基于TdPN的迷宫问题求解

叶剑虹[1] 叶 双[1] 宋 文[2] 孙世新[3]
(华侨大学计算机科学与技术学院 泉州 362021)[1] (西华大学数学与计算机学院 成都 610039)[2]
(电子科技大学计算机科学与工程学院 成都 610054)[3]

摘 要 在对传统迷宫求解算法的不足进行分析的基础上,提出一种新的基于时延Petri网求迷宫通路的算法(Algorithm of Maze problem based on TdPN,M-TdPN)。先将迷宫中冗余点填充为墙,再将简化后的迷宫转换成时延Petri网,利用Petri网的并发性,保证运行过程中每个参与活动的托肯个体都有自己的活动轨迹,最终出口库所中每个托肯上附着的全序时间线即为迷宫中通路。算法有效地提高了迷宫中可行路径的搜索效率。仿真结果表明,对多拐点、大规模的复杂迷宫的求解效果优于回溯法。

关键词 时延Petri网,迷宫,并发,托肯标签
中图法分类号 TP301.6 **文献标识码** A

Maze Problem's Solution Based on Timed Petri-net

YE Jian-hong[1] YE Shuang[1] SONG Wen[2] SUN Shi-xin[3]
(School of Computer Science & Technology, Huaqiao University, Quanzhou 362021, China)[1]
(School of Mathematics & Computer Engineering, Xihua University, Chengdu 610039, China)[2]
(School of Computer Science & Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)[3]

Abstract M-TdPN, an improved search algorithm, was presented in this paper in view of the shortage of traditional solutions of maze problem. Redundancy points were eliminated to reduce the space complexity. The timed Petri net was applied to simulate the maze. Using the concurrency, every token has its own traces. The flags attached on tokens in the end place are the feasible paths of maze problem. The searching efficiency is improved effectively. Results of experimental showed that the M-TdPN algorithm has better search results in case of more complicated maze or more impasse vertexes specially.

Keywords Timed petri nets, Maze problem, Concurrency, Token flag

1 引言

迷宫问题是图形学、图论和数据结构等领域的一个经典问题。战略决策、机器人路径规划等智能问题都可以转化为迷宫问题的求解。求解迷宫问题的一般算法是采用与大多数人的思维类似的穷举求解(回溯)方法[1],即从入口出发,顺某一方向向前探索,若能走通,则继续向前走,否则沿原路退回,换一个方向再继续探索,直至所有可能的路径都被探索到为止。按这种方法,如果某一方向不通,除了每退一步都要判断当前位置两侧是否有未走过的路径之外,还要记录已经走过的各点及经过各点时所对应的前进方向,从而使编程过程变得难以理解和实现。随着迷宫规模的增大和复杂性的增加,算法的空间和时间复杂度呈指数增加。

近年来,研究人员尝试借助不同方法对迷宫问题加以求解。文献[2-4]利用蚁群算法求迷宫问题的最优路径,取得了一定效果,但蚁群算法收敛速度慢,易出现停滞现象,每只蚂蚁每走一步都要花费大量的时间来记忆其走过的路径,检测是否出现自相交。如果迷宫规模较大,这种检测的代价会非常高。文献[5-8]尝试利用遗传算法求解迷宫问题,通过对遗传算法中染色体编码、初始群体的设定、适应值函数的设计、遗传操作的设计和算法控制参数的设定,可以解决一般的迷宫问题,对具有多分岔路的迷宫比穷举法更具优势,但遗传算法理论上无法保证所求路径为最短路。文献[9,10]模仿细胞自动机的全局演化,消除迷宫布局中的岔路,本质上是穷举法的变种。相比上述几种方法,本文将采用一种新的思路分析迷宫问题,先将迷宫通道中的冗余路径加以填充,修正后的通道用有向图描述,并将其转换成时延Petri网(Timed Petri net,TdPN)。运行该Petri网并做动态分析,最终出口库所中每个托肯上所附着的全序运动轨迹即为该迷宫中的通路。

本文第2节给出基本概念;第3节提出迷宫冗余路径的

到稿日期:2010-08-25 返修日期:2010-12-30 本文受国家自然科学基金(60473030),厦门市科技计划项目(3502Z20103027),华侨大学科研启动基金项目(09BS514)资助。

叶剑虹(1976—),男,博士,讲师,CCF会员,主要研究方向为大规模分布式并行计算、Petri网理论及应用,E-mail:leafever@163.com;叶 双(1977—),女,硕士,讲师,主要研究方向为工作流及流媒体网络;宋 文(1956—),男,硕士,教授,硕士生导师,CCF高级会员,主要研究方向为Petri网理论、数理逻辑;孙世新(1940—),男,博士,教授,博士生导师,CCF高级会员,主要研究方向为分布式并行计算、网格技术。

填充算法；第 4 节给出基于时延 Petri 网的并发算法；第 5 节进行实验仿真；最后总结全文。

2 基本概念

Petri 网是一种应用于许多领域的图形和数学建模工具。本文假定读者已具有基本知识，仅给出本文所需概念。求解迷宫问题的经典穷举回溯法，本文也不多加赘述。

定义 1[11,12] 一个基本 Petri 网系统是一个六元组 $\Sigma=(P,T;F,K,W,M)$，满足：

(1)$P=\{p_1,p_2,\cdots,p_m\}$是一个有限库所集(place set)；

(2)$T=\{t_1,t_2,\cdots,t_n\}$是一个有限变迁集(transition set)；

(3)$P\cap T=\phi, P\cup T\neq\phi$；

(4)$F\subseteq(P\times T)\cup(T\times P)$，$F$ 是 N 上的流关系(flow relation)，其元素叫弧；

(5)$dom(F)\cup cod(F)=P\cup T, dom(F)=\{x\mid\exists y:(x,y)\in F\}, cod(F)=\{x\mid\exists y:(y,x)\in F\}$；

(6)M 是标识函数(marking)：$P\to N, N=\{0,1,2,\cdots\}, K$ 为容量函数(capacity function)：$P\to Z^+, Z^+=\{1,2,\cdots\}; W: F\to N$ 称为网 N 上的权函数。

一般网系统都可借助原型网(elementary net system)加以定义，即 $\forall p\in P:K(p)=\infty, \forall(x,y)\in F: W(x,y)=1$。以下除非特别说明，讨论均基于原型网系统。

定义 2[13] 时延 Petri 网是一个二元组 TdPN$=(\Sigma,DI)$，其中 Σ 是一个网系统，DI 是定义在变迁集 T 上的时间函数，即 $DI:T\to R^+$，R^+ 表示非负实数集。对于 $t\in T, DI(t)=a$ 表示变迁 t 的发生需要 a 个单位时间来完成。特别地，若 $a=0$，则该变迁称为瞬时变迁。

时延 Petri 网很好地体现了某一事件发生的开始与结束之间的一段时间的停滞。

定义 3 设 TdPN$=(\Sigma,DI)$是一个时延 Petri 网，M_0 是 Σ 的初始标识，若 $M\in R(M_0)$，$\exists t\in T$，s.t. $M[t>M'\wedge M'(p)>0$，则 p中所含 token 的标签定义为 $TokenFlag(M'(p),\tau_p)$，满足 $TokenFlag(M'(p))=\prod_{p'\in\cdot t\wedge p\in t^\cdot}(TokenFlag(M(p'))\circ p); TokenFlag(\tau_p)=\max(TokenFlag(\tau_{p'}))+DI(t)$。其中，$\circ$ 是一种连接运算。

即托肯的流动将随着变迁 t 的发生带上 $\cdot t$ 中库所信息及变迁 t 的时延函数。初始标识 M_0 下，若 $M_0(p)>0$，则 $TokenFlag(M_0(p))=\phi\wedge TokenFlag(\tau_p)=\phi$。

图 1 中，$M_0=(1,0,0,0,0,0)[t_1>M_1=(0,1,1,0,0,0)$，$p_2$ 中托肯所含标签为 $TokenFlag(M_1(p_2),\tau_{p_2})=(p_1,6)$。经过一个变迁序列 $\sigma=t_1t_2t_3t_4$ 后，有 $M_0[\sigma>M'=(0,0,0,0,0,1)$，$TokenFlag(M'(p_6),\tau_{p_6})=((p_1\circ p_2\circ p_4)\cdot(p_1\circ p_3\circ p_5)),13)$。

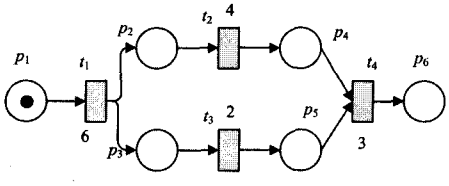

图 1 托肯标签

定义 4[14] 有向图 $G=(V,E,\omega)$，其中 V 表示顶点的集合，E 表示边的集合，$\omega_{\langle v_k,v_l\rangle}$ 表示弧 $\langle v_k,v_l\rangle$ 上的权值。$Adj(v_k)$表示与顶点 v_k 相邻接的顶点集合，有

$$Adj^+(v_k)=\{v_l\mid\langle v_k,v_l\rangle\in E\}$$

$$Adj^-(v_k)=\{v_l\mid\langle v_l,v_k\rangle\in E\}$$

3 冗余路径的填充

传统迷宫问题的解法存在几个问题：①必须记住每一点的前进方向。如图 2 的迷宫，从入口走到点(4,2)时，发现向南、向东均可行。如果选择的方向(如向南)最终是死路，则要退回到该点，走其他的方向。②在迷宫中还会存在一些弯路，即在某一个路口沿某一个可行方向走了一圈又回到该路口，按传统方法会将这段弯路体现在最终得到的路径中。③对于每一个可行点，需要先判断东边是否可行。若不可行，则再判断南边，依次再是西、北，按此方法，有时候会将某个可行区域的边缘全走一遍，增加了最终通路的长度。

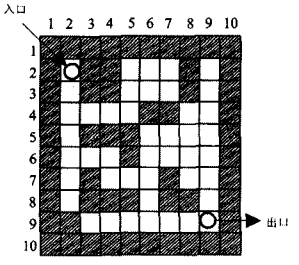

图 2 迷宫

迷宫中总会有若干段可行区域，用墙填充该区域局部，并不影响迷宫中的通路。如图 2 所示，由(2,5)到(3,7)6 个点所围成的矩形区域，若(2,7)点被填充为墙，则不影响该区域中的通路。类似的区域还有由(5,6)到(6,9)所围成的矩形。分析可知，能被填充的可行区域是由一个个“田”字形状构成。规定扫描顺序从东到西，从北到南。图 2 中，先扫描第一个点(2,9)，它与邻点(2,8)、(3,8)、(3,9)并不构成一个可行的“田”字区域，该点不可填充。接着向西扫描下一个可行点(2,7)，发现它是一个“田”字形的一部分，若点(2,7)还满足算法 1 中进一步的约束，则该点可被填充。

算法 1 冗余点填充算法(Algorithm of Redundancy points Elimination，RpE)

输入：$m\times n$ 的迷宫 maze

输出：消除冗余点后的迷宫

```
RpE(MazeType maze)
{ for(i=2,i<=m-1;i++)
    for(j=n-1,j>=2;j--) //扫描顺序从东到西,从北到南
      {if(maze[i][j]==0&& maze[i][j-1]==0&& maze[i+1]
[j-1]==0&& maze[i+1][j]==0)
        //用矩阵存储迷宫信息时,用 0 表示该点为通路,1 表示该
点为墙
     {if(! (maze[i-1][j+1]==1&& maze[i+1][j+1]==1) ||
       ! (maze[i-1][j-1]==1&& maze[i-1][j+1]==1) ||
       ! (maze[i-1][j]==1&& maze[i+1][j+1]==1) ||
       ! (maze[i-1][j-1]==1&& maze[i+1][j+1]==1))
maze[i][j]=1;}
    }
}
```

显然，图 2 中点(2,7)、(2,6)可依次被填充为墙。点(4,9)不满足约束条件，不可填充。依此类推，可消除迷宫中其他冗余点，为下一节的转换算法打下基础。

定理 1 冗余点填充算法 RpE 不影响原迷宫中可行通路。

证明:反证法。如图 3(a)所示,将$(i,j-1)$至$(i+1,j)$围成的可行区域中点(i,j)填充为墙,可能影响的路径有:①$(i,j)\rightarrow(i,j+1)$;②$(i,j)\rightarrow(i-1,j)$。点(i,j)被填充后,原迷宫中通路①被拥塞的情况只会出现在图 3(b)、(c)所示结构,点(i,j)在该区域中处于"咽喉"位置。类似的位置还有图 3(d)、(e)的结构,其余情况下,可行"田"字区域右上角点的填充不影响原迷宫中通路,结论成立。证毕。

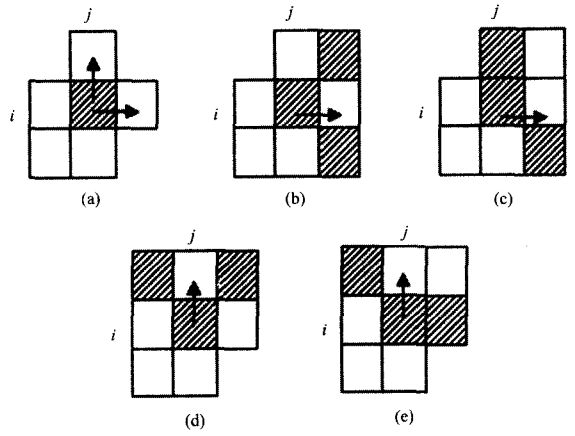

图 3 定理 1 证明图示

4 基于时延 Petri 网的并发算法

4.1 算法实现

基于时延 Petri 网的并发算法充分利用 Petri 网的并发特性与资源约束,其基本思想是从起始节点出发,托肯运行流经网络,逐步向外层扩展,直至目标节点。每个参与活动的托肯个体都有自己的活动踪迹,它们构成一条全序时间线。算法具体步骤如下。

算法 2 基于时延 Petri 网的并发算法(Algorithm of Maze problem based on TdPN, M-TdPN)

输入:$m\times n$ 的迷宫 maze

输出:迷宫中所有可行通路

步骤 1 将 maze 经 RpE 算法做预处理,转向步骤 2。

步骤 2 maze 被转换为一个无向图。迷宫中每个可行点(i,j)转换成图中的一个结点v_{ij},相邻结点之间用权为 1 的线段加以相连,转向步骤 3。

步骤 3 将无向图转换为有向图,转换遵循规则 1。转向步骤 4。

规则 1 从入口结点开始,遵循由东到南、由西到北的原则对无向线段标注方向。

如图 4(a)所示,图 2 中迷宫被转化为相应的有向图。

步骤 4 有向图简化为带权图,遵循规则 2,转向步骤 5;

规则 2 若结点v_{ij}满足$|Adj^+(v_{ij})|=|Adj^-(v_{ij})|=1$,则可将$v_{ij}$与其前置结点$Adj^+(v_{ij})$合并,且有$\omega_{\langle Adj^-(v_{ij}),Adj^+(v_{ij})\rangle}=\omega_{\langle Adj^-(v_{ij}),v_{ij}\rangle}+\omega_{\langle v_{ij},Adj^+(v_{ij})\rangle}$。

如图 4(b)所示,有向图进一步被简化为一个带权图。

步骤 5 将带权有向图转换成 Petri 网,点v_{ij}映射成库所,弧$\langle v_{ij},v_{kl}\rangle$映射成变迁,$\omega_{\langle v_{ij},v_{kl}\rangle}$映射为对应时延变迁的时延时间。若$|Adj^+(v_{ij})|>1$,则点$v_{ij}$与其后置结点$Adj^+(v_{ij})$之间需额外添加一个具有 AND-split 功能[15-17]的瞬时变迁。转向步骤 6;

如图 4(c)所示,带权有向图进一步被转换成时延 Petri 网,未标识数字的变迁均为瞬时变迁。为满足 Petri 网发生规则所添加的辅助库所在托肯标签中不做标注。

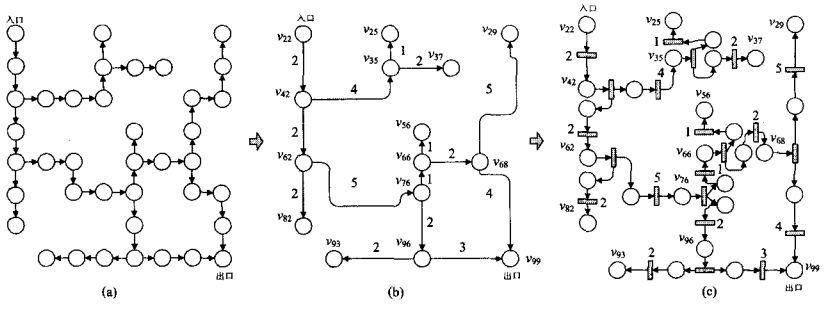

图 4 迷宫转换成 TdPN

步骤 6 入口库所中v_{22}实现托肯加载,运行该 Petri 网,当网中所有变迁均已发生,求出出口库所$v_{(m-1)(n-1)}$中所含托肯。每个托肯上所含标签即是一条从入口到出口的通路,对应的时间函数揭示了该通路在迷宫中的路径长度;转向步骤 7。

步骤 7 输出迷宫中入口到出口的所有通路及其中的最短通路,算法结束。

运行图 4(c)中时延 Petri 网 N,最终可在v_{99}中得到 2 个带标签函数的托肯,即存在$M_0[\sigma_1>M'$与$M_0[\sigma_2>M''$,满足v_{99}中托肯均不为 0。且$TokenFlag(M'(v_{99}),\tau_{v_{99}})=(v_{22}\circ v_{42}\circ v_{62}\circ v_{76}\circ v_{66}\circ v_{68}\circ v_{99},16)$,$TokenFlag(M''(v_{99}),\tau_{v_{99}})=(v_{22}\circ v_{42}\circ v_{62}\circ v_{76}\circ v_{96}\circ v_{99},14)$。显然,图 2 迷宫的最短通路长 12。可借助 HPSim, exspect 等 Petri 网软件平台求解整个网的运行。

4.2 时间复杂度分析

不妨令需求解的迷宫具有中等复杂程度,有 $n\times n$ 维,含$n^2/2$ 个点组成的墙和 $2n$ 个拐点。M-TdPN 算法的时间复杂度由两部分构成:一部分是填充迷宫中的冗余点算法 RpE,其时间复杂度为$O(n^2)$;另一部分则是将迷宫转换成时延 Petri 网并运行该 Petri 网所需的时间。从迷宫到无向图,近似认为可在单位时间内完成;不走回头路的情况下,无向图到有向图的转换所需时间复杂度为$O(n^2/2)$;从有向图到加权图,所需时间为$O(2n)$;对加权图到 TdPN 的映射,也可近似认为在单位时间内完成;Petri 网的托肯加载及变迁运行,最坏情况下所需时间为$O(n^2)$。

综上所述,算法 2 总的时间复杂度为$O(n^2+n^2/2+2n+n^2)=O(5n^2/2+2n)$。

(下转第 260 页)

[12] 袁明新，杜海峰，王孙安，等. 一种基于种群熵的混沌小世界优化算法[J]. 西安交通大学学报，2008，9(42)：1137
[13] 杨新艳，王晓华. 分散式小世界优化策略[J]. 苏州大学学报：工科版，2007，3(27)：41
[14] Watts D J，Dodds P S，Newman M E J. Identity and search in social networks[J]. Science，2002，296(5571)：1302
[15] Sharma B D，Khanna R K. On m-ary Gray Codes[J]. Information and Control，1978，15：31
[16] 张公礼，许春香. 混合进制格雷码[J]. 西北电讯工程学院学报，1985，4：1
[17] Conway J H，Sloane N J A，Wilks A R. Gray codes for reflection groups[J]. Graphs and Combinatorics，1989，5：315-325
[18] Price K V. Differential evolution：a fast and simple numerical optimizer [C]// 1996 Biennial Conference of the North American Fuzzy Information Processing Society. Piscataway，USA：IEEE Press，1996：524-527
[19] Eberhart R C，Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization[C]// Proceedings of the Evolutionary Computation. Piscataway，USA：IEEE Press，2000：84-88
[20] 焦李成，杜海峰，刘芳，等. 免疫优化：计算、学习与识别[M]. 北京：科学出版社，2006：402
[21] Leung Y W，Wang Y. An orthogonal genetic algorithm with quantization for global numerical optimization [J]. Evolutionary Computation，2001，5(1)：41
[22] Madsen K. Nonlinear approximation and engineering design [EB/OL]. Lyngby，Denmark：Information and Mathematical Modeling Institute. http：//www2. imm. dtu. dk\~km\GlobOpt\testex\testproblems. html，2006-12-21
[23] Dodds P S，Muhamad R，Watts D J. An Experimental Study of Search in Global Social Networks[J]. Science，2003，301(5634)：827

(上接第 242 页)

对于回溯法，实际上就是将一个迷宫中的所有可行路径扫描一遍、所有“死”路扫描两遍(前进、后退一遍)并记录下所有“走过点”最后经过的方向，其时间复杂度为 $O(2*n*2n+n)=O(4n^2+n)$。

显然，M-TdPN 算法具有较小的时间复杂度。

5 实验仿真

为验证 M-TdPN 算法的有效性，使用 HPsim 软件平台对本算法进行仿真实验。采用 Java 语言完成迷宫的自动生成，迷宫规模为 $m\times n$。图 5 所示分别为 30×20，80×65，150×120，200×100，200×200，250×350，300×300，350×300 8 种不同规模迷宫的实验结果。图中的实曲线表示经过 M-TdPN 算法求得最优路径的时间，图中虚线是以回溯法求得最优路径的时间。由图 5 可以看出，实曲线随着迷宫规模的扩大比虚曲线能在更短时间内快速接近最优解。随着迷宫复杂度的增加，回溯法的时间复杂度会趋向 $O(n^4)$，而 M-TdPN 算法保持了良好的鲁棒性。通过多次对随机产生的迷宫矩阵实验表明，算法 M-TdPN 总能找到最优解，其平均求解时间优于回溯法。

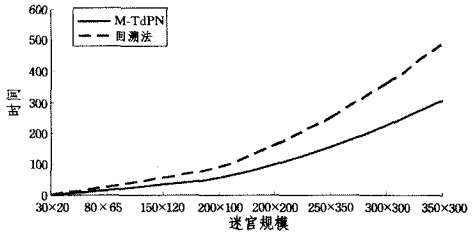

图 5 不同算法求解迷宫的实验结果

结束语 本文利用时延 Petri 网得到了一个新的、与传统思路完全不同的迷宫求解方法，并给出可实现的算法。本方法先对迷宫加以简化，接着逐步将其转换成时延 Petri 网，利用 Petri 网的并发特性求解通路。从实验结果来看，本文所提出的算法是有效的，对大规模复杂迷宫的求解效率比传统回溯法要高。在本文的后续工作中，还将进一步利用 Petri 网分析方法研究迷宫结构。

参 考 文 献

[1] 严蔚敏，吴伟民. 数据结构(C 语言版)[M]. 北京：清华大学出版社，2004：50-52
[2] Dorigo M，Caro G D，Gambardella L M. Ant algorithms for discrete optimization [J]. Artificial Life，1999，5(3)：137-172
[3] 胡小兵，黄席樾. 蚁群算法在迷宫最优路径问题中的应用[J]. 计算机仿真，2005，22(4)：114-116
[4] 张公敬，徐熙君. 蚁群算法求解迷宫最优路径[J]. 青岛大学学报：自然科学版，2008，21(1)：61-65
[5] Hachour O. Path planning of autonomous mobile robot [J]. International Journal of Systems Applications，Engineering and Development，2008，4(2)：178-190
[6] 唐国新，陈雄，袁杨. 基于改进遗传算法的机器人路径规划[J]. 计算机工程与设计，2007，28(18)：4446-4449
[7] 廖国勇，王广超. 用遗传算法解迷宫问题[J]. 华东交通大学学报，2006，23(2)：138-140
[8] 黄猛，唐琳，胡世安，等. 基于粗糙集理论与遗传算法的迷宫问题求解[J]. 现代电子技术，2009，311(24)：144-150
[9] Sutner K. Cellular automata and intermediate degrees[J]. Theoretical Computer Science，2003，296：365-375
[10] 赵学峰，张贵仓，王治和. 基于细胞自动机的迷宫问题求解[J]. 西北师范大学学报：自然科学版，2006，42(3)：29-31
[11] Reisig W. Petri Nets：An Introduction [M]. Berlin，Heidelberg：Springer Verlag Press，1985：17-135
[12] 袁崇义. Petri 网原理与应用 [M]. 北京：电子工业出版社，2005：17-135
[13] 吴哲辉. Petri 网导论 [M]. 北京：机械工业出版社，2006：157-179
[14] 卢开澄，卢华明. 图论及其应用[M]. 北京：清华大学出版社，2002：3-40
[15] van der Aalst W M P，van Hee K. Workflow Management：Models，Methods，and Systems [M]. MIT，Cambridge，MA：2002：208-227
[16] 廖伟志，彭月英，古天龙. 区间速率连续 Petri 网的模糊模型[J]. 计算机科学，2009，36(2)：234-237
[17] Murata T. Petri Nets：Properties，Analysis and Applications [J]. IEEE Trans on Software Eng，1987，77(4)：541-580