信息规律智能融合与它的智能融合内-分离

汤积华[1,2]　张　凌[2]　史开泉[1,2]

（山东大学数学与系统科学学院　济南 250100）[1]　（龙岩学院数学与计算机科学学院　龙岩 364012）[2]

摘　要　函数 P-集合(function packet sets)是把函数概念引入到 P-集合(packet sets)内改进 P-集合得到的一个动态信息规律模型。函数 P-集合是由函数内 P-集合 $S^{\overline{F}}$(function internal packet set $S^{\overline{F}}$)与函数外 P-集合 S^{F}(function outer packet set S^{F})构成的函数集合对;或者,$(S^{\overline{F}},S^{F})$是函数 P-集合。P-推理(packet reasoning)是由 P-集合得到的一个动态推理,P-推理由内 P-推理(internal packet reasoning)与外 P-推理(outer packet reasoning)共同构成。把函数引入到 P-推理中,改进 P-推理,给出 P-信息规律推理;把函数内 P-集合与内 P-信息规律推理交叉、渗透,给出内 P-信息规律智能融合与内 P-信息规律智能融合内-分离研究。给出:内 P-信息规律智能融合的内 P-信息规律推理生成,内 P-信息规律智能融合与属性合取扩展定理,内 P-信息规律智能融合的内-分离与还原,内 P-信息规律智能融合的内-分离与未知信息规律发现-应用。

关键词　函数 P-集合,P-信息规律推理,内 P-信息规律智能融合,属性合取扩展定理,智能融合内-分离,应用

中图法分类号　O144　　**文献标识码**　A　　**DOI**　10.11896/j.issn.1002-137X.2015.2.043

Intelligent Fusion of Information Law and its Inner Separating

TANG Ji-hua[1,2]　ZHANG Ling[2]　SHI Kai-quan[1,2]

(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[1]

(School of Mathematics and Computer Sciences, Longyan University, Longyan 364012, China)[2]

Abstract　Function packet set is a dynamic model of information law, which introduces function into packet set and improves it. Function packet set is a function set pair composed of function internal and outer packet sets, i. e., $(S^{\overline{F}},S^{F})$ is a function packet set. Packet reasoning is a dynamic reasoning generated from packet set, and it's composed of internal and outer packet reasoning. We improved packet reasoning, introduced function into it, and put forward packet information law reasoning. By cross-penetration of function internal packet set with internal packet information law reasoning, the studies on intelligent fusion of internal packet information law and its inner separating were given. The generating of internal packet information law reasoning, its attribute conjunctive extension theorems and inner separating and reducing were proposed. At the end, an application to inner separating of intelligent fusion of internal packet information law in the discovery of unknown information law was shown.

Keywords　Function packet set, Packet information law reasoning, Intelligent fusion of internal packet information law, Attribute conjunctive extension theorem, Inner separating of intelligent fusion, Application

1　引言

2011 年文献[1,2]提出函数 P-集合(function packet sets),函数 P-集合是把函数概念引入到 P-集合(packet sets)内,改进 P-集合[3,4]得到的一个动态信息规律模型。换一个等价说法是:给定有限普通函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合;1)若在 α 内补充一些属性,α 变成 α^{F},$\alpha\subseteq\alpha^{F}$,则 S 变成函数内 P-集合 $S^{\overline{F}}$(function internal packet set $S^{\overline{F}}$),$S^{\overline{F}}\subseteq S$。2)若在 α 内删除一些属性,α 变成 $\alpha^{\overline{F}}$,$\alpha^{\overline{F}}\subseteq\alpha$,则 S 变成函数外 P-集合 S^{F}(function outer packet set S^{F}),$S\subseteq S^{F}$。3)若在 α 内补充一些属性同时又删除另一些属性,则 S 变成函数集合对$(S^{\overline{F}},S^{F})$,$(S^{\overline{F}},S^{F})$是函数 P-集合。函数 P-集合具有动态特性、规律(函数)特性。这里:S 是 x 的函数,U 是有限普通函数论域,V 是有限属性论域。在一定条件下,函数 P-集合$(S^{\overline{F}},S^{F})$被还原成有限普通函数集合 S;文献[1,2,5-10]给出函数 P-集合在一类动态信息规律研究中的应用。

函数 P-集合具有与 P-集合相同的逻辑特征。在函数 P-集合中,元素(函数)$s_i\in S$(或 $s_i\in S^{\overline{F}}$,或 $s_i\in S^{F}$)的属性 α_i 满足属性合取范式:$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t$(或 $\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{m}\alpha_t$,或 $\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t$),$k<n<m$,$k,n,m\in N^{+}$。属性满足属性合取范式的事实依据是:S 是公司 A 的 7 个产品获取的利润规律(利润分布函数),$S=\{s_1,$

到稿日期:2014-06-30　返修日期:2014-08-08　本文受福建省自然科学基金项目(2013J01028),龙岩市科技计划项目(2011LY20),福建省教育厅科技项目(JB10171)资助。

汤积华(1972—),男,副教授,主要研究领域为信息系统与应用,E-mail:tjh_23@163.com;**张　凌**(1963—),男,教授,主要研究领域为信息识别与应用;**史开泉**(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为系统理论与应用,E-mail:shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

$s_2,s_3,s_4,s_5,s_6,s_7\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$是 7 个产品的属性集合，$\alpha_1$＝材料成本，$\alpha_2$＝工人成本，$\alpha_3$＝销售成本，$\alpha_4$＝生成成本；显然，利润 $s_i\in S$ 的获取与属性 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 之间存在缺一不可关系；或者，$s_i\in S$ 的属性满足属性合取范式：$\alpha_i=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\alpha_3\wedge\alpha_4$；或者，$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{4}\alpha_t$；这个事实存在于任何一个经济系统中。属性合取范式是函数 P-集合存在的逻辑基石。

利用信息融合(数据融合)[11,12]概念，重新解读函数 P-集合的动态特性 1)－3)得到：A. 在 α 内补充属性，α 变成 α^F，$\alpha\subseteq\alpha^F$；S 变成函数内 P-集合 $S^{\bar F}$，$S^{\bar F}\subseteq S$ 等价于在 α 内补充属性，α 变成 α^F，$\alpha\subseteq\alpha^F$；S 之内的一些冗余 s_i 被融合到 S 之外(s_i 从 S 之内被删除)。B. 在 α 内删除属性，α 变成 $\alpha^{\bar F}$，$\alpha^{\bar F}\subseteq\alpha$，$S$ 变成函数外 P-集合 S^F，$S\subseteq S^F$ 等价于在 α 内删除属性，α 变成 $\alpha^{\bar F}$，$\alpha^{\bar F}\subseteq\alpha$，$S$ 之内的一些缺失 s_i 从 S 之外被融合到 S 之内(s_i 从 S 之外被补充到 S 之内)。C. 在 α 之内补充属性，α 变成 α^F，$\alpha\subseteq\alpha^F$，同时在 α 之内删除属性，α 变成 $\alpha^{\bar F}$，$\alpha^{\bar F}\subseteq\alpha$；$S$ 变成函数 P-集合($S^{\bar F},S^F$)等价于 S 之内的一些 s_i 被融合到 S 之外，同时 S 之外的一些 s_i 被融合到 S 之内。显然，函数 P-集合能被应用于一类动态信息规律(函数)融合研究已成为可能与必然；或者，函数 P-集合为一类动态信息规律融合研究给出了数学理论与数学模型的支持。一类动态信息规律 s_i 的属性 α_i 满足属性合取范式；在信息科学、系统科学中，区间(连续，离散)$[a,b]$上的函数 s_i(连续，离散)是区间$[a,b]$上的信息规律 s_i(连续，离散)。

利用 P-集合，文献[13]提出 P-推理(packet reasoning)，给出 P-推理的结构与应用；P-推理是由内 P-推理(internal packet reasoning)与外 P-推理(outer packet reasoning)共同构成的一个动态推理。本文把函数概念引入到 P-推理中，改进 P-推理，给出 P-信息规律推理；把函数内 P-集合与内 P-信息规律推理交叉，渗透给出内 P-信息规律智能融合与内 P-信息规律智能融合内-分离研究。本文给出：内 P-信息规律智能融合的内 P-信息规律推理生成，内 P-信息规律智能融合与属性合取扩展定理，内 P-信息规律智能融合的内-分离与还原，内 P-信息规律智能融合的内-分离与未知信息规律发现-应用。

为了便于讨论，概念与模型的引用方便，保持本文内容的完整，把函数 P-集合、P-推理引入到本文的第 2 节内作为本文讨论的知识准备；函数 P-集合、P-推理的更多概念、特征与应用见文献[1,2,5-20]。

2　函数 P-集合与 P-信息规律推理

2011 年文献[1,2]给出：

约定 1　$U(x)$是有限函数论域，$S(x)$是 $U(x)$上的有限普通函数集合；$V(\alpha)$是有限属性论域，$s(x)_i,u(x)_i$ 是 x 的函数；为了简单，$U(x),S(x),V(\alpha),s(x)_i,u(x)_i$ 分别记作 U,S,V,s_i,u_i，不引起混乱与误解。

给定函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称 $S^{\bar F}$ 是 S 生成的函数内 P-集合 $S^{\bar F}$(function internal packet set)，简称 $S^{\bar F}$ 是函数内 P-集合，而且

$$S^{\bar F}=S-S^{-}\tag{1}$$

S^{-} 称作 S 的 $\bar F$-函数删除集合，而且

$$S^{-}=\{s_i\mid s_i\in S,\bar f(s_i)=u_i\overline{\in}S,\bar f\in\bar F\}\tag{2}$$

如果 $S^{\bar F}$ 具有属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha_i'\mid f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha,f\in F\}\tag{3}$$

这里：$\beta_i\in V$，$\beta_i\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha$；$S^{\bar F}\neq\emptyset$；式(1)中，$S^{\bar F}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\}$，$p\leqslant q$，$p,q\in N^{+}$。

给定函数集合 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集合，称 S^F 是 S 生成的函数外 P-集合(function outer packet set)，简称 S^F 是函数外 P-集合，而且

$$S^F=S\cup S^{+}\tag{4}$$

S^{+} 称作 S 的 F-函数补充集合，而且

$$S^{+}=\{u_i\mid u_i\in U,u_i\overline{\in}S,f(u_i)=s_i'\in S,f\in F\}\tag{5}$$

如果 S^F 具有属性集合 $\alpha^{\bar F}$ 满足

$$\alpha^{\bar F}=\alpha-\{\beta_i\mid\bar f(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\bar f\in\bar F\}\tag{6}$$

这里：$\alpha_i\in\alpha$，$\bar f\in\bar F$ 把 α_i 变成 $\bar f(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$；$\alpha^{\bar F}\neq\emptyset$；式(4)中，$S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\}$，$q\leqslant r$，$q,r\in N^{+}$。

由函数内 P-集合 $S^{\bar F}$ 与函数外 P-集合 S^F 构成的函数集合对，称作 S 生成的函数 P-集合(function packet sets)，简称函数 P-集合，而且

$$(S^{\bar F},S^F)\tag{7}$$

有限普通函数集合 S 称作函数 P-集合($S^{\bar F},S^F$)的基集合(基础集合)。

由式(3)得到：

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F\tag{8}$$

由式(8)、式(1)得到函数内 P-集合满足

$$S_n^{\bar F}\subseteq S_{n-1}^{\bar F}\subseteq\cdots\subseteq S_2^{\bar F}\subseteq S_1^{\bar F}\tag{9}$$

由式(6)得到：

$$\alpha_n^{\bar F}\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar F}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\bar F}\subseteq\alpha_1^{\bar F}\tag{10}$$

由式(10)、式(4)得到函数外 P-集合满足

$$S_1^F\subseteq S_2^F\subseteq\cdots\subseteq S_{n-1}^F\subseteq S_n^F\tag{11}$$

利用式(9)、式(11)得到：

$$\{(S_i^{\bar F},S_j^F)\mid i\in I,j\in J\}\tag{12}$$

式(12)称作函数 P-集合族，式(12)是函数 P-集合的一般形式；I,J 是指标集合(index set)。

应当指出：

式(2)、式(3)、式(5)、式(6)中，$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$，$\bar F=\{\bar f_1,\bar f_2,\cdots,\bar f_n\}$是函数(属性)迁移族，$f\in F$，$\bar f\in\bar F$ 是函数(属性)迁移；$f\in F$ 的特征：对于函数 $u\in U$，$u\overline{\in}S$，$f\in F$ 把 u 变成 $f(u)=s'\in S$；对于属性 $\beta\in V$，$\beta\overline{\in}\alpha$，$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。$\bar f\in\bar F$ 的特征：对于函数 $s_i\in S$，$\bar f\in\bar F$ 把 s_i 变成 $\bar f(s_i)=u_i\overline{\in}S$；对于属性 $\alpha_i\in\alpha$，$\bar f\in\bar F$ 把 α_i 变成 $\bar f(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$。函数(属性)迁移 $f\in F$，$\bar f\in\bar F$ 是变换(函数)的概念。

由式(1)－式(12)得到：

命题 1　满足 $F=\bar F=\emptyset$，函数 P-集合被还原成有限普通集合 S；或者

$$(S^{\bar F},S^F)_{F=\bar F=\emptyset}=S\tag{13}$$

命题 2　满足 $F=\bar F=\emptyset$，函数 P-集合被还原成有限普通集合 S；或者

$$\{(S_i^{\bar F},S_j^F)\mid i\in I,j\in J\}_{F=\bar F=\emptyset}=S\tag{14}$$

利用函数内 P-集合 $S^{\bar F}$、函数外 P-集合 S^F 与函数 P-集合($S^{\bar F},S^F$)分别代替文献[11,13]中的内 P-集合 $X^{\bar F}$、外 P-集合 X^F 与 P-集合($X^{\bar F},X^F$)，改进文献[13]中的内 P-推理、外 P-推理与 P-推理，得到：

$S_{k+1}^{\bar F}$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $S_k^{\bar F}$ 的属性集合 α_k^F、$S_{k+1}^{\bar F}$ 与 $S_k^{\bar F}$ 满足

$$\text{if }\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F\text{ then }S_{k+1}^{\bar F}\Rightarrow S_k^{\bar F}\tag{15}$$

式(15)称作函数内 P-集合生成的内 P-信息规律推理；$\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$ 称作内 P-信息规律推理条件，$S_{k+1}^F \Rightarrow S_k^F$ 称作内 P-信息规律推理结论。这里 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$ 与 $\alpha_k^F \subseteq \alpha_{k+1}^F$ 等价，$S_{k+1}^F \Rightarrow S_k^F$ 与 $S_{k+1}^F \subseteq S_k^F$ 等价。

$S_{k+1}^{\bar{F}}$ 的属性集合 $\alpha_{k+1}^{\bar{F}}$ 与 $S_k^{\bar{F}}$ 的属性集合 $\alpha_k^{\bar{F}}$，$S_{k+1}^{\bar{F}}$ 与 $S_k^{\bar{F}}$ 满足

$$\text{if } \alpha_{k+1}^{\bar{F}} \Rightarrow \alpha_k^{\bar{F}} \text{ then } S_k^{\bar{F}} \Rightarrow S_{k+1}^{\bar{F}} \tag{16}$$

式(16)称作函数外 P-集合生成的外 P-信息规律推理；$\alpha_{k+1}^{\bar{F}} \Rightarrow \alpha_k^{\bar{F}}$ 称作外 P-信息规律推理条件，$S_k^{\bar{F}} \Rightarrow S_{k+1}^{\bar{F}}$ 称作外 P-信息规律推理结论。

$(S_{k+1}^F, S_k^{\bar{F}})$ 的属性集合 $(\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^{\bar{F}})$ 与 $(S_k^F, S_{k+1}^{\bar{F}})$ 的属性集合 $(\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^{\bar{F}})$，$(S_{k+1}^F, S_k^{\bar{F}})$ 与 $(S_k^F, S_{k+1}^{\bar{F}})$ 满足

$$\text{if } (\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^{\bar{F}}) \Rightarrow (\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^{\bar{F}}) \text{ then } (S_{k+1}^F, S_k^{\bar{F}}) \Rightarrow (S_k^F, S_{k+1}^{\bar{F}}) \tag{17}$$

式(17)称作函数 P-集合生成的 P-信息规律推理；$(\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^{\bar{F}}) \Rightarrow (\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^{\bar{F}})$ 称作 P-信息规律推理条件，$(S_{k+1}^F, S_k^{\bar{F}}) \Rightarrow (S_k^F, S_{k+1}^{\bar{F}})$ 称作 P-信息规律推理结论。这里，$(\alpha_k^F, \alpha_{k+1}^{\bar{F}}) \Rightarrow (\alpha_{k+1}^F, \alpha_k^{\bar{F}})$ 表示 $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$，$\alpha_{k+1}^{\bar{F}} \Rightarrow \alpha_k^{\bar{F}}$；$(S_{k+1}^F, S_k^{\bar{F}}) \Rightarrow (S_k^F, S_{k+1}^{\bar{F}})$ 表示 $S_{k+1}^F \Rightarrow S_k^F$，$S_k^{\bar{F}} \Rightarrow S_{k+1}^{\bar{F}}$。

利用第 2 节中的概念、模型，第 3 节中给出：

3 内 P-信息规律智能融合的内 P-信息规律推理生成

约定 2 在第 3－6 节的讨论中，S^F，S 分别用 $w(x)^F$，$w(x)$ 表示；或者，$w(x)^F = S^F$，$w(x) = S$；S^F 与 $w(x)^F$ 是同一个概念，S 与 $w(x)$ 是同一个概念。

定义 1 称 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，如果 $w(x)_k^F$ 与 $w(x)$，$w(x)_k^F$ 的属性集合 α_k^F 与 $w(x)$ 的属性集合 α 满足内 P-信息规律推理：

$$\text{if } \alpha \Rightarrow \alpha_k^F, \text{then } w(x)_k^F \Rightarrow w(x) \tag{18}$$

式中，$w(x)_k^F = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_p\}$，$w(x) = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_q\}$，$p \leqslant q$。

定义 2 称 $\nabla w(x)_k^F$ 是内 P-信息规律智能融合 $w(x)_k^F$ 的融合冗余：

$$\nabla w(x)_k^F = w(x) - w(x)_k^F \tag{19}$$

定义 3 称数 ρ_k^F 是 $w(x)_k^F$ 关于 $w(x)$ 的智能融合度量：

$$\rho_k^F = \| y_k^F \| / \| y \| \tag{20}$$

式中，$\| y_k^F \| = (y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_n^2)^{1/2}$ 是向量 $y_k^F = (y_{k,1}, y_{k,2}, \cdots, y_{k,n})^{\mathrm{T}}$ 的 2-范数，$y_k^F = (y_{k,1}, y_{k,2}, \cdots, y_{k,n})^{\mathrm{T}} = (\sum_{i=1}^{p} y_{i,1}, \sum_{i=1}^{p} y_{i,2}, \cdots, \sum_{i=1}^{p} y_{i,n})^{\mathrm{T}}$ 是 $w(x)_i \in w(x)_k^F$ 的离散值 $y_{i,1}, y_{i,2}, \cdots, y_{i,n}$ 构成的向量，$i = 1, 2, \cdots, p$；$w(x)_k^F = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_p\}$。$\| y \| = (y_1^2 + y_2^2 + \cdots + y_n^2)^{1/2}$ 是向量 $y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)^{\mathrm{T}}$ 的 2-范数，$y = (y_1, y_2, \cdots, y_n)^{\mathrm{T}} = (\sum_{i=1}^{q} y_{i,1}, \sum_{i=1}^{q} y_{i,2}, \cdots, \sum_{i=1}^{q} y_{i,n})^{\mathrm{T}}$ 是 $w(x)_i \in w(x)$ 的离散值 $y_{i,1}, y_{i,2}, \cdots, y_{i,n}$ 构成的向量，$i = 1, 2, \cdots, q$；$w(x) = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_q\}$。

定义 4 称数 η_k^F 是 $w(x)_k^F$ 关于 $w(x)$ 的智能融合系数：

$$\eta_k^F = card(\alpha_k^F) / card(\alpha) \tag{21}$$

式中，α_k^F，α 分别是 $w(x)_k^F$，$w(x)$ 的属性集合，$card$ = cardinal number。

由定义 1－4 得到：

定理 1(内 P-信息规律智能融合存在与融合度量定理) $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合的充分必要条件是存在数 $\rho_k^F \in \mathrm{R}^+$，$\rho_k^F$ 是单位离散区间 $(0,1]$ 的内点：

$$\rho_k^F \in (0,1] \tag{22}$$

式中，$(0,1]$ 是数值 0 与 $1 = \rho = \| y \| / \| y \|$ 构成的单位离散区间，$\rho = \| y \| / \| y \|$ 是 $w(x)$ 的自身智能融合度量。

定理 2(内 P-信息规律智能融合存在-融合系数定理) $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合的充分必要条件是存在数 $\eta_k^F \in \mathrm{R}^+$，$\eta_k^F$ 是单位离散区间 $(0,1]$ 的一个外点：

$$\eta_k^F \,\overline{\in}\, (0,1] \tag{23}$$

式中，$(0,1]$ 是数值 0 与 $1 = \eta = card(\alpha) / card(\alpha)$ 构成的单位离散区间，$\eta = card(\alpha) / card(\alpha)$ 是 $w(x)$ 的自身智能融合系数。

定理 1、2 由定义 1－4 直接得到，证明略。

定理 3(内 P-信息规律智能融合冗余定理) 若 $w(x)_{k+1}^F$，$w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，则存在 $\nabla w(x)_k^F \neq \varnothing$，$w(x)_{k+1}^F$，$w(x)_k^F$ 与 $\nabla w(x)_k^F$ 满足

$$w(x)_{k+1}^F - (w(x)_k^F - \nabla w(x)_k^F) = \varnothing \tag{24}$$

事实上，由式(18)得到 $w(x)_{k+1}^F$ 与 $w(x)_k^F$ 满足 $w(x)_{k+1}^F \Rightarrow w(x)_k^F$；或者，$w(x)_{k+1}^F \subseteq w(x)_k^F$，则存在 $\nabla w(x)_k^F \neq \varnothing$，满足 $w(x)_{k+1}^F = w(x)_k^F - \nabla w(x)_k^F$，得到式(24)；证明略。

定理 4(内 P-信息规律智能融合还原定理) 若 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，当且仅当 $F = \bar{F} = \varnothing$，$w(x)_k^F$ 被还原成 $w(x)$；或者，

$$w(x)_{k, F=\bar{F}=\varnothing}^F = w(x) \tag{25}$$

推论 1 若 $F = \bar{F} = \varnothing$，则 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合族被还原成 $w(x)$；或者，

$$\{w(x)_i^F \mid i \in I\}_{F=\bar{F}=\varnothing} = w(x) \tag{26}$$

式中，$\{w(x)_i^F \mid i \in I\}$ 是内 P-信息规律智能融合 $w(x)_i^F$ 构成的智能融合族。

定理 4、推论 1 的证明由第 2 节中的式(1)－式(3)、式(7)、式(12)与命题 1、2 直接得到，证明略。

命题 3 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 的属性集合 α 内补充 $\Delta\alpha \neq \varnothing$ 的生成，$w(x)_k^F$ 一定是 $w(x)$ 的一个内 P-信息规律智能融合；$w(x)_k^F$ 与 $w(x)$ 满足内 P-信息规律推理结论 $w(x)_k^F \Rightarrow w(x)$。

命题 4 $w(x)$ 生成多个内 P-信息规律智能融合 $w(x)_i^F$，$w(x)_i^F$ 与 $w(x)$ 的属性集合 α 内被补充的属性多少无关。

利用第 2 节、第 3 节中的概念和结果；第 4 节中给出：

4 内 P-信息规律智能融合与属性合取扩展定理

定理 5(内 P-信息规律智能融合属性合取范式定理) 若 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，则 $w(x)_i \in w(x)^F$ 的属性 α_i 满足属性合取范式；或者，

$$\alpha_i = \bigwedge_{t=1}^{n} \alpha_t \tag{27}$$

式中，$w(x)^F = \{w(x)_1^F, w(x)_2^F, \cdots, w(x)_p^F\}$，$\alpha^F = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k, \alpha_{k+1}, \cdots, \alpha_n\}$ 是 $w(x)^F$ 的属性集合。

证明：给定信息规律集合 $w(x) = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_q\}$，$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k\}$ 是 $w(x)$ 的属性集合，$\forall w(x)_i \in w(x)$ 同时具有属性 $\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k$；或者，$w(x)_i \in w(x)$ 的属性 α_i 满足 $\alpha_i = \alpha_1 \wedge \alpha_2 \wedge \cdots \wedge \alpha_k$；或者，$\alpha_i$ 满足属性合取范式 $\alpha_i = \bigwedge_{t=1}^{k} \alpha_t$。因为 $w(x)^F = \{w(x)_1, w(x)_2, \cdots, w(x)_p\}$ 是 $w(x)$ 生

成的内 P-信息规律智能融合，$p\leqslant q$，$\alpha^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_n\}$是 $w(x)^F$ 的属性集合；由第 2 节中的式(1)—式(3)、式(15)得到 $\alpha\subseteq\alpha^F$；$\forall w(x)_j\in w(x)^F$ 同时具有属性 $\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_n$；或者，$w(x)_j\in w(x)^F$ 的属性 α_j 满足 $\alpha_j=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k\wedge\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_n$；或者，$\alpha_j$ 属性合取范式 $\alpha_j=\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t$，$k\leqslant n$，得到式(27)。

定理 6(内 P-信息规律智能融合冗余-属性合取范式不变性定理)　$w(x)_i\in\nabla w(x)^F$ 与 $w(x)_j\in w(x)^F$ 具有相同的属性合取范式；或者，

$$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t=\alpha_j \tag{28}$$

式中，α_i,α_j 分别是 $w(x)_i\in\nabla w(x)^F$，$w(x)_j\in w(x)^F$ 的属性。

证明：事实上，给定信息规律集合 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p,w(x)_{p+1},\cdots,w(x)_q\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 $w(x)$ 的属性集合，若 $w(x)^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，则 $w(x)_{p+1},w(x)_{p+2},\cdots,w(x)_q$ 构成 $w(x)_\lambda^F$ 的融合冗余 $\nabla w(x)^F=\{w(x)_{p+1},w(x)_{p+2},\cdots,w(x)_q\}$；显然，$w(x)_i\in\nabla w(x)^F$ 与 $w(x)_j\in w(x)$ 具有相同的属性合取范式；或者，$w(x)_i\in\nabla w(x)^F$ 的属性 α_i 的属性合取范式与 $w(x)_j\in w(x)$ 的属性 α_j 的属性合取范式满足 $\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t=\alpha_j$，得到式(28)。

定理 7(内 P-信息规律智能融合-属性合取范式扩展定理)　若 $w(x)_{k+1}^F,w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，则 $w(x)_i\in w(x)_{k+1}^F$ 的属性 α_i 是 $w(x)_j\in w(x)_k^F$ 的属性 α_j 的属性合取范式扩展；或者，

$$\alpha_i=(\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t)\bigwedge_{t=n+1}^{m}\alpha_t \tag{29}$$

式中，$\alpha_j=\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t$ 是 $w(x)_j\in w(x)_k^F$ 的属性合取范式。

证明：给定信息规律集合 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 $w(x)$ 的属性集合，$w(x)_{k+1}^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_\lambda\}$，$w(x)_k^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律融合集合，$\lambda<p<q$，$\alpha_{k+1}^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_n,\alpha_{n+1},\cdots,\alpha_m\}$，$\alpha_k^F=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_n\}$分别是 $w(x)_{k+1}^F$，$w(x)_k^F$ 的属性集合；$w(x)_i\in w(x)_k^F$ 的属性 α_i 满足 $\alpha_i=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k\wedge\cdots\wedge\alpha_n$；或者，$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t$；$w(x)_j\in w(x)$ 的属性 α_j 满足 $\alpha_j=\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_k\wedge\alpha_{k+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_n\wedge\alpha_{n+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m$；或者，$\alpha_j=\bigwedge_{t=1}^{m}\alpha_t$；或者，$\alpha_j=(\bigwedge_{t=1}^{n}\alpha_t)\bigwedge_{t=n+1}^{m}\alpha_t$；$w(x)_j\in w(x)_{k+1}^F$ 的属性 α_j 的属性合取范式是 $w(x)_i\in w(x)_k^F$ 的属性 α_i 的属性合取范式扩展，得到式(29)。

由定理 6、7，直接得到：

定理 8(内 P-信息规律智能融合-属性合取范式扩展一致性定理)　若 $w(x)_i^F,w(x)_j^F,w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 生成的内 P-信息规律智能融合，$i<j<k$，则 $w(x)_p\in w(x)_k^F$ 的属性 α_p 的属性合取范式是 $w(x)_q\in w(x)_j^F$ 的属性 α_q 的属性合取范式扩展，$w(x)_q\in w(x)_j^F$ 的属性 α_q 的属性合取范式是 $w(x)_r\in w(x)_i^F$ 的属性 α_r 的属性合取范式扩展；或者，

$$\alpha_p=((\bigwedge_{t=1}^{\lambda}\alpha_t)\bigwedge_{t=\lambda+1}^{n}\alpha_t)\bigwedge_{t=n+1}^{m}\alpha_t \tag{30}$$

式中，$\alpha_i^F=\{\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_\lambda\}$，$\alpha_i^F=\{\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_\lambda\wedge\alpha_{\lambda+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_n\}$，$\alpha_k^F=\{\alpha_1\wedge\alpha_2\wedge\cdots\wedge\alpha_\lambda\wedge\alpha_{\lambda+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_n\wedge\alpha_{n+1}\wedge\cdots\wedge\alpha_m\}$分别是 $w(x)_i^F,w(x)_j^F,w(x)_k^F$ 的属性集合。

命题 5　内 P-信息规律推理结论 $w(x)_{k+1}^F\Rightarrow w(x)_k^F$ 确定 $w(x)_i\in w(x)_{k+1}^F$ 的属性合取范式扩展，$w(x)_i\in w(x)_{k+1}^F$ 的属性合取范式扩展确定内 P-信息规律推理结论 $w(x)_{k+1}^F\Rightarrow w(x)_k^F$ 的存在。

命题 6　内 P-信息规律智能融合 $w(x)_k^F$ 的融合冗余 $\nabla w(x)_k^F$ 的存在与 $w(x)_i\in w(x)_{k+1}^F$ 的属性合取范式扩展率 $card(\alpha_k^F)/card(\alpha)$ 的大小无关。

其中，α,α_k^F 分别是 $w(x),w(x)_k^F$ 的属性集合。

利用第 3、4 节的讨论与给出的理论结果，第 5 节中给出：

5　内 P-信息规律智能融合的内-分离与还原

定义 5　称内 P-信息规律智能融合 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 的智能内-分离，如果 $w(x)_k^F$ 与 $w(x)$ 满足

$$w(x)_k^F-w(x)\leqslant 0 \tag{31}$$

式中，$w(x)_k^F$ 是 $w(x)_k^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$中的 $w(x)_i$ 的合成，$w(x)_k^F=\sum_{i=1}^{p}w(x)_i$；$w(x)$ 是 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$中的 $w(x)_i$ 的合成，$w(x)=\sum_{i=1}^{q}w(x)_i$；内-分离的直观意义是：$w(x)_k^F$ 被包含在 $a,w(x),b$ 与 x 轴围成的区域内；$a,b\in R^+$ 是离散区间$[a,b]$的端点；$w(x)_k^F,w(x)$ 在$[a,b]$上分布；$p\leqslant q$，$p,q\in N^+$。

定理 9(内 P-信息规律智能融合的内-分离属性定理)　$w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 的内 P-信息规律智能融合的内-分离的充分必要条件是 $w(x)_k^F$ 的属性集合 α_k^F 与 $w(x)$ 的属性集合 α 满足内 P-信息规律推理条件；或者，

$$\alpha\Rightarrow(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha)) \tag{32}$$

证明：因为 $w(x)_k^F$ 是 $w(x)_k^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$中的 $w(x)_i$ 的合成，$i=1,2,\cdots,p$；$w(x)$ 是 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$中的 $w(x)_i$ 的合成，$i=1,2,\cdots,q$；所以 $w(x)_k^F$ 与 $w(x)_k^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$具有相同的属性集合 α_k^F，$w(x)$ 与 $w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$具有相同的属性集合 α。给定 $w(x)_k^F=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_p\}$，$\alpha_k^F=\{\alpha_1,\cdots,\alpha_k,\alpha_{k+1},\cdots,\alpha_\lambda\}$是 $w(x)_k^F$ 的属性集合；$w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,\cdots,w(x)_q\}$，$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$，是 $w(x)$ 的属性集合，$p\leqslant q$。1)由第 2 节中的式(1)—式(3)与式(15)得到：$w(x)_k^F\subseteq w(x)$，$\alpha\subseteq\alpha_k^F$；或者，$w(x)_k^F\Rightarrow w(x)$，$\alpha\Rightarrow\alpha_k^F$；或者，$w(x)_k^F\Rightarrow w(x)$，$\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)=(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha))$；或者，$w(x)_k^F\leqslant w(x)$，$\alpha\Rightarrow(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha))$；或者，若 $w(x)_k^F-w(x)\leqslant 0$，则 $\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)=(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha))$，得到式(32)。2)$\alpha_k^F,\alpha$ 分别是$w(x)_k^F,w(x)$的属性集合，由第 2 节中的式(1)—式(3)与式(15)得到 $\alpha\subseteq\alpha_k^F$；或者 $\alpha\Rightarrow\alpha_k^F$，或者 $\alpha\Rightarrow(\alpha\cup\Delta\alpha)=(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha))$；或者 $w(x)_k^F\leqslant w(x)$，$\alpha\Rightarrow(\alpha\cup(\alpha_k^F-\alpha))$；根据第 3 节中的式(18)，$w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 的内 P-信息规律智能融合；由定义 5，$w(x)_k^F$ 是 $w(x)$ 的智能融合内-分离；$w(x)_k^F$ 与 $w(x)$ 满足 $w(x)_k^F\leqslant w(x)$；或者，$w(x)_k^F-w(x)\leqslant 0$。由 1)与 2)得到定理 9。

推论 2　$w(x)$ 的多个智能融合内-分离构成的内-分离族 $\{w(x)_i^F\mid j=1,2,\cdots,n\}$中的每一个 $w(x)_i^F$，其属性集合 α_i^F 与 $w(x)$ 的属性集合 α 满足内 P-信息规律推理条件 $\alpha\Rightarrow(\alpha\cup(\alpha_i^F-\alpha))$。

定理 10(内 P-信息规律智能融合内-分离融合系数定理) $w(x)_k^F$是$w(x)$的内 P-信息规律智能融合内-分离的充分必要条件是$w(x)_k^F$的融合系数η_k^F与$w(x)$的自身融合系数η满足

$$\eta_k^F-\eta\geqslant 0 \tag{33}$$

由第 3 节中的式(21)、式(18)与定义 5 直接得到,证明略。

推论 3 满足条件$\eta_k^F\in(0,1]$的$w(x)_k^F$是$w(x)$的智能融合内-分离。

定理 11(内 P-信息规律智能融合内-分离还原定理) 内 P-规律智能融合内-分离$w(x)_k^F$被还原成$w(x)$;或者

$$w(x)-w(x)_k^F=0 \tag{34}$$

的充分必要条件是$w(x)_k^F$的属性集合α_k^F与$w(x)$的属性集合α满足

$$\alpha_k^F-\alpha=\varnothing \tag{35}$$

证明:1)若$w(x)_k^F$被还原成$w(x)$;或者,$w(x)_k^F=w(x)$,则$w(x)_k^F$与$w(x)$具有相同的属性集合;或者,$\alpha_k^F=\alpha$;或者,$\alpha_k^F-\alpha=\varnothing$,得到式(35)。2)若$w(x)_k^F$的属性集合$\alpha_k^F$与$w(x)$的属性集合$\alpha$满足式(35);或者,$\alpha_k^F=\alpha$;或者,$w(x)_k^F$与$w(x)$具有相同的属性集合,得到$w(x)_k^F=w(x)$;或者,$w(x)-w(x)_k^F=0$,得到式(34)。由 1)与 2)得到定理 11。

推论 4 若$w(x)$的属性集合α内补充的属性$\Delta\alpha=\varnothing$,则智能融合内-分离$w(x)_k^F$被还原成$w(x)$;或者,$w(x)_k^F=w(x)$。

推论 5 若$w(x)_k^F$关于$w(x)$的智能融合度量$\rho_k^F=1$,则智能融合内-分离$w(x)_k^F$被还原成$w(x)$;或者,$w(x)_k^F=w(x)$。

定理 12(内 P-信息规律智能融合内-分离辨识定理) 内 P-信息规律智能融合内-分离$w(x)_k^F$与$w(x)$满足

$$IDE(w(x)_k^F,w(x)) \tag{36}$$

IDE=identification。

利用第 2 节中的概念、第 3—5 节中的理论讨论与给出的理论结果,第 6 节中给出:

6 内 P-信息规律智能融合的内-分离与信息规律发现-辨识应用

为了便于理解第 2—5 节中结果的应用,又能减少因过多专业概念限制使得接收本节给出的讨论带来的困难,在这一节中给出一个简单、通俗的应用,应用取自经济系统。龙岩市地处福建省西部(闽西),北接江西与广东;龙岩地区隐藏着多种具有战略意义的重金属、稀有金属矿床;因为矿产资源丰富,"紫金矿业"集团公司在福建省龙岩市组建;2000 年"紫金矿业"已成为具有一定影响的国内上市公司之一。"紫金矿业"集团公司有 9 个集团子公司(9 个矿区),为了简单,"紫金矿业"集团公司用$A=\{A_i|i=1,2,\cdots,9\}$表示,$A_i\in A$是A的子公司,$i=1,2,\cdots,9$。表 1、表 2 分别取自A在 2008 年 1 月—6 月和 2010 年 1 月—6 月的收益(利润)年报。因为受到商业秘密的限制,表 1、表 2 中的数据是原始数据经过技术方法处理后的数据;技术方法后的数据不影响例子的分析与第 2—5 节中结果的应用。

表 1 A 在 2008 年 1 月—6 月的收益值(利润值),$A=\{A_i|i=1,2,\cdots,9\}$,A具有属性集合α

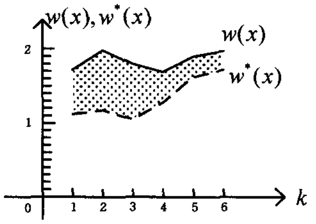
k	1	2	3	4	5	6
y	1.73	1.98	1.80	1.69	1.90	1.96

表 2 A^*在 2010 年 1 月—6 月的收益值(利润值),$A^*=\{A_i|i=1,2,\cdots,9\}$,$A^*$具有属性集合$\alpha^*$

k	1	2	3	4	5	6
y	1.12	1.63	1.04	1.29	1.63	1.73

表 1 中,y是$A_i\in A$在 2008 年 1 月—6 月的收益值(利润值)$y_i=\{y_{i,1},y_{i,2},\cdots,y_{i,6}\}=\{\sum_{i=1}^{9}y_{i,1},\sum_{i=1}^{9}y_{i,2},\cdots,\sum_{i=1}^{9}A_{i,6}\}$的合成;表 2 中的$y^*$与$y$类似,$y^*$是$A_i\in A^*$在 2010 年 1 月—6 月的收益值(利润值)$y_i=\{y_{i,1},y_{i,2},\cdots,y_{i,6}\}$的合成。

图 1 给出A在 2008 年 1 月—6 月和A^*在 2010 年 1 月—6 月的收益值分布规律$w(x)$,$w^*(x)$;$w(x)$,$w^*(x)$利用折线形式表示。



$w(x)$是A在 2008 年 1 月—6 月的收益值分布规律,$w(x)$用实线表示;$w^*(x)$是A^*在 2010 年 1 月—6 月的收益值分布规律,$w^*(x)$用虚线表示;$(a,w^*(x),b,w(x))$是$w^*(x)$与$w(x)$构成的规律带,用阴影表示,$a=1,b=6$。

图 1

实证分析与认证

1. A具有属性集合$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$,$\alpha_1$=矿产的品位,$\alpha_2$=矿产的份额,$\alpha_3$=矿产的性价比,$\alpha_4$=矿产的净值。在 2008 年 1 月—6 月的收益值分布规律(见图 1)与属性合取$\bigwedge_{i=1}^{4}\alpha_i$相依存;或者图 1 中的$w(x)$的存在与$\alpha$内的$\alpha_i\in\alpha$满足一个$\alpha_i$不能少关系。因为矿床的无序开采、选矿(选取矿砂)布局的混乱、对环境保护的无知,2009 年年初出现:1)大面积饮水水源被污染,汞(Hg)的含量超标 8.1 倍,使得大面积稻田减产,禾苗枯死。2)土壤中的铬(Cr)粒子超标 11.3 倍。3)大气中的硫(S)粒子浓度超标 9.4 倍,造成酸雨出现。A的高收益导致人居生存环境恶化,引起了福建省龙岩市的重视。1)—3)分别用属性β_1,β_2,β_3表示。2009 年下半年,福建省进行为期半年的专项治理:对A给予严厉的经济处罚,关闭子公司A_1,A_3,A_6,A_7;撤销A_1,A_3,A_6,A_7的矿业开采权。图 1 中的$w(x)$下降成$w^*(x)$,$w^*(x)\leqslant w(x)$。$A=\{A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7,A_8,A_9\}$变成$A^*=\{A_2,A_4,A_5,A_8,A_9\}$。

2. 2008 年 1 月—6 月,A的子公司$A_i(i=1,2,\cdots,9)$的收益值规律$w(x)_1\sim w(x)_9$;或者A的收益规律$w(x)$是

$$w(x)=\{w(x)_1,w(x)_2,w(x)_3,w(x)_4,w(x)_5,w(x)_6,w(x)_7,w(x)_8,w(x)_9\} \tag{37}$$

$w(x)$具有属性集合α:

$$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\} \tag{38}$$

2010 年 1 月—6 月,A变成A^*,A^*的子公司$A_i\in A^*$的收益值规律是$w(x)_i$,$i=2,4,5,8,9$;或者A^*的收益值规律

$w^*(x)$是

$$w^*(x)=\{w(x)_2,w(x)_4,w(x)_5,w(x)_8,w(x)_9\} \tag{39}$$

$w^*(x)$具有属性集合 α^F：

$$\alpha^F=\alpha\cup\{f(\beta_1),f(\beta_2),f(\beta_3)\}$$
$$=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3'\} \tag{40}$$

式(37)一式(40)满足内 P-信息规律推理式(18)；或者

$$\text{if } \alpha\Rightarrow\alpha^*,\text{then } w^*(x)\Rightarrow w(x) \tag{41}$$

因为属性集合 α 内被补充属性，α 变成 α^*，$\alpha\subseteq\alpha^*$，A 的收益值规律 $w(x)$被智能融合成 $w^*(x)$，$w^*(x)\leqslant w(x)$（见图1）；$w(x)$被智能融合成 $w^*(x)$是因为 $A=\{A_1,A_2,A_3,A_4,A_5,A_6,A_7,A_8,A_9\}$中的 A_1,A_3,A_6,A_7 从 A 内被删除（A_1,A_3,A_6,A_7 被关闭）。存在$\nabla w^*(x)\neq 0$，$w(x)-w^*(x)=\nabla w^*(x)$，使得 $w(x)$下降变成 $w^*(x)$。利用智能融合度量式(20)得到：$w^*(x)$的智能融合度量 $\rho^*=1.73/1.96=0.88\in(0,1]$，满足定理1。$w(x)_i\in w(x)$的属性 α_i 满足属性合取范式$\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{4}\alpha_t$，满足定理5；$w(x)_j\in w^*(x)$的属性 α_j 满足属性合取范式$\alpha_j=(\bigwedge_{t=1}^{4}\alpha_t)\bigwedge_{t=4+1}^{7}\alpha_t$，满足定理7。$\alpha$ 内被补充属性 $\alpha_1'=f(\beta_1)$，$\alpha_2'=f(\beta_2)$，$\alpha_3'=f(\beta_3)$；或者 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4\}$变成 $\alpha^*=\alpha\cup\{\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3'\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_1',\alpha_2',\alpha_3'\}$；利用内 P-信息规律推理式(18)，$w^*(x)$在 $w(x)$内被内-分离发现，满足定理9；$w^*(x)$与 $w(x)$被辨识，满足定理12。图1中由 $w^*(x)$与 $w(x)$生成的规律带$(a,w^*(x),b,w(x))$（图1中阴影部分）因为 α 内被补充属性而存在。

3. 例子中的结论与集团公司 A 在2008年1月－6月及2010年1月－6月的收益年报相吻合；相对误差是1.98%。

7 讨论

1. “信息融合”是信息系统与信息工程中的一个具有重要应用价值与理论价值的研究分支之一；“融合”给出启迪：信息(x)内的一些冗余信息元 $x_i\in(x)$被融合到(x)之外，$x_i\overline{\in}(x)$；信息(x)外的一些(x)内缺失信息元 $x_j\overline{\in}(x)$被融合到(x)之内，$x_j\in(x)$；二者经常出现在信息系统应用研究中；显然，“信息融合”具有动态特征。P-集合[3,4]是信息融合的一个动态模型，它具有信息融合的动态跟踪特征。“信息智能融合”[11]是“信息融合”的扩展研究，“信息智能融合”与“信息融合”的区别是：“信息智能融合”具有“智能特征”；“智能”来自推理，推理表现“智能”。把函数 P-集合中的“函数”定义成“规律”，把函数 P-集合与信息智能融合交叉、渗透；把 P-推理改进成 P-信息规律推理；利用这些工作，由信息智能融合得到信息规律智能融合；信息规律智能融合比信息智能融合具有更多的应用特性与更大的应用空间。如果把信息(x)定义成二维空间中的“点”，信息规律（函数）$w(x)$定义成二维空间中的“线”，则“信息智能融合”是“信息规律智能融合”的特例，“信息规律智能融合”是“信息智能融合”的一般形式。把“信息智能融合”扩展到“信息规律智能融合”是本文讨论的主题。

事实上，信息规律智能融合存在于多个信息系统与信息工程的应用研究中，在给定的推理条件下，“信息规律（函数）的智能分频”，“多信息规律（函数）的智能合成”，“信息规律（函数）的智能滤波”，“多时段的信息规律（函数）的智能变频”，“多时段的信息规律（函数）变轨”等，人们或许早已遇到它们，却未对它们给予过多的注意，一些重要的研究结果与人们擦肩而过；这些具有重要应用价值的研究结果却可利用函数 P-集合得到。

2. P-集合$(X^{\bar{F}},X^F)$中，一类元素构成的有限普通集合 X 内的元素 $x_i\in X$ 与 X 的属性集合 α 满足属性合取范式；或者，$x_i\in X$ 的属性 $\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{k}\alpha_t$；P-集合的动态特性来自有限普通集合 X 的属性集合 α 内的属性变化（α 内被补充属性，α 内被删除属性），使得 P-集合$(X^{\bar{F}},X^F)$中的元素的属性满足“属性合取扩展”、“属性合取收缩”。这一逻辑特征表现在一类动态信息系统中，属性合取范式是 P-集合，一类信息融合存在的逻辑依据。函数 P-集合是 P-集合的函数形式。显然，属性合取范式是函数 P-集合，一类信息规律融合存在的逻辑依据。在一类信息系统中，有限信息规律集合 S（有限普通函数集合 S）中，信息规律 $s_i\in S$（或 $w(x)_i\in w(x)$）的属性 α_i 满足 $\alpha_i=\bigwedge_{t=1}^{m}\alpha_t$。

3. 本文把函数内 P-集合与内 P-信息智能融合[11]交叉、渗透；改进内 P-信息智能融合，给出内 P-信息规律智能融合与它的智能融合内-分离的讨论，给出内 P-信息规律智能融合的多个基本理论结果与内 P-信息规律智能融合的逻辑特征；给出一个通俗、能被一般人接收的应用例子。本文给出的结果能被移植到一些专业应用研究中，获得一些新的研究结果，有兴趣的同行们，一些年轻的学者们不妨试一试。通俗的说：两个有限普通函数集合 s_i 与 s_j（信息规律集合 $w(x)_i$，$w(x)_j$）的“$\cup$”、“$\cap$”运算；或者，$s_i\cup s_j$（$w(x)_i\cup w(x)_j$）是信息规律融合，s_j 被融合到 s_i 内（或 s_i 被融合到 s_j 内）；或者，$s_i\cap s_j$（$w(x)_i\cap w(x)_j$）是信息规律融合，s_j 的一部分被融合到 s_i 的一部分内（或 s_i 的一部分被融合到 s_j 的一部分内）。

4. 文献[21]给出信息规律智能融合专题讨论，给出新的研究思想与应用结果，这些研究能被应用到“大数据”分析中。

参 考 文 献

[1] 史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2011，46(2)：62-69

[2] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics，2011，2(4)：281-288

[3] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(11)：77-84

[4] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2009，9(2)：209-219

[5] 林蓉，范成贤. 函数 P-集合与信息规律动态特征[J]. 山东大学学报：理学版，2012，47(1)：121-126

[6] 张景晓，刘新华. 函数 P-集合与同物系物质结构-物性规律发现[J]. 山东大学学报：理学版，2012，47(8)：98-102

[7] 赵树理，张环理，史开泉. 函数 P-集合与内 P-信息规律依赖内-挖掘[J]. 计算机科学，2013，40(5)：237-241

[8] 汤积华，陈保会，张凌. 函数逆 P-集合与逆 P-信息规律动态分离[J]. 山东大学学报：理学版，2013，48(8)：104-110

[9] 史开泉. 逆 P-集合与信息规律融合[J]. 山东大学学报：理学版，2012，47(8)：73-80

[10] 赵文菊，范成贤. 函数 P-集合属性依赖与应用[J]. 山东大学学报：理学版，2011，46(6)：115-126

（下转第232页）

"算法 3"单纯求规划解的时间要长很多。这验证了在引入权值后，为了求得最优值，会大量增加搜索的时间代价。

而表 2 中的"算法 1"和"算法 2"则体现了分层策略和权值两个因素的综合影响。当状态数少于 2000 时，"算法 1"搜索规划解的时间要比"算法 2"长很多；而当状态数大于 2000 时，两种算法的运行时间差不多。结合该现象和算法本身，通过分析可知：在引入权值后，搜索最小权值规划解时，需要考虑所有的强规划解，从而增加了搜索代价；而分层策略的引入虽然可以减少很多无用搜索，但是分层本身也是需要代价的，所以在状态数比较少时，"算法 1"消耗的时间要明显比"算法 2"长；但是，当状态数较多时，分层所需的代价就处于次要地位了，它减少搜索的优势明显体现出来，所以此时"算法 1"的搜索时间和"算法 2"差不多，甚至有时还要略少于"算法 2"。

通过上面的两个横向和纵向的实验分析，我们可以得到这样的结论：1) 通过引入分层策略和设置搜索的上下界，确实可以减少搜索代价；2) 引入权值后，最优搜索需要考虑所有规划解的耗费情况，它的搜索代价比简单的规划解搜索代价要大。

结束语 针对带权值的不确定规划问题，本文设计了一种求解最小权值强规划解的算法。该算法首先使用模型检测的强规划分层方法对状态集进行强规划分层，然后反向搜索各状态到达目标状态的最小权值强规划解，直到求出初始状态集中所有的状态的最小权值强规划解，停止搜索。实验结果表明，使用本文设计的分层法求强规划解算法，可以求出最小权值强规划解，从而验证了算法的有效性；而且该算法可以减少很多无用搜索，效率比以往的算法更高。

今后还可以从以下几个方面进行研究：

(1)结合最新的强规划解搜索算法，进一步优化求解最小权值强规划解的算法。

(2)将本文设计的算法进行改进，用于求解最小权值弱规划解和最小权值强循环规划解。

(3)本文研究的带权值不确定规划问题的研究对象主要是单个 Agent，以后可以将其扩展至多 Agent 领域。

参考文献

[1] Ghallab M, Nau D, Traverso P. Automated Planning Theory and Practice[M]. Massachusetts: Morgan Kaufmann Publishers, 2004:1101-1132
[2] 丁德路，姜云飞. 智能规划及其应用的研究[J]. 计算机科学，2002,29(2):100-103
[3] Da Silva F A G, Ciarlini A E M, Siqueira S W M. Nondeterministic planning for generating interactive plots[M]. Berlin: Springer Berlin Heidelberg, 2010:133-143
[4] Patrizi F, Lipovetzky N, Geffner H. Fair LTL synthesis for non-deterministic systems using strong cyclic planners[C]// Proceedings of the Twenty-Third international joint conference on Artificial Intelligence. USA: AAAI Press, 2013:2343-2349
[5] Fu J, Bastani F B, et al. Simple and fast strong cyclic planning for fully-observable nondeterministic planning problems[C]// IJCAI Proceedings-International Joint Conference on Artificial Intelligence. 2011:1949-1954
[6] 薛晗. 不确定规划的群体智能计算[D]. 长沙：国防科学技术大学，2009
[7] Cimatti A, Roveri M, Traverso P. Strong planning in nondeterministic domains via model checking[C]// Proceedings of the 4th International Conference on Artificial Intelligence Planning Systems (AIPS' 98). USA: Carnegie Mellon University, 1998:36-43
[8] Cimatti A, Pistore M, Roveri M, et al. Weak, strong, and strong cyclic planning via symbolic model checking[J]. Artificial Intelligence, 2003, 147(1/2):35-84
[9] Cimatti A, Roveri M. Conformant planning via model checking andheuristic search[J]. Artificial Intelligence, 2004, 159(1/2):127 -206
[10] 文中华，黄巍，刘任任，等. 模型检测规划中的状态分层方法[J]. 软件学报，2009,20(4):858-869
[11] Bertoli P, Cimatti A, Roveri M, et al. Strong planning under partial observability[J]. Artificial Intelligence, 2006, 170(4/5):337-384
[12] 唐杰，文中华，汪泉，等. 不确定可逆规划的强循环规划解[J]. 计算机研究与发展，2013,50(9):1970-1980
[13] Huang Wei, Wen Zhong-hua, Jiang Yun-fei, et al. Observation reduction for strong plans[C]// Proceedings of the 20th International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-07). India: IJCAI, 2007:1930-1935
[14] 陈建林，文中华，马丽丽，等. 一种求解最小权值强规划的方法[J]. 计算机工程，2011,37(17):167-171

(上接第 209 页)

[11] 史开泉. P-集合，逆 P-集合与信息智能融合-过滤识别[J]. 计算机科学，2012,39(4):1-13
[12] Varshney P K. Multisensor data fusion [J]. Journal of Electronics Computer Engineering, 1997, 9(6):245-253
[13] 史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学，2011,38(7):1-9
[14] 于秀清，徐风生. P-规律推理与未知规律发现-应用[J]. 山东大学学报：理学版，2012,47(1):110-115
[15] 林宏康，范成贤，史开泉. 倒向 P-推理与属性剩余发现-应用[J]. 计算机科学，2011,38(10):189-198
[16] 李豫颖，林宏康，史开泉. 数据离散区间特征与数据发现-应用[J]. 系统工程与电子技术，2011,33(10):2258-2262
[17] Lin Hong-kang, Li Yu-ying. P-sets and its P-separation theorems[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2):209-215
[18] 赵树理，吴松丽，史开泉. 内 P-推理信息恢复与属性潜藏推理发现[J]. 计算机科学，2013,40(4):209-213
[19] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and the reasoning-identification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1):337-345
[20] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. The dual form of P-reasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(1):121-131
[21] 史开泉. P-信息规律智能融合与软信息图像智能生成[J]. 山东大学学报：理学版，2014,49(4):1-17