二值决策 Bayesian 粗糙集模型属性约简研究

周 杰 苗夺谦
（同济大学嵌入式系统与服务计算教育部重点实验室 上海 201804）
（同济大学计算机科学与技术系 上海 201804）

摘 要 Bayesian 粗糙集模型作为经典粗糙集理论与 Bayesian 推理发展的综合模型，其近似区域划分以事件发生的先验概率为基准，可有效处理众多实际问题，如医疗诊断、故障检测、经济预测等。针对二值决策 Bayesian 粗糙集理论，证明了 Slezak 和 Ziarko 属性约简模型等价，并进一步给出了相应分辨矩阵描述，从而经典粗糙集模型中基于分辨矩阵的知识约简思想均可平移应用于 Bayesian 粗糙集模型，丰富了 Bayesian 粗糙集理论体系。

关键词 Bayesian 粗糙集模型，置信增益，分辨矩阵，二值决策

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Attribute Reduction in Bayesian Rough Set Model for Binary Decision Problems

ZHOU Jie MIAO Duo-qian
(Key Laboratory of Embedded System & Service Computing, Ministry of Education of China, Shanghai 201804, China)
(Department of Computer Science and Technology, Tongji University, Shanghai 201804, China)

Abstract Bayesian rough set model(BRSM), as the hybrid development between rough set theory and Bayesian reasoning, can deal with many practical problems which could not be effectively handled by Pawlak's rough set model. The prior probabilities of events are considered as a benchmark when determining the approximation regions in BRSM. In this paper, the equivalence between two kinds of current attribute reduction models in BRSM for binary decision problems, viz. Slezak and Ziarko's models, was proved. Furthermore, an associated discernibility matrix for binary decision problems in BRSM was proposed, with which the available attribute reduction methods based on discernibility matrices in the Pawlak's rough set model can be transferred to BRSM.

Keywords Bayesian rough set model, Certainty gain, Discernibility matrix, Binary decision

Pawlak[1,2]较早分析了粗糙集理论与 Bayes 理论之间的联系，认为粗糙集理论为 Bayes 理论提供了新的视角观点，基于粗糙集理论的决策表分析满足全概率和 Bayes 公式。结合 Bayesian 推理，Slezak 和 Ziarko[3] 提出了 Bayesian 粗糙集模型，其主要思想是将变精度粗糙集模型[4]中精度参数 β 用事件发生的先验概率代替，从而各近似区域的判定以此先验概率为基准。作为粗糙集理论与 Bayes 理论发展的综合产物，Bayesian 粗糙集模型可以合理的符合现实应用，充分考虑事件在新证据下的后验概率变化，如医疗诊断、故障检测、经济预测等。由于事件发生的先验和后验概率可从决策表中予以估计，故 Bayesian 粗糙集模型相比变精度粗糙集模型对现实问题的处理更加客观，可解释性更强。Slezak[5] 进一步提出了变精度 Bayesian 粗糙集模型，其作为 Bayesian 粗糙集模型更一般的参数扩展，通过 ε 参数对所定义近似区域进行调整。变精度 Bayesian 粗糙集模型可适用于事件先验概率估计由于噪声或者度量不精确而发生偏差的情形[6,7]。与传统变精度粗糙集模型类似，ε 参数常由主观意识或者领域知识予以确定。

Pawlak 经典粗糙集模型中分类特征近似度量的单调特性在概率粗糙集模型中将不满足，从而对于概率粗糙集模型，需结合模型自身扩展特征，建立合理的属性约简目标函数。对二值决策 Bayesian 粗糙集理论而言，Slezak[8] 采用全局相对增益函数和 Ziarko[9] 采用期望绝对增益函数分别建立了相应的属性约简模型。王和张[10] 提出了 Bayesian 粗糙集模型的上、下分布约简，给出了相应的分辨矩阵表示；蔡[11] 基于二值决策问题的全局相对增益函数给出了多值决策问题下的全局相对增益函数描述，但未能说明所提全局相对增益函数在属性约简过程中的单调特性；韩等人[12] 基于置信增益函数给出了一种多决策类下的 γ 依赖度函数定义，并成功应用于某钢厂数据分析。

合理的属性约简目标函数定义及高效完备的属性约简获取算法是粗糙集理论的重要研究内容之一，亦是 Bayesian 粗糙集模型的主要研究内容。本文详细分析了二值决策问题下 Bayesian 粗糙集属性约简模型，证明了 Slezak 和 Ziarko 所建

到稿日期：2010-09-30 返修日期：2010-12-13 本文受国家自然科学基金(60775036,61075056,60970061)，教育部博士点专项基金(20060247039)资助。

周 杰(1982—)，男，博士生，主要研究方向为粗糙集理论及其应用，E-mail:jie_jpu@163.com；苗夺谦(1964—)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为粗糙集理论、粒计算、Web 智能、模式识别等。

属性约简模型等价，提出了对象关于决策类的特征函数，并基于此给出了二值决策问题 Bayesian 粗糙集属性约简模型的分辨矩阵描述，从而为求取 Bayesian 粗糙集属性约简打下了基础。

1 Bayesian 粗糙集模型基本概念

粗糙集理论的相关基本概念在此不作详细介绍，具体可参见文献[13，14]。Bayesian 粗糙集模型已不能采用传统粗糙集模型中的度量方法对其分类特征进行描述，需结合自身特点建立新的分类特征度量体系。

（1）置信增益

置信增益函数基于条件概率公式提出，常用于度量事件在新证据下的后验概率相比其先验概率的增加程度。给定信息系统 $IS=(U,A,V,\rho)$，其中 U 为非空有限论域；A 为全体属性集；$V=\bigcup\{V_a:a\in A\}$ 表示属性值的集合，V_a 为属性 a 的值域；$\rho:U\times A\to V$ 为信息函数，记 $\rho(x,a)$ 表示对象 x 在属性 a 上的取值。对于 $\forall X\subseteq U$，其关于原子集 $E\in U/A$ 的置信增益函数定义为：

$$g(X|E)=\frac{P(X|E)}{P(X)}-1 \tag{1}$$

式中，$g(X|E)$ 反映了增加新的证据 E 后，相比先验概率 $P(X)$，事件 X 发生的可信度的增加或者减少程度。若 $g(X|E)>0$，则有 $P(X|E)>P(X)$，表明依据新的证据 E，事件 X 发生的概率将增加，从而判定 X 发生的可信度增加。若 $g(X|E)<0$，则有 $P(X|E)<P(X)$，表明依据新的证据 E，事件 X 发生的概率将减小，从而判定 X 不发生的可信度将增加。若 $g(X|E)=0$，则有 $P(X|E)=P(X)$，表明依据新的证据 E，事件 X 发生的概率将不变，可认为 X 和 E 独立，即新增加的证据对于所考虑事件的发生没有任何影响。

（2）绝对置信增益

实际应用中，人们有时候只关心新增加的证据 E 对事件 X 发生的后验概率是否产生影响及这种影响的绝对程度为多大。为此，Ziarko 提出了绝对置信增益函数[15]。对于 $\forall X\subseteq U$，其关于新证据 E 的绝对置信增益定义为：

$$gabs(X|E)=|P(X|E)-P(X)| \tag{2}$$

$gabs(X|E)$ 表明增加新的证据 E 后，事件 X 发生的后验概率相比其先验概率 $P(X)$ 的绝对变化程度。$gabs(X|E)=0$ 表示新证据 E 对事件 X 的发生没有任何影响，即 X 和 E 独立。易验证 $gabs(X|E)=gabs(\neg X|E)$，说明新证据 E 对事件 X 及其补集 $\neg X$ 的绝对影响程度相同。

（3）$*$-近似区域

给定信息系统 $IS=(U,A,V,\rho)$，$X\subseteq U$ 关于不可分辨关系 A 的 3 种 $*$-近似区域分别定义如下：

$*$-正域：$POS_A^*(X)=\bigcup\{E|P(X|E)>P(X),E\in U/A\}$；

$*$-负域：$NEG_A^*(X)=\bigcup\{E|P(X|E)<P(X),E\in U/A\}$；

$*$-边界域：$BND_A^*(X)=\bigcup\{E|P(X|E)=P(X),E\in U/A\}$。

相比事件 X 的先验概率，$*$-正域由 U/A 中可增加事件 X 发生后验概率的原子集构成，即当增加 $*$-正域中的信息，事件 X 发生的置信度增加，从而在新的证据下相信事件 X 将更可能发生。$*$-负域由 U/A 中可降低事件 X 发生后验概率的原子集构成，即当增加 $*$-负域中的信息，事件 X 发生的置信度将减小，从而在新的证据下相信事件 X 不可能发生的概率增加。任何属于 U/A 的原子集，若包含于 X 的 $*$-边界域中，则与事件 X 独立，即 $*$-边界域中的信息对进一步判断事件 X 发生概率没有意义。

2 二值决策 Bayesian 粗糙集模型知识约简

以下讨论令 $A=C\cup D$，C 为条件属性集，D 为决策属性集，则信息系统 IS 变为决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$。对于二值决策问题 Bayesian 粗糙集模型，不失一般性，记 $U/D=\{X,\neg X\}$，则 X 与其补集 $\neg X$ 的 $*$-近似区域有如下性质[8]：

性质 1（对偶性）

$POS_C^*(X)=NEG_C^*(\neg X)$ 且 $NEG_C^*(X)=POS_C^*(\neg X)$

性质 2（等价性）

$BND_C^*(X)=BND_C^*(\neg X)$

依据性质 1 与性质 2，若求得 X 的 $*$-近似区域，则其补集的 $*$-近似区域可直接获得。

Slezak[8] 采用全局相对增益函数建立了二值决策问题 Bayesian 粗糙集属性约简模型。给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，基于置信增益函数，事件 $X\in U/D$ 关于原子集 $E\in U/C$ 的局部相对增益函数定义为：

$$r(X|E)=\max\{g(X|E),g(\neg X|E)\} \tag{3}$$

从而事件 X 关于条件属性集 C 的全局相对增益函数定义为：

$$R(X|C)=\sum_{E\in U/C}P(E)r(X|E) \tag{4}$$

局部相对增益函数反映了增加新证据 E 后，X 或者 $\neg X$ 发生的置信度的增加程度。由性质 1，若一个决策类发生的置信度增加，则另一个决策类发生的置信度将降低，从而说明新增加的证据对于做出进一步的决策判定提供了有益的信息。否则，新增加的证据关于两个互补决策类均独立，对于进一步的决策判定没有提供有益信息。全局相对增益反映了在条件属性集 A 下，事件 X 发生的平均相对增益。

定理 1[8] 给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$U/D=\{X,\neg X\}$，$\forall B\subseteq C$，则有 $R(X|B)\leqslant R(X|C)$，等号成立当且仅当 $POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $POS_C^*(\neg X)\subseteq POS_B^*(\neg X)$。

根据性质 1 中对偶性，定理 1 中等号成立当且仅当 $POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $NEG_C^*(X)\subseteq NEG_B^*(X)$。

约简属性前后若保持事件 X 全局相对增益不变，根据定理 1，X 的 $*$-正域不会因包含于 $*$-边界域和 $*$-正域中的原子集合并而发生改变。X 的 $*$-负域不会因包含于 $*$-边界域和 $*$-负域中的原子集合并而改变。从而定理 1 本质上将 X 关于属性集 C 的 $*$-正域与 $*$-负域中的对象进行区分，即属性约简过程中，隶属于 $*$-正域中的原子集不能与隶属于 $*$-负域中的原子集发生合并。

Ziarko[9] 采用归一化期望绝对增益函数亦给出了一种二值决策问题下 Bayesian 粗糙集属性约简模型。给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，基于绝对增益函数，事件 X 关于属性集 C 的期望绝对增益函数定义如下：

$$egabs(X|C)=\sum_{E\in U/C}P(E)gabs(X|E) \tag{5}$$

易验证 $\forall E\in U/C$，均有 $gabs(X|E)=gabs(\neg X|E)$，故 $egabs(X|C)=egabs(\neg X|C)$。期望绝对增益函数度量了 X 或其补集 $\neg X$ 在新分类信息下平均绝对置信度增益。

由于 $0\leqslant egabs(X|C)\leqslant 2P(X)(1-P(X))$[9]，从而归一化期望绝对增益函数定义为：

$$\lambda(X|C)=\frac{egabs(X|C)}{2P(X)(1-P(X))} \tag{6}$$

$\lambda(X|C)\in[0,1]$，若 X 关于 U/A 为精确集，则有 $\lambda(X|A)=1$。

定理 2 给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$U/D=\{X,\neg X\}$，$\forall B\subseteq C$，则有 $\lambda(X|B)\leqslant\lambda(X|C)$，等号成立当且仅当 $POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $NEG_C^*(X)\subseteq NEG_B^*(X)$。

证明：由于 $2P(X)(1-P(X))$ 在给定决策表下为一常数，因此仅需证明：$egabs(X|B)\leqslant egabs(X|C)$，且要使等号成立，当且仅当 $POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $NEG_C^*(X)\subseteq NEG_B^*(X)$。

$\forall F\in U/B$，F 可表示为 $F=\cup\{E|E\in U/C,E\subseteq F\}$，从而若 $P(X|F)\geqslant P(X)$，则有：

$$\begin{aligned}&P(F)(P(X|F)-P(X))\\&=P(X\cap F)-P(X)P(F)\\&=\sum_{E\subseteq F}(P(X\cap E)-P(X)P(E))\\&\leqslant\sum_{E\subseteq F}|P(X\cap E)-P(X)P(E)|\\&=\sum_{E\subseteq F}P(E)|P(X|E)-P(X)|\end{aligned} \tag{7}$$

同理，若 $P(X|F)\leqslant P(X)$，有：

$$P(F)(P(X)-P(X|F))\leqslant\sum_{E\subseteq F}P(E)|P(X|E)-P(X)|$$

故可得：

$$\begin{aligned}&\sum_F P(F)|P(X|F)-P(X)|\\&\leqslant\sum_F\sum_{E\subseteq F}P(E)|P(X|E)-P(X)|\\&=\sum_E P(E)|P(X|E)-P(X)|\end{aligned}$$

即说明 $egabs(X|B)\leqslant egabs(X|C)$。式(7)中等号成立当且仅当 $\forall E\subseteq F$，均有 $P(X|E)\geqslant P(X)$，这表明式(7)成立当且仅当 $P(X|F)\geqslant P(X)\rightarrow\forall_{E\subseteq F}P(X|E)\geqslant P(X)$ 成立。同理，可得 $P(X|F)\leqslant P(X)\rightarrow\forall_{E\subseteq F}P(X|E)\leqslant P(X)$。前者说明若 $F\subseteq POS_B^*(X)\cup BND_B^*(X)$，则 $\forall E\subseteq F$，有 $E\subseteq POS_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$，后者表明 $F\subseteq NEG_B^*(X)\cup BND_B^*(X)$，则 $\forall E\subseteq F$，有 $E\subseteq NEG_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$。从而可得：

$POS_B^*(X)\cup BND_B^*(X)\subseteq POS_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$

且 $NEG_B^*(X)\cup BND_B^*(X)\subseteq NEG_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$。

这说明属性约简过程中保持期望绝对增益不变，若 U/C 中的原子集可以发生合并，则当仅当合并的原子集均包含于 $POS_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$ 或者 $NEG_C^*(X)\cup BND_C^*(X)$ 中。这与 $POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $NEG_C^*(X)\subseteq NEG_B^*(X)$ 等价，故得证。

依据定理 1 和定理 2，全局相对增益函数和期望绝对增益函数均将 X(或者 $\neg X$)关于条件属性集 C 的 $*$-正域和 $*$-负域中的对象进行区分，从而基于两者建立的属性约简模型可通过如下统一形式予以描述：

记 $\forall\varphi\in\{R,\lambda\}$，给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$\forall B\subseteq C$，若 B 满足：

(1) $\varphi(D|B)=\varphi(D|C)$；

(2) $\forall b\in B$，均有 $\varphi(D|B-\{b\})<\varphi(D|B)$。

称 B 为属性集 C 相对于 D 的一个 Bayesian 粗糙集属性约简。

条件(1)反映了属性集 B 的联合充分性，即说明属性集 B 可充分保持分类近似度量 R 或者 λ 约简属性前后不变。条件(2)表明属性集 B 满足个体独立性，即继续从 B 中删除任意属性，分类近似度量 R 或者 λ 都将发生改变。

3 属性约简分辨矩阵表示

分辨矩阵和分辨函数[16]常用于粗糙集理论知识约简，对于二值决策问题 Bayesian 粗糙集属性约简模型，亦可建立相应分辨矩阵描述。

给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$U/D=\{X,\neg X\}$，$\forall x\in U$，其关于 X的特征函数定义为：

$$\delta_X(x)=\begin{cases}1, & x\in POS_C^*(X)\\0, & x\in BND_C^*(X)\\-1, & x\in NEG_C^*(X)\end{cases} \tag{8}$$

给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$U/D=\{X,\neg X\}$，分辨矩阵定义为 $n\times n$ 矩阵 $DM(DT)=(c_{ij})_{n\times n}$，其中元素 c_{ij} 满足：

$$c_{ij}=\begin{cases}\{a|a\in C\wedge\rho(x_i,a)\neq\rho(x_j,a)\}, & \Omega\\\varnothing, & \text{其他}\end{cases} \tag{9}$$

式中，Ω 满足：$1\leqslant j<i\leqslant n$ 且 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=-1$。依据 X 及其补集的 $*$-近似区域具有对偶性和等价性，分辨矩阵建立过程中，无论采用对象关于 X 的特征函数，还是采用对象关于 $\neg X$ 的特征函数，$DM(DT)=(c_{ij})_{n\times n}$ 具有相同的矩阵元素。

定理 3 给定决策表 $DT=(U,C\cup D,V,\rho)$，$U/D=\{X,\neg X\}$，其对应分辨矩阵为 $DM(DT)=(c_{ij})_{n\times n}$。$\forall B\subseteq C$，$B$ 为一个 Bayesian 粗糙集属性约简当且仅当 B 满足：

(1) $\forall i,j(1\leqslant j<i\leqslant n)$，若 $c_{ij}\neq\varnothing$，则有 $B\cap c_{ij}\neq\varnothing$；

(2) $\forall b\in B$，则 $\exists i,j,c_{ij}\neq\varnothing$，使得 $(B-\{b\})\cap c_{ij}=\varnothing$。

证明：记 $U/C=\{E_1,E_2,\cdots,E_s\}$，$U/B=\{F_1,F_2,\cdots,F_t\}$。

充分性：不失一般性，设 $\exists F_k\in U/B$ 可表示为 $F_k=E_i\cup E_j$。依据式(9)，对于 $\forall x_i\in E_i$ 和 $\forall x_j\in E_j$，满足 $c_{ij}=\varnothing$，即 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=0$ 或者 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=1$。若不然，由条件(1)有 $B\cap c_{ij}\neq\varnothing$，则 E_i 和 E_j 在属性集 B 下不能发生合并。从而根据定理 2 证明有：$POS_C^*(X)\subseteq POS_B^*(X)$ 且 $NEG_C^*(X)\subseteq NEG_B^*(X)$，即 $\varphi(D|B)=\varphi(D|C)$。

$\forall b\in B$，$\exists i,j,c_{ij}\neq\varnothing$，使得 $(B-\{b\})\cap c_{ij}=\varnothing$，结合条件(1)，由于 $B\cap c_{ij}\neq\varnothing$，从而有 $B\cap c_{ij}=\{b\}$，这表明 $\rho(x_i,b)\neq\rho(x_j,b)$，$\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=-1$ 且 $\forall b'\in(B-\{b\})$，均有 $\rho(x_i,b')=\rho(x_j,b')$。故 $\exists E_i,E_j\in U/C$，其中 $x_i\in E_i$ 和 $x_j\in E_j$，在属性集 $B-\{b\}$ 下将发生合并，即分别隶属于 $*$-正域与 $*$-负域中的原子集将发生合并。依据定理 2 的证明，则有 $\varphi(D|B-\{b\})<\varphi(D|C)$。从而证明属性集 B为一个 Bayesian 粗糙集模型属性约简。

必要性：由于 B 为一个 Bayesian 粗糙集模型属性约简，则有 $\varphi(D|B)=\varphi(D|C)$。不失一般性，设 $F_k\in U/B$ 可表示为 $F_k=E_i\cup E_j$。依据定理 2，$\forall x_i\in E_i$ 和 $\forall x_j\in E_j$，由于 E_i 与 E_j 可以发生合并，故 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)\neq-1$，即有 $c_{ij}=\varnothing$。

对于 $\forall E_i,E_j\in U/C$，若它们在属性集 B 下不能发生合并，则 $\exists b\in B$，使得 $\rho(x_i,b)\neq\rho(x_j,b)$，这种情况下，若 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)\neq-1$，则 $c_{ij}=\varnothing$；若 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=-1$，则有 $c_{ij}=\{b|b\in B,\rho(x_i,b)\neq\rho(x_j,b)\}\neq\varnothing$。从而有 $\forall i,j(i\neq j)$，若 $c_{ij}\neq\varnothing$，则 $B\cap c_{ij}\neq\varnothing$。

$\forall b\in B$，若 $\varphi(D|B-\{b\})<\varphi(D|B)=\varphi(D|C)$，则表明 $\exists E_i,E_j\in U/C$ 在属性集 B 下不会发生合并，但它们在属性

(下转第 231 页)

细心的学者可以发现本文物料 3 的库存保管费用为 4，物料 3 的需求量为{10,15,10,12,10}。如果按照文献[1]的结果，在第 5 个时期生产 25 个，而在第 6 个时期不生产，则需要在第 5 个时期存储 10 个单位物料 3，其库存保管费用为 40。由于物料 3 的生产准备费用在第 6 个时期为 30，可以很容易地发现第 6 个时期生产 10 个单位物料 3 的费用要比在第 5 个时期存储 10 个单位物料 3 的费用要低。因此，本文算法的计算结果是完全正确的。

结束语 本文基于 C 语言，采用 VC++6.0 对 RCWW-STVS 算法进行编程实现，验证了其正确性和作者对该算法理解的正确性，发现了原文献的错误。本文成果为进一步开发有效的、基于智能优化算法的 LSP 问题求解工具，提供了有力的代码保障和基础支撑，具有重要的科学意义和研究价值。

参考文献

[1] Pitakaso R, Almeder C, Doerner K F, et al. A MAX-MIN ant system for unconstrained multi-level lot-sizing problems [J]. Computers & Operations Research, 2007, 34(9): 2533-2552

[2] Dellaert N, Jeunet J. Randomized multi-level lot-sizing heuristics for general product structures [J]. European Journal of Operations Research, 2003, 148(1): 211-228

[3] Harris F. How many parts to make at once [J]. The Magazine of Management, 1913, 10(2): 135-136

[4] Wagner H, Whitin T. Dynamic version of the economic lot size model [J]. Management Science, 1958, 5(1): 89-96

[5] Coleman B. A further analysis of variable demand lot-sizing techniques [J]. Production and Inventory Management, 1992, 33(3): 19-24

[6] Wagelmans A, Van Hoesel S, Kolen A. Economic lotsizing: an O(*n*log*n*) algorithm that runs in linear time in the Wagner-Whitin case [J]. Operations Research, 1992, 40(S1): 145-155

[7] Aggarwal A, Park J. Improved algorithms for economic lot-size problem [J]. Operations Research, 1993, 41(3): 549-571

[8] Federgruen A, Tzur M. A simple forward algorithm to solve general dynamic lot sizing models with *n* periods in O(*n*log*n*) or O(*n*) time [J]. Management Science, 1991, 37(8): 909-925

[9] 唐立新，杨自厚，王梦光. 单级无能力约束批量大小问题的遗传搜索算法 [J]. 东北大学学报：自然科学版，1997，18(3)：312-315

[10] Schussel G. Job-shop lot release sizes [J]. Management Science, 1968, 14(8): B449-B472

[11] 韩毅. 离散制造业中生产批量计划问题的求解算法研究[D]. 沈阳：东北大学，2009

（上接第 216 页）

集 $B-\{b\}$ 下可以发生合并，其中 $x_i\in E_i$，$x_j\in E_j$ 满足 $\delta_X(x_i)\delta_X(x_j)=-1$。故 $\rho(x_i,b)\neq\rho(x_j,b)$ 且 $\forall b'\in(B-\{b\})$，均有 $\rho(x_i,b')=\rho(x_j,b')$。依据式(9)，有 $b\in c_{ij}$ 且 $\forall b'\in(B-\{b\})$，均有 $b'\notin c_{ij}$，故 $(B-\{b\})\cap c_{ij}=\emptyset$。从而说明 $\forall b\in B$，$\exists i,j,c_{ij}\neq\emptyset$，使得 $(B-\{b\})\cap c_{ij}=\emptyset$。

定理 3 说明，对于二值决策问题，基于全局相对增益函数和基于期望绝对增益函数构建的 Bayesian 粗糙集属性约简模型可通过统一的形式予以描述，其实质是将各决策类关于条件属性集 C 的 *-正域与 *-负域中的对象进行分辨，即保持各决策类关于条件属性集 C 的 *-正域与 *-负域在属性约简过程中均不减小，从而使得各决策类关于 U/C 各原子集的后验概率在属性约简前后保持不变。

结束语 Bayesian 粗糙集模型综合了粗糙集理论与 Bayesian 推理的优点，对现实问题处理所得结论的可解释性更强。在分析目前二值决策问题中两种 Bayesian 粗糙集属性约简模型的基础上，证明了基于全局增益函数及期望绝对增益函数建立的二值决策问题属性约简模型等价。作为重要的知识表示形式，分辨矩阵在粗糙集理论知识约简研究中具有重要地位。对于二值决策问题 Bayesian 粗糙集属性约简模型给出了相应的分辨矩阵表示，从而 Pawlak 经典粗糙集模型中已有基于分辨矩阵的知识约简策略及算法可直接平移应用于 Bayesian 粗糙集模型。现实应用中，人们往往面对多值决策问题，如何在二值决策 Bayesian 粗糙集理论基础上，构建多值决策问题下 Bayesian 粗糙集近似度量指标及属性约简模型将是下一步的主要研究工作。

参考文献

[1] Pawlak Z. New look on Bayes' theorem-The rough set outlook [C]//Proc. of RSTGC'2001. Matsue Shimane, Japan, 2001: 1-8

[2] Pawlak Z. A rough set view on Bayes' theorem[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2003, 18(5): 487-498

[3] Slezak D, Ziarko W. Bayesian rough set model[C]//Proc. of the International Workshop on Foundation of Data Mining (FDM'2002). Maebashi, Japan, 2002: 131-135

[4] Ziarko W. Variable precision rough set model [J]. Journal of Computer and System Sciences, 1993, 46(1): 44-54

[5] Slezak D. Attribute reduction in the Bayesian version of variable precision rough set model[J]. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 2003, 82(4): 1-11

[6] Nishina T, Nagamachi M, Tanaka H. Variable precision Bayesian rough set model and its application to Kansei engineering [J]. *Transactions on Rough Sets V*, LNCS, *Springer-Verlag*, 2006, 4100: 190-206

[7] Widz S, Revett K, Slezak D. A hybrid approach to MR imaging segmentation using unsupervised clustering and approximate reducts[C]// Proc. of RSFDGrC'2005, LNAI. Springer-Verlag, 2005, 3642: 372-382

[8] Slezak D, Ziarko W. The investigation of the Bayesian rough set model[J]. International Journal of Approximation Reasoning, 2005, 40(1/2): 81-91

[9] Ziarko W. Probabilistic approach to rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2008, 49(2): 272-284

[10] 王虹，张文修. 关于贝叶斯粗糙集模型的知识约简[J]. 计算机科学，2005，32(11)：150-151

[11] 蔡娜，张雪峰. 基于贝叶斯粗糙集模型的属性约简[J]. 计算机工程，2007，33(24)：46-48

[12] 韩敏，张俊杰，彭飞，等. 一种基于多决策类的贝叶斯粗糙集模型[J]. 控制与决策，2009，24(11)：1615-1619

[13] Pawlak Z, Skowron A. Rudiments of rough sets[J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 3-27

[14] 王国胤，姚一豫，于洪. 粗糙集理论与应用研究综述[J]. 计算机学报，2009，32(7)：1229-1246

[15] Ziarko W. Stochastic approach to rough set theory[C]//Proc. of RSCTC 2006, LNAI. Springer-Verlag, 2006, 4259: 38-48

[16] Skowron A, Rauszer C. The discernibility matrices and functions in information systems[M]. Slowinski R, et al., eds. Intelligent Decision Support Handbook of Applications and Advances of the Rough Sets Theory, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 1991: 331-362