=1,2,\cdots,n)$$

(5)特征向量的计算

对于被分成 $P\times Q$ 块的第 i 类人的第 j 幅训练样本图像 $\boldsymbol{X}_{ij}$，子图像表示为 $(\boldsymbol{X}_{ij})_{pq}$ $(p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q)$，中心化之后，根据投影矩阵 V_j 得到降维后的特征张量 $(\boldsymbol{Y}_{ij})_{pq}$ $(p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q)$，由此可以得到训练样本的特征向量 $(y_{ij})_{pq}$ $(p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q)$。

对每一幅测试样本图像 $\boldsymbol{Y}_{test}$，将它分成 $P\times Q$ 块，按照训练样本投影的方法最后得到测试样本的特征向量 $(y_{test})_{pq}$ $(p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q)$。

(6)分类

使用最近邻分类器分类，计算距离 d 为

$$d((y_{test})_{pq},(y_{ij})_{pq})=\frac{1}{P*Q}\sum_{p=1}^{P}\sum_{q=1}^{Q}\|(y_{test})_{pq}-(y_{ij})_{pq}\|$$

其中，$i=1,2,\cdots,C,j=1,2,\cdots,n_i,p=1,2,\cdots,P,q=1,2,\cdots,Q$。

如果 $d((y_{test})_{pq},(y_{ij})_{pq})=\min_{i,j}d((y_{test})_{pq},(y_{ij})_{pq})$，则测试样本 $\boldsymbol{Y}_{test}$ 属于第 i 类。

4 实验结果与分析

本文实验是在人脸数据库 Yale、XM2VTS 和 JAFFE 上进行的，分别对前面部分介绍的分块 PCA、Multilinear PCA、M²PCA 算法进行人脸识别的实验，并比较了其在识别率方面的差别。本文实验所运行的平台是 Intel Pentium(R) Dual-Core CPU E5300 @2.60GHz，2.00 GB 的内存、操作系统是 Windows 7 旗舰版、编程环境为 MATLAB R2012a 版本的电脑。

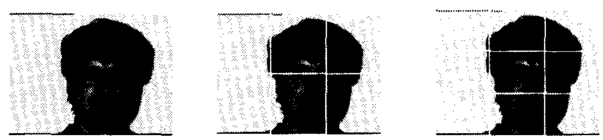
Yale 人脸数据库[22]是由耶鲁大学实验室提供的，该人脸数据库包含 15 个不同人的人脸图像，每个人有 11 幅图像，包含了表情、姿态和光照的变化，每幅图像的大小为 160×121。

XM2VTS 人脸数据库[23]相对规模较大，该人脸数据库包含了 295 个不同人的人脸图像，每个人有 8 幅图像，包含了在 4 个不同时间段的图像和语音视频片断，并且在每一个时间段，每个人都被记录了 2 个头部旋转的视频片断以及 6 个语音视频的片断。每幅图像的大小为 55×51。

JAFFE 人脸数据库[24]是由日本 ATR(Advanced Telecommunication Research Institute International)提供的，该数据库包含 10 个日本女性，每个人有 7 种表情，总共有 213 幅人脸图像，每幅图像的大小为 256×256。JAFFE 数据库中的图像都是正面的脸相，并且对原始图像进行了重新调整和适当的修剪，使得眼睛在该数据库图像中的位置大致相同，并且脸部的尺寸也基本一致，光照都是正面光源，光照强度有一些差异。这是一个专门应用于表情识别研究的基本表情数据库。

4.1 图像分块处理

在实验过程中我们需要将原始的人脸图像进行分块，将每一幅图像分成 $P\times Q$ 块，对于 $m\times n$ 大小的原图像矩阵，分块后的子图像的大小为 $(m/P)\times(n/Q)$。我们以 YALE 数据库中的第一幅图像为例，分别将它分成 2×3 块和 3×3 块，分块后的结果如图 1 所示(原图像也可以看作是 1×1 的分块方式)。



(a)原图像　　(b)2×3 分块方式　　(c)3×3 分块方式

图 1　人脸图像分块示意图

4.2 Yale 人脸数据库上的实验

为了更直观地比较各算法的识别性能，首先我们在 YALE 人脸数据库上进行实验，在该数据库中选取每类的前 3 幅图像作为训练样本，其余图像作为测试样本，记录了其采用不同分块方式的实验结果。表 1 记录了传统 PCA 和 Multilinear PCA 在该条件下的实验结果。

表 1　PCA 和 Multilinear PCA 的识别率

算法	识别率
PCA	0.8167
Multilinear PCA	0.825

表 2　Modular PCA 和 M²PCA 在不同分块情况下的识别率

算法 \ 识别率 \ 分块	1×2	1×3	2×2	2×3
Modular PCA	0.86667	0.85833	0.88333	0.875
M²PCA	0.88333	0.9	0.93333	0.9

表 2(续)　Modular PCA 和 M²PCA 在不同分块情况下的识别率

算法 \ 识别率 \ 分块	3×2	3×3	4×2	4×3
Modular PCA	0.89167	0.88333	0.89617	0.88333
M²PCA	0.9	0.825	0.86667	0.9

从表 1、表 2 中的数据可以看出，Modular PCA 算法相应的识别率要优于普通 PCA 算法，而 M^2PCA 算法的识别率同样也高于 Multilinear PCA 算法，事实上，普通 PCA 算法是 1×1分块方式的 Modular PCA 算法，同样 Multilinear PCA 算法是 1×1 分块方式的 M^2PCA 算法。表 2 中的数据表示在同等的分块条件下，总体而言，M^2PCA 算法的识别率高于 Modular PCA 算法，但是在 3×2 和 4×2 分块情况下，Modular PCA 算法的识别率高于 M^2PCA 算法。同样从数据中也可以发现，虽然不同分块方式的识别率不同，但对于同一算法而言，并不是分块越多识别率就越高，合适的分块方式则会获得较好的识别效果。

4.3 XM2VTS 人脸数据库上的实验

在 XM2VTS 人脸数据库上进行实验，选取每个人的前 3 幅图像作为训练样本，其余图像作为测试样本，该人脸数据库每幅图像的大小为 55×51，同样我们将每一幅图像都分成 $p\times q$块，则分块后子图像的大小为$(55/p)\times(51/q)$，然后分别测试在不同分块情况下各算法的识别性能。由于普通 PCA 算法是 1×1 分块方式的 Modular PCA 算法，Multilinear PCA 算法是分块方式的 M^2PCA 算法，因此普通 PCA 算法和 Multilinear PCA 算法的识别率不再单独列举出来。在该人脸数据库中，为了比较不同分块方式下各算法的识别率，选取了 $p=1,2,3,4$ 和 $q=1,2,3,4$ 分块方式做实验。

在同样的分块条件下将表 3 和表 4 的实验结果进行比较，M^2PCA 算法的识别率都高于 Modular PCA 算法，尤其是在 3×3、3×4、4×2 等的分块方式下，M^2PCA 算法相对于 Modular PCA 算法有了较明显的提升。在 XM2VTS 人脸数据库上的实验表明，M^2PCA 算法较之于 Modular PCA 算法更高效。

表 3 Modular PCA 算法在不同分块模式下的识别率

分块方式	1×1	1×2	1×3	1×4
识别率	0.77559	0.78576	0.79186	0.79186
分块方式	2×1	2×2	2×3	2×4
识别率	0.78169	0.79051	0.79864	0.80475
分块方式	3×1	3×2	3×3	3×4
识别率	0.78983	0.7939	0.80746	0.81831
分块方式	4×1	4×2	4×3	4×4
识别率	0.78983	0.8	0.80814	0.81492

表 4 M^2PCA 在不同分块模式下的识别率

分块方式	1×1	1×2	1×3	1×4
识别率	0.78373	0.80136	0.81153	0.78915
分块方式	2×1	2×2	2×3	2×4
识别率	0.79729	0.8	0.8339	0.82441
分块方式	3×1	3×2	3×3	3×4
识别率	0.80746	0.82169	0.84814	0.85424
分块方式	4×1	4×2	4×3	4×4
识别率	0.80542	0.84068	0.8461	0.82441

4.4 JAFFE 人脸数据库上的实验

JAFFE 人脸数据库作为一个专门的表情数据库，分块的思想可以有效地提取局部信息，对该数据库中表情变化的人脸图像应该具有较好的识别效果，为了验证这一想法，进行人脸识别实验，选取每个人的前 3 幅图像作为训练样本，其余的图像作为测试样本，该人脸数据库每幅图像的大小为 256×256，我们将每一幅图像都分成 $p\times q$ 块，则分块后子图像的大小为$(256/p)\times(256/p)$，然后分别选取 $p=1,2,3,4$ 和 $q=1,2,3,4$ 的分块方式测试各算法的识别性能。

因为训练样本是选取的每类图像的前 3 幅图像，总共只有 30 幅训练图像，而测试样本有 183 幅图像，从表 5 和表 6 中的数据来看，普通 PCA 和 Multilinear PCA 算法的识别率都不是很高，但是分块 PCA 在不同的分块情况下识别率还是要高于普通 PCA 的，而 M^2PCA 在该数据库上的识别效果表现最好，识别率有了较大提高，在相同的分块方式下比分块 PCA 有较大效果的提升，体现了 M^2PCA 算法在该人脸数据库上的有效性。

表 5 Modular PCA 算法在不同分块模式下的识别率

分块方式	1×1	1×2	1×3	1×4
识别率	0.74317	0.72131	0.74317	0.7541
分块方式	2×1	2×2	2×3	2×4
识别率	0.74863	0.7377	0.77049	0.77596
分块方式	3×1	3×2	3×3	3×4
识别率	0.74863	0.74863	0.77596	0.79235
分块方式	4×1	4×2	4×3	4×4
识别率	0.76503	0.77049	0.81421	0.82514

表 6 M^2PCA 在不同分块模式下的识别率

分块方式	1×1	1×2	1×3	1×4
识别率	0.75956	0.8306	0.95082	0.91803
分块方式	2×1	2×2	2×3	2×4
识别率	0.84153	0.91803	0.88525	0.8306
分块方式	3×1	3×2	3×3	3×4
识别率	0.93443	0.88525	0.83607	0.85246
分块方式	4×1	4×2	4×3	4×4
识别率	0.89617	0.8306	0.85246	0.96175

结束语 分块 PCA 的人脸识别的方法的最大优点是能够提取到图像局部特征的信息，很多情况下正是由于局部信息的差异导致了模式识别的困难，分块 PCA 则是一个较好的提取局部特征的算法。同时分块的思想体现在将原始的数字图像分块，从而在较小的子图像上使用特征提取的方法，减少了运算量。在 Multilinear PCA 人脸识别方法中引用分块的思想，既可以保留分块 PCA 的这些优点，同时也可以保留采用张量的方法在处理数据时不破坏原始数据结构的优点。在 Yale、XM2VTS 和 JAFFE 人脸数据库进行人脸识别实验都有较好的识别效果，同时我们也发现，在不同的分块方式下识别效果不一样，而且并不是分块越多识别效果越好，如何寻找到最优的分块方式以获得最佳的识别效果还有待进一步研究。

参考文献

[1] Jolliffe I. Principal component analysis [M]. John Wiley & Sons, Ltd, 2005

[2] Kirby M, Sirovich L. Application of the Karhunen-Loeve procedure for the characterization of human faces[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1990, 12 (1): 103-108

[3] Turk M A, Pentland A P. Face recognition using eigenfaces [C] // IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition, 1991 (Proceedings CVPR '91). IEEE, 1991: 586-591

[4] Gottumukkal R, Asari V K. An improved face recognition technique based on modular PCA approach[J]. Pattern Recognition

Letters,2004,25(4):429-436
[5] 陈伏兵,谢永华,严云洋,等.分块 PCA 鉴别特征抽取能力的分析研究[J].计算机科学,2006,33(3):155-159
[6] Yang J, Zhang D, Frangi A F, et al. Two-dimensional PCA: a new approach to appearance-based face representation and recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2004,26(1):131-137
[7] Li M,Yuan B. 2D-LDA:A statistical linear discriminant analysis for image matrix[J]. Pattern Recognition Letters,2005,26(5):527-532
[8] Chen S,Zhao H,Kong M,et al. 2D-LPP:a two-dimensional extension of locality preserving projections[J]. Neurocomputing,2007,70(4):912-921
[9] Li Z,Du M. 2D-NPP:An Extension of Neighborhood Preserving Projection[C]// 2007 International Conference on Computational Intelligence and Security. IEEE,2007:410-414
[10] Zhang D, Zhou Z H. (2D)^{2}PCA: Two-directional two-dimensional PCA for efficient face representation and recognition[J]. Neurocomputing,2005,69(1):224-231
[11] Noushath S,Hemantha Kumar G,Shivakumara P. (2D)^2 LDA: An efficient approach for face recognition[J]. Pattern Recognition,2006,39(7):1396-1400
[12] Nagabhushan P,Guru D S,Shekar B H. (2D)^{2}FLD: An efficient approach for appearance based object recognition[J]. Neurocomputing,2006,69(7):934-940
[13] Vasilescu M A O,Terzopoulos D. Multilinear subspace analysis of image ensembles[C]// 2003 IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition,2003. IEEE,2003,2:II-93
[14] Lu H,Plataniotis K N,Venetsanopoulos A N. MPCA:Multilinear principal component analysis of tensor objects[J]. IEEE Transactions on Neural Networks,2008,19(1):18-39
[15] Lu H, Plataniotis K N, Venetsanopoulos A N. Uncorrelated multilinear principal component analysis for unsupervised multilinear subspace learning[J]. IEEE Transactions on Neural Networks,2009,20(11):1820-1836
[16] Yan S,Xu D,Yang Q,et al. Multilinear discriminant analysis for face recognition[J]. IEEE Transactions on Image Processing,2007,16(1):212-220
[17] Han Xian-hua,Chen Yen-Wei. Multilinear supervised neighborhood embedding with local descriptor tensor for face recognition[J]. IEICE transactions on information and systems,2011,94(1):158-161
[18] Tao D,Li X,Wu X,et al. General tensor discriminant analysis and gabor features for gait recognition[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,2007,29(10):1700-1715
[19] Yan S,Xu D,Yang Q,et al. Discriminant analysis with tensor representation[C]// IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition,2005(CVPR 2005). IEEE,2005,1:526-532
[20] Mohamad AL-Shiha A A, Woo W L, Dlay S S. Multi-linear neighborhood preserving projection for face recognition[J]. Pattern Recognition,2014,47(2):544-555
[21] Kolda T G,Bader B W. Tensor decompositions and applications[J]. SIAM review,2009,51(3):455-500
[22] http://www.cvc.yale.edu/projects/ yalefaces/yalefaces.html
[23] Messer K,Matas J,Kittler J,et al. XM2VTSDB:The extended M2VTS database[C]//Second international conference on audio and video-based biometric person authentication. 1999,964:965-966
[24] Lyons M J, Budynek J, Akamatsu S. Automatic classification of single facial images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence,1999,21(12):1357-1362

(上接第 273 页)

参考文献

[1] 程光权,成礼智.基于小波的方向自适应图像插值[J].电子与信息学报,2009,2:265-269
[2] 祝轩,张申华,王蕾,等.基于 self-snake 模型的图像放大[J].西北大学学报:自然科学版,2010,40(1):73-75
[3] Starck J L,Elad M,Donoho D L. Redundant multiscale transforms and their application for morphological component separation[J]. Advances in Imaging and Electron Physics,2004,132(35):287-348
[4] Meyer Y. Oscillating patterns in image processing and nonlinear evolution equations [M]. Boston:American Mathematical Society,2002
[5] Chan T F,Shen J H. Mathematical models for local non-texture inpainting[J]. SIAM J. Appl. Math,2001,62(6):1019-1043
[6] Zhu Xuan, Wang Ning, En-biao, et al. Image decomposition model combined with sparse representation and total variation[C]// Proceeding of the IEEE International Conference on Information and Automation. Yinchuan,China,2013:86-91
[7] 李德强,吴永国,罗海波.基于冗余离散小波变换的信号配准及分类[J].自动化学报,2011,37(1):61-66
[8] 刘国军,冯象初,张选德.波原子纹理图像阈值算法[J].电子与信息学报,2009,(8):1791-1795
[9] Mallat S G, Jaggi S, Karl W, et al. High resolution pursuit for feature extraction[J]. Applied and Computational Harmonic Analysis,1998,5(7):428-449
[10] Osher S,Burger M,Goldfarb D,et al. An iterated regularization method for total variation-based image restoration[J]. SIAM Journal on Multiscale Modeling and Simulation,2005,4(5):460-489
[11] Daubechies I,Defrise M,Mol C D. An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint[J]. Commun. Pure Appl. Math. ,2004,57(11):1413-1457
[12] Stack J L, Elad M, Donoho D L. Image decomposition via the combination of Sparse representation and a variational approach[J]. IEEE Transaction on Image Proeessing,2005,14(10):1570-158