基于 Bayes 定理和 μGA 的结构损伤识别方法研究

钱小妹[1] 严 刚[2]

（电子科技大学空天科学技术研究院 成都 611731）[1]

（南京航空航天大学飞行器结构力学与控制教育部重点实验室 南京 210016）[2]

摘 要 提出了一种基于 Bayes 定理和 μGA（微种群遗传算法）的方法，用于识别结构中损伤的位置和程度等参数并分析其不确定性。该方法在获得测量信息后，结合损伤模型，根据 Bayes 定理更新获得损伤模型参数的后验概率密度函数，以实现在不确定性情况下对损伤的识别。为最大化损伤模型参数的后验概率密度函数，采用 μGA 搜索获得描述损伤的全局最优参数。将该方法应用于板结构损伤识别，并进行了数值仿真研究以验证所提方法的有效性。

关键词 Bayes 定理，微种群遗传算法，损伤识别，不确定性

中图法分类号 V214.3 **文献标识码** A

Study on Structural Damage Identification Using Bayes' Theorem and μGA

QIAN Xiao-mei[1] YAN Gang[2]

(Institute of Astronautics & Aeronautics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)[1]

(MOE Key Lab of Structure Mechanics and Control for Aircraft, Nanjing University of Aeronautics & Astronautics, Nanjing 210016, China)[2]

Abstract This paper proposed an approach for estimating the parameters of the location and size of damage in structure along with the associated uncertainties using Bayes' Theorem and micro genetic algorithm (μGA). After obtaining the measured information, combined with the damage model, the posterior probability density function (PDF) of the parameters of the damage was updated according to the Bayes' Theorem, thus the damage was identified with uncertainties. To maximize the updated PDF of damage parameters, μGA was employed to search out the global optimum values of damage parameters. The proposed approach was applied to damage identification for plate structure, and numerical study was performed to demonstrate its effectiveness.

Keywords Bayes' theorem, μGA, Damage identification, Uncertainty

1 引言

对结构性能进行监测和诊断，及时发现结构中存在的损伤，对可能出现的灾害进行预测，评估其安全性已成为各个工程学科发展的一个重要方向。近年来在智能材料结构及信号信息处理、模式识别、人工智能等领域取得的新进展，使得利用集成在结构中的先进传感/驱动元件网络，在线获取与结构状态相关的信息，识别结构的安全状况成为可能[1]。

结构在服役运行过程中，受到温度、湿度、振动等外界环境影响，结构自身性能退化、测量噪声以及相关模型误差等因素也不可避免，这些对损伤识别的影响都是不确定性的。当前发展的大多数损伤识别方法都属于确定性的方法，在损伤识别过程中引入处理不确定问题的有效机制和方法，对确定性方法进行改进和完善，是损伤识别技术发展的必然趋势[2,3]。相对于经典概率统计方法，Bayes 统计理论由于利用了先验知识，因此对小样本数据也有较好的统计推断效果。在结构健康监测中，Bayes 统计理论在基于振动分析的损伤识别中已有一些应用[4-8]。研究表明，基于贝叶斯理论的结构损伤识别方法能有效地克服模型误差、环境噪声等不确定性因素带来的影响，并能将诸如对结构的认识以及维护人员经验等重要信息作为先验知识，有效提高损伤识别结果的可靠度。

2 基于 Bayes 定理的损伤识别方法

Bayes 统计理论的基本出发点是将参数看作随机变量。定义不确定参数向量 $\alpha=\{\theta,\sigma\}\in S(\alpha)$，其中 $\theta=\{\theta_j\}(j=1,2,\cdots,n)$ 为待识别的损伤模型参数向量，n 为参数个数，σ 是损伤模型的预测误差，$S(\alpha)$ 是 α 的参数域。根据 Bayes 定理，基于测量信息 D 和损伤模型 M 的条件概率，不确定参数向量 α 的后验概率密度函数 $p(\alpha|D,M)$ 表示为

$$p(\alpha|D,M)=\frac{p(D|\alpha,M)\pi(\alpha)}{p(D|M)} \tag{1}$$

式中，$\pi(\alpha)$ 是 α 的先验概率密度函数。测量信息 D 对损伤模型 M 的条件概率为

$$p(D\mid M)=\int_{S(\alpha)}p(D\mid\alpha,M)p(\alpha\mid M)\mathrm{d}\alpha=\tau_0^{-1} \tag{2}$$

本文受南京航空航天大学基本科研业务费专项（NS2010027）资助。

钱小妹（1981－），女，硕士，助教，主要研究方向为复合材料结构损伤预测与评估、复合材料力学行为等，E-mail：xmqian@nuaa.edu.cn；**严 刚**（1981－），男，博士，讲师，主要研究方向为结构健康监测、结构损伤识别理论及算法等。

式中，τ_0 是式(1)的归一化因子。因此，式(1)可写为

$$p(\alpha|D,M)=\tau_0 p(D|\alpha,M)\pi(\alpha) \tag{3}$$

应用 Gauss 型联合概率分布，测量信息 D 对不确定参数向量 α 和损伤模型 M 的条件概率 $p(D|\alpha,M)$ 可表示为

$$p(D|\alpha,M)=\frac{1}{(\sqrt{2\pi}\sigma)^{N_sN_o}}\exp\left[-\frac{1}{2\sigma^2}\sum_{i=1}^{N_o}\sum_{s=1}^{N_s}||\widetilde{w}_i(s)-w_i(s;\theta,M)||^2\right] \tag{4}$$

式中，N_o 为传感器数目，N_s 为每个传感器测量信号的采样点数，$\widetilde{w}_i(s)$为第 i 个传感器测量的第 s 个采样点信号，$w_i(s;\theta,M)$为相应参数为 θ 的模型 M 的输出。

待识别损伤模型参数向量 θ 的后验概率密度函数可由式(3)对 σ 积分获得。

$$p(\theta\mid D,M)=\int_0^\infty p(\alpha\mid D,M)\mathrm{d}\sigma=\int_0^\infty \tau_0 p(D\mid\alpha,M)\pi(\alpha)\mathrm{d}\sigma \tag{5}$$

式(5)的解可由 Laplace 渐近方法获得。

$$p(\theta|D,M)=\tau_1 J(\theta)^{-N_J}\pi(\theta,\hat{\sigma}(\theta)) \tag{6}$$

式中，τ_1 也是归一化因子，$N_J=(N_sN_o-1)/2$，$J(\theta)$定量计算测量信息与模型预测之间的误差。

$$J(\theta)=\frac{1}{N_sN_o}\sum_{i=1}^{N_o}\sum_{s=1}^{N_s}||\widetilde{w}_i(s)-w_i(s;\theta,M)||^2=\hat{\sigma}^2(\theta) \tag{7}$$

式中，$\hat{\sigma}^2(\theta)$为模型的最优预测误差。

在全局可识别的情况下，式(6)给出的后验概率密度函数可近似表示为[4]

$$p(\theta|D,M)\approx N(\hat{\theta},H_N^{-1}(\hat{\theta})) \tag{8}$$

式中，$N(\hat{\theta},H_N^{-1}(\hat{\theta}))$表示均值向量为$\hat{\theta}$，协方差矩阵为 $H_N^{-1}(\hat{\theta})$的多维正态分布，$H_N(\theta)$是函数 $g(\theta)=N_J\ln J(\theta)$的 Hessian 矩阵函数，$\hat{\theta}$为全局最优参数。

3 微种群遗传算法

为最大化式(6)表示的损伤模型参数向量 θ 的后验概率密度函数，即获得最有可能(概率最大)的损伤模型参数，需最小化式(6)中的 $J(\theta)$以获得最优参数向量$\hat{\theta}$。通常 $J(\theta)$是复杂的非线性函数，传统的数学优化方法很难求解，本文采用微种群遗传算法搜索以获得描述损伤的全局最优参数。

微种群遗传算法是由 Krishnakumar 提出的一种新的遗传算法[9]。微种群遗传算法与普通的遗传算法一样，也是通过对种群进行复制、交叉和变异等操作，使所要解决的问题从初始解一步步向最优解逼近。但微种群遗传算法在进化过程中，以合理的间隔，通过"启动-再启动"过程，不断引入恒定数目的新个体以引入新的遗传信息，使种群有更好的收敛性。本文微种群遗传算法的优化过程含以下几个步骤[10]：

(1) 将损伤模型参数向量 θ 二进制编码形成染色体。

(2) 随机生成 N(N 取 5～8 个)个体，或者随机生成 $N-1$ 个个体加上上一代最佳个体，形成初始种群。

(3) 染色体解码代入损伤模型，将目标函数 $J(\theta)$转换为适应度函数计算每个个体的适应度值，适应度值最大的个体可以直接被选择作为下一代的父个体，采用这种最优保存选择策略可以保证优秀个体的遗传信息不被丢失。

(4) 对余下的 $N-1$ 个个体进行复制和交叉操作，产生下一代的 $N-1$ 个父个体。因为种群规模小，平均规则已无意义，选择完全是确定的，同时由于不断有新的个体加入，可以保证群体含有足够全面的遗传信息，因此不施加变异操作。

(5) 判断这 $N-1$ 个父个体是否基因型收敛，即 $N-1$ 个父个体与最大适应度值个体的基因差异率是否小于 5%，若小于，则转到步骤(2)；否则转到步骤(3)，这也是该算法与普通遗传算法的不同之处[11]。

(6) 反复执行步骤(2)－(5)，一旦达到终止条件，选择具有最大适应度值的个体作为微种群遗传算法的结果输出。

4 板结构损伤模型

本文将所提方法应用于板结构损伤识别，板结构中的损伤被等效为一个弯曲刚度下降的圆形夹杂[10]。用 4 个参数来描述这样的损伤，即损伤的中心位置坐标(x_d，y_d)，损伤半径 a 以及损伤区与未损伤区的厚度比 r_h。为简单起见，弯曲刚度的下降由厚度的损失来等效，即认为损伤区的厚度$h^*=r_h\times h$ ($0\leqslant r_h\leqslant 1$)，而损伤区的其他性质与未损伤区相同，待识别的损伤参数向量为 $\theta=\{x_d,y_d,a,r_h\}^T$。

当在结构中激励的超声 Lamb 波遇到损伤时，就会向各个方向散射。对所记录到的散射波信号应用一种定量的基于模型的分析方法来揭示有关损伤的特征信息。文献[10,12]建立了 Lamb 波的散射模型来对损伤进行识别，本文也采用此模型。在以驱动器中心为原点的极坐标系(s,φ)中，仅考虑单位幅值向远场传播的谐波，入射波场可表示为

$$w^i=H_0^{(2)}(k_1 s) \tag{9}$$

式中，$H_0^{(2)}$ 是零阶第二类 Hankel 函数，k_1 是未损伤板结构的圆波数频散关系，s 是离驱动器中心的距离。

在以损伤中心为原点的极坐标系(r,θ)下，圆形损伤引起的散射波场可表示为

$$w^{sc}=\sum_{m=0}^{\infty}[A_mH_m^{(2)}(k_1r)+B_mK_m(k_1r)]\cos m\phi\,(r\geqslant a) \tag{10-a}$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}[C_mJ_m(k_2r)+D_mI_m(k_2r)]\cos m\phi\,(r<a) \tag{10-b}$$

式中，J、I 和 K 分别是第一类、第一类变型和第二类变型 Bessel 函数；r 是从损伤中心向外辐射的距离，a 是损伤半径，ϕ 是散射角，k_1 和 k_2 分别是损伤外部和内部的频散关系。

应用 Neumann 加法定理将式(9)从坐标系(s,φ)变换到坐标系(r,ϕ)

$$w^i=H_0^{(2)}(k_1s)=H_0^{(2)}(k_1r_0+k_1r)=\sum_{p=0}^{\infty}(-1)^p\in_pH_p^{(2)}(k_1r_0)J_p(k_1r)\cos\phi \tag{11}$$

式中，$\in_p=\begin{cases}1, & p=0\\ 2, & p\geqslant 1\end{cases}$，$r_0$是从入射点到损伤中心的距离。

叠加入射波与散射波，传感器接收到的总波场可写成

$$w=\sum_{m=0}^{\infty}[(-1)^m\in_mH_m^{(2)}(k_1r_0)J_m(k_1r)+A_mH_m^{(2)}(k_1r)+B_mK_m(k_1r)]\cos m\phi\ (r\geqslant a) \tag{12-a}$$

$$=\sum_{m=0}^{\infty}[C_mJ_m(k_2r)+D_mI_m(k_2r)]\cos m\phi(r<a) \tag{12-b}$$

未知系数 A_m、B_m、C_m、D_m 可以由接触面 $r=a$ 处的边界连续条件和平衡条件确定。详细信息可参考文献[10,12]。

5 数值仿真研究

数值仿真研究对铝板中的损伤进行识别来验证本文提出方法的有效性。铝板材料性质为:弹性模量 $E=72.9$GPa,泊松比 $v=0.3$,密度 $\rho=2730\text{kg/m}^3$,厚度 $h=1.02$mm。假设在板上布置了 4 个传感器,坐标分别为 A(0mm,0mm)、B(200mm,0mm)、C(200mm,200mm)、D(0mm,200mm),组成一个 200mm×200mm 正方形监测网络。在监测网络内,存在一圆形损伤,损伤引起的效应以厚度的损失来等效,损伤区的其他性质与未损伤区相同。

文献[12]已用实验验证了所提出的散射模型,因此本文采用这个模型的输出作为测量信息。损伤情况为,在(150mm,120mm)处有一半径为 10mm,厚度比为 0.6 的圆形损伤。图 1 所示为在此损伤情况下,传感器 A 激励时,传感器 B 接收到的散射波在频域的幅值响应。把多个传感器处的散射波的频域幅值响应作为测量信息,运行微种群遗传算法识别损伤模型最优参数 $\hat{\theta}$,然后应用 Bayes 方法进行不确定性分析。

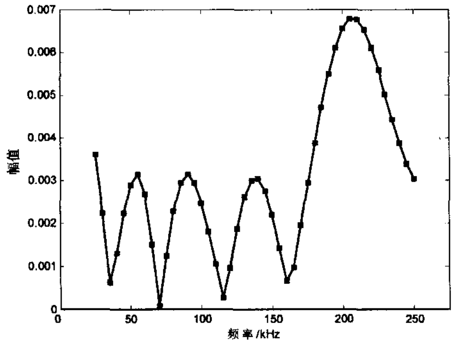

图 1 传感器 A 激励时传感器 B 处散射波在频域的幅值响应

微种群遗传算法不需要对损伤识别初值进行特别设置,能在很大的范围内自适应地搜索到最优解。表 1 列出了损伤位置和尺寸的实际值与微种群遗传算法的识别值。

表 1 损伤参数实际值与识别值比较

	位置(x_d,y_d)(mm)	半径 a (mm)	厚度比 r_h
实际值	(150,120)	10	0.6
微种群遗传算法识别值	(146.5,125.2)	9.6	0.562
变异系数	(1.98%,5.27%)	13.54%	0.59%

图 2 所示为损伤中心位置(x_d,y_d)识别值的联合概率密度;图 3 所示为损伤尺寸(a,r_h)识别值的联合概率密度。

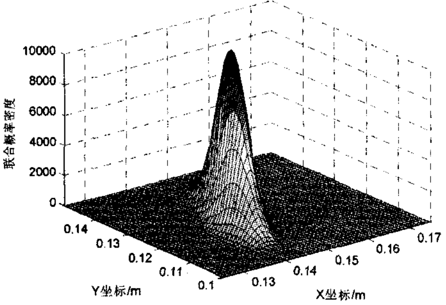

图 2 损伤位置(x_d,y_d)识别值联合概率密度

图 4—图 7 所示分别为损伤中心位置(x_d,y_d)、损伤半径 a 和损伤厚度比 r_h 识别值的边缘分布概率。图中分布概率 0.5 处(正态分布均值)为微种群遗传算法识别值,用虚线标出的则为实际值。表 1 还给出了所识别损伤模型参数的变异系数(方差/均值)。从表 1 和图 2—图 7 可以看出,本文采用的基于 Bayes 定理和微种群遗传算法的识别结果与实际值吻合得比较好,同时还考虑了模型误差等不确定因素的影响,可以对所识别的模型参数进行不确定性分析。损伤厚度比的变异系数非常小,在损伤识别中是最为稳定可靠的参数;损伤中心位置的变异性较小,较稳定可靠;损伤半径的变异性较大,模型误差等不确定性因素对其影响最大。

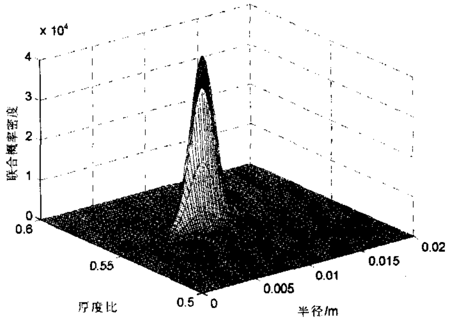

图 3 损伤尺寸(a,r_h)识别值联合概率密度

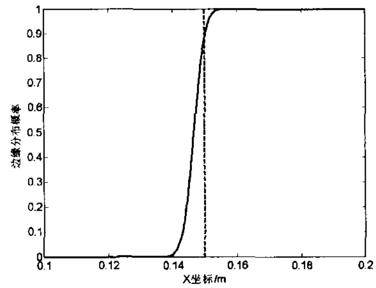

图 4 损伤位置 x_d 识别值边缘分布概率

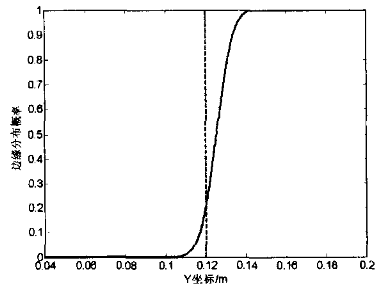

图 5 损伤位置 y_d 识别值边缘分布概率

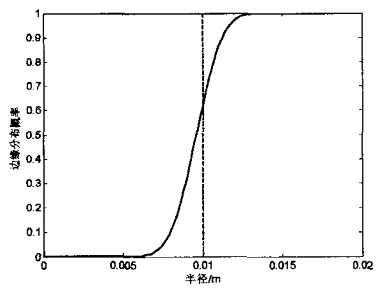

图 6 损伤半径 a 识别值边缘分布概率

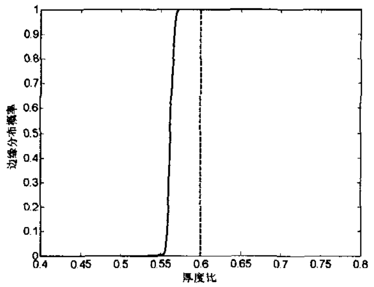

图 7　损伤厚度比识别值 r_h 边缘分布概率

结束语　本文提出了一种基于 Bayes 定理和 μGA 的方法,用于识别结构中损伤的位置和程度等参数,并分析其不确定性。该方法根据 Bayes 定理采用测量信息更新获得损伤模型参数的后验概率密度函数,以实现含不确定性情况下对损伤的识别。为最大化损伤模型参数的后验概率密度函数,采用微种群遗传算法搜索获得描述损伤的全局最优参数。数值仿真研究表明,该方法不仅能同时识别板结构中描述损伤位置和程度的参数,还能对这些参数进行不确定性分析,为损伤识别和后继的维护决策提供更丰富的信息,这是 Bayes 方法与传统基于优化的损伤识别方法的一个重要区别和优势。

参 考 文 献

[1] Farrar C R, Worden K. An introduction to structural health monitoring [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A, 2007, 365(2): 303-315

[2] Cheung A, Cabrera C, Sarabandi P, et al. The application of statistical pattern recognition methods for damage detection to field data [J]. Smart Materials and Structures, 2008, 17: 065023

[3] Jiang X, Mahadevan S. Bayesian probabilistic inference for nonparametric damage detection of structures [J]. ASCE Journal of Engineering Mechanics, 2008, 134(10): 820-831

[4] Beck J L, Katafygiotis L S. Updating models and their uncertainties I: Bayesian statistical framework [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 1998, 124(4): 455-461

[5] Beck J L, Yuen K V. Model selection using response measurement: a Bayesian probabilistic approach [J]. Journal of Engineering Mechanics, ASCE, 2004, 130(2): 192-203

[6] Ching J, Beck J L, Porter K A. Bayesian state and parameter estimation of uncertain dynamical systems [J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2006, 21(1): 81-96

[7] 李功标,瞿伟廉. 基于应变模态和贝叶斯方法的杆件损伤识别 [J]. 武汉理工大学学报, 2007, 29(1): 135-138

[8] 易伟建,周云,李浩. 基于贝叶斯统计推断的框架损伤诊断研究 [J]. 工程力学, 2009, 26(5): 121-129

[9] Krishnakumar K. Micro-genetic algorithms for stationary and non-stationary function optimization [A] // Proceedings of SPIE, Intelligent Control and Adaptive Systems [C]. Philadelphia, PA, USA, 1989: 1196-1228

[10] 严刚,周丽. 应用遗传算法和散射 Lamb 波的板结构损伤识别 [J]. 振动工程学报, 2007, 20(3): 291-296

[11] Caroll D L. Genetic algorithms and optimizing chemical oxygen-iodine lasers [J]. Developments in Theoretical and Applied Mechanics, 1996, 18: 411-424

[12] Roh Y S. Built-in diagnostics for identifying an anomaly in plates using wave scattering [D]. USA: Stanford University, 1998

(上接第 407 页)

越的性能,与单纯的 Chan 算法比较,残差加权算法对 NLOS 误差有了明显的抑制。另外,可以看出随着信道环境的恶化使得定位估计误差逐步增大。仿真过程信道环境的恶化直接影响了 Chan 与 Taylor 协同算法的收敛。

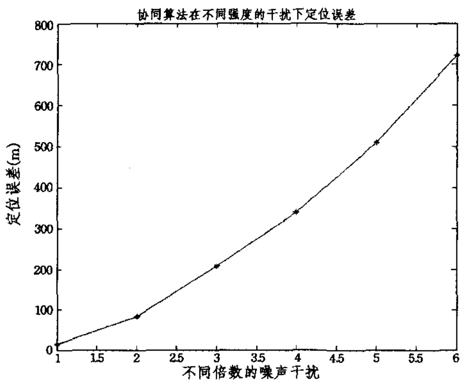

图 4　不同强度的噪声干扰下协同定位的误差

结束语　本文提出基于 Chan 和 Taylor 级数展开的协同定位算法,该算法充分利用了 Chan 算法和 Taylor 算法的优势。利用 Chan 算法的估计值作为 Taylor 算法的初始值进行迭代计算,解决了 Taylor 算法可能不收敛的问题。仿真结果表明,本文提出的基于 Chan 和 Taylor 级数展开算法的协同定位方法在信道环境恶劣的情况下能很好地提高算法的定位精度,能有效地抑制非视距传播误差的影响,且性能稳定。

参 考 文 献

[1] Yap J H, Ghaheri-Niri S, Tafazolli R. Accuracy and hearability of mobile positioning in GSM and CDMA networks [A] // 3G Mobile Communication Technologies, Third International Conference [C]. 2002: 350-354

[2] Chan Y T, Ho K C. A simple and efficient estimator for hyperbolic location [J]. Signal Processing, IEEE Transactions, 1994, 42(8): 1905-1915

[3] Foy W H. Position-location solutions by Taylor series estimation [J]. IEEE Trans Aerosp Electron Syst, 1976, 12(3): 187-194

[4] Schau H C, Robinson A Z. Passive source location employing intersecting spherical surfaces from time-of-arrival difference [J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1987, ASSP-35(1): 1223-1225

[5] 桂忠,董利达,兰守珍. 一种在非视距环境中的移动节点定位方法 [J]. 浙江大学学报:理学版, 2009, 36(1): 52-56

[6] 邓平. 蜂窝网络移动台定位技术研究 [D]. 成都: 西南交通大学出版社, 2002: 340-356

[7] 张令文,谈振辉. 基于泰勒级数展开的蜂窝 TDOA 定位新算法 [J]. 通讯学报, 2007, 28(6): 7-11

[8] 周康磊,毛永毅. 基于残差加权的 Taylor 级数展开 TDOA 无线定位算法 [J]. 西安邮电学院学报, 2010, 15(3): 2-3