

基于小波多尺度奇异值分解的人脸识别

翟俊海 王华超 翟梦尧 王熙照

(河北大学数学与计算机学院 河北省机器学习与计算智能重点实验室 保定 071002)

摘 要 作为一种矩阵分解方法,奇异值分解可用于提取图像的代数特征。图像的奇异值特征具有很多好的性质,如稳定性、几何不变性、对噪声的不敏感性。但是只用一个尺度的图像奇异值特征难以获得高识别率。基于小波变换和奇异值分解,提出了基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取方法,它将多个尺度的小波子图奇异值特征组合起来用于人脸识别,在 ORL, YALE 和 JAFFE 3 个人脸数据库上的识别率分别达到 82.11%, 100% 和 95.68%。

关键词 小波变换, 人脸识别, 奇异值分解, 多尺度分析, 特征提取

中图法分类号 TP181 **文献标识码** A

Face Recognition Based on Wavelet Multiscale Singular-value Decomposition

ZHAI Jun-hai WANG Hua-chao ZHAI Meng-yao WANG Xi-zhao

(Key Lab. of Machine Learning and Computational Intelligence, College of Mathematics and Computer Science,
Hebei University, Baoding 071002, China)

Abstract As a matrix decomposition method, singular value decomposition (SVD) can be used to extract algebraic features from images. The SV features of images have many good properties such as stability, geometric invariance, and insensitiveness to noise. However, it is difficult to achieve high recognition rate by only using one scale SV features in image recognition. Based on the wavelet transforms and SVD, this paper proposed an image feature extraction method which combines multiple scale SV features of wavelet sub-band images. The best recognition rates on three face databses (ORL, YALE, and JAFFE) are 82.11%, 100%, and 95.68% respectively, which are higher than existing SVD based approaches.

Keywords Wavelet transform, Face recognition, Singular-value decomposition, Multiscale analysis, Feature extraction

1 引言

奇异值分解(SVD)^[1,2]是矩阵分解方法之一,它在信号处理、控制论、数据建模等许多领域都有重要应用。在文献[1]中, Klement 等很好地综述了 SVD 在线性代数和线性系统中的应用,并讨论了 SVD 在数字计算机上的实现问题。Hong^[2] 1991 年将 SVD 应用于人脸图像特征提取,并证明了提取出的图像奇异值特征具有良好的稳定性和平移、旋转等不变性,但是错误率较高(42.67%)。针对文献[2]误识率较高的缺点,谭铁牛等^[3]提出了基于 SVD 和数据融合的人脸识别方法,它对 ORL 人脸数据库的识别率达到 96% 以上。但对于高维人脸数据库,如 FERET 人脸数据库、AR 人脸数据库、YALE 人脸数据库等,文献[3]的识别率会明显下降。甘俊英等^[4]提出了一种基于奇异值特征的神经网络人脸识别方法,但它对于高维人脸数据库依然存在上述问题,而且用神经网络作分类器,训练和识别的时间都比较大。Liu 等^[5]将 SVD 与线性判别分析结合起来,提出了一种基于最优判据准则的图像代数特征提取方法用于图像识别。另外, Swiniarski

等^[6,7]用 SVD 方法提取纹理图像的奇异值特征,并用软计算技术 ROUGH 方法进行特征选择,用神经网络作为分类器分类纹理图像,得到了较好的效果。但用 ROUGH 方法需要对提取出的实数值奇异值特征进行离散化,而离散化会造成信息丢失,降低分类正确率。用神经网络作为分类器也存在文献[4]中的缺点。王敏等^[8]用小波变换进行降维,将人脸图像投影到同一标准特征矩阵,得到一个整体的人脸特征向量,再与包括眼睛、鼻子和嘴巴的三组局部图像的奇异值特征相结合作为人脸识别的特征向量,用神经网络作为分类器。该方法对三组局部图像的定位和分割比较敏感,准确的定位和分割是取得较好效果的关键。谢永华等^[9]提出了一种基于分块小波变换与奇异值阈值压缩的人脸特征提取与识别算法。该方法需要对人脸图像进行分块、奇异值分解与阈值压缩、特征融合等,算法复杂度较高。闫荣华等^[10]提出了基于小波域奇异值分解的人脸识别方法,它该方法首先对得到的各层小波子图求平均图像,然后再进行奇异值分解,这种求平均的方法削弱了不同尺度子段图像对分类识别的贡献。蒋巍等^[11]提出了基于小波和奇异值分解的人脸识别方法,但该方法只利用

到稿日期:2010-07-31 返修日期:2010-12-24 本文受国家自然科学基金项目(60773062),河北省自然科学基金项目(F2010000323)和河北省高等学校科学技术研究重点项目(ZD2010139)资助。

翟俊海(1964—),男,博士,副教授,CCF 会员,主要研究方向为机器学习, E-mail: mczjh@hbu.cn; 王华超(1982—),男,硕士生,主要研究方向为机器学习; 翟梦尧(1990—),女,本科生,主要研究方向为模式识别; 王熙照(1963—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为机器学习。

小波低频子图进行特征提取,忽略了不同方向高频子图对人脸识别的贡献。尹政兴等^[12]提出了基于小波变换和奇异值的人脸特征提取方法,用神经网络进行人脸识别。该方法为了便于神经网络权值和阈值的调节,对提取出的特征做归一化处理,但如果特征向量的方差较大,归一化处理会造成较多的信息丢失。Tian等^[13]认为单尺度的奇异值特征包含的用于人脸识别的信息量不足,其原因是许多重要信息编码到了奇异值分解的两个正交矩阵中,为了充分利用隐藏在这两个正交矩阵中的信息,他们提出了将人脸图像投影到奇异值分解的正交基的人脸识别方法,但是该方法需要估计特征向量的概率密度函数。Liu等^[14]提出了用于人脸表示的分数阶奇异值分解方法,但该方法的性能对分数阶参数值 α 比较敏感,而且确定其最优值所需的时间代价比较高。Lu等^[15]在文献[14]的基础上,提出了基于判别能力的优势奇异值分解的人脸表示方法,但该方法依然存在文献[14]中的问题。针对上述问题,本文提出基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取方法,它充分考虑了不同尺度各个方向的小波子图对分类识别的贡献,并与其他方法进行了实验比较。在ORL, YALE和JAFPE 3个人脸数据库上的实验结果表明,本文提出的方法是行之有效的。

2 异值分解定理

下面给出奇异值分解定理,它是奇异值分解图像特征提取的理论基础。

定理 1 设 $A \in R^{m \times n}$, 不失一般性, 假定 $m \geq n$, $rank(A) = k$, 则存在正交矩阵 $U \in R^{m \times m}$, $V \in R^{n \times n}$ 和一个对角矩阵 $D \in R^{m \times n}$, 使得

$$A = UDV^T \quad (1)$$

式中, $D = (\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, 0, \dots, 0)$, $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_k > 0$, λ_i^2 ($i = 1, 2, \dots, k$) 是矩阵 AA^T (同时也是矩阵 $A^T A$) 的特征值, λ_i ($i = 1, 2, \dots, k$) 称为矩阵 A 的奇异值, 而且

$$U = (U_1, U_2, \dots, U_k, U_{k+1}, \dots, U_m)$$

$$V = (V_1, V_2, \dots, V_k, V_{k+1}, \dots, V_n)$$

U_i 和 V_i ($i = 1, 2, \dots, k$) 分别是矩阵 AA^T 和矩阵 $A^T A$ 的特征值 λ_i^2 ($i = 1, 2, \dots, k$) 所对应的特征向量, U_i ($i = k+1, k+2, \dots, m$) 和 V_i ($i = k+1, k+2, \dots, n$) 分别是矩阵 AA^T 和矩阵 $A^T A$ 的特征值 $\lambda_i^2 = 0$ ($i = 1, 2, \dots, k$) 所对应的特征向量。

式(1)也可以写成如下形式

$$A = \sum_{i=1}^k \lambda_i U_i V_i^T \quad (2)$$

若将矩阵 A 看作数字图像 $f(x, y)$, $x = 1, 2, \dots, m$; $y = 1, 2, \dots, n$, 则向量 $(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k)$ 可看作从 $f(x, y)$ 提取出的特征向量, 称为奇异值特征向量。

图像 $f(x, y)$ 的奇异值特征具有很多好的性质, 如良好的稳定性, 当图像有小的扰动时, 奇异值的变化不大, 对噪声不敏感。另外, 图像的奇异值特征还具有平移变换不变性、旋转变换不变性、镜像变换不变性和尺度变换不变性。这些性质是由下面的定理保证的。

定理 2 设 $A, B \in R^{m \times n}$, 它们的奇异值分别为 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_n$ 和 $\zeta_1 \geq \zeta_2 \geq \dots \geq \zeta_n$, 则 $\|diag(\zeta_1 - \lambda_1, \zeta_2 - \lambda_2, \dots, \zeta_n - \lambda_n)\| \leq \|B - A\|$ 成立。

定理 3 设 $A \in R^{m \times n}$, $rank(A) = k$, 矩阵 A 和 aA 的奇异

值分别为 $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k$ 和 $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k$, 则有 $(\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_k, 0, \dots, 0)^T = |\alpha|(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_k, 0, \dots, 0)^T$ 。

3 基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取

从存储图像的数据结构来看, 一幅图像就是一个矩阵, 因此, SVD 可用于图像特征提取。设 A 是 $m \times n$ 的原图像, 不失一般性, 假定 $m \geq n$, $rank(A) = k$ 。矩阵 AA^T 和 $A^T A$ 是非负对称矩阵, 而且它们具有相同的特征值。根据定理 1, 图像 A 可分解为

$$A = UD^{\frac{1}{2}}V^T = \sum_{i=1}^k \sqrt{\lambda_i} U_i V_i^T \quad (3)$$

式中, 矩阵 U 和 V 有 k 个正交列 $U_i \in R^m, V_i \in R^n$ ($1 \leq i \leq k$)。

方阵 $D^{\frac{1}{2}}$ 具有下列形式

$$D^{\frac{1}{2}} = diag(\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_k}) \quad (4)$$

式中, $\sqrt{\lambda_i}$ ($1 \leq i \leq k$) 是矩阵 A 的奇异值。而 λ_i ($1 \leq i \leq k$) 是矩阵 AA^T 的非零特征值, 当然, 也是矩阵 $A^T A$ 的非零特征值。因为, 矩阵 U 和 V 的列分别是矩阵 AA^T 和 $A^T A$ 的特征值, 则有

$$(AA^T - \lambda_i I_{m \times m})U_i = 0 \quad (1 \leq i \leq m)$$

$$(A^T A - \lambda_i I_{n \times n})V_i = 0 \quad (1 \leq i \leq n)$$

对于给定的图像 A , 因为 U 和 V 是正交矩阵, 所以, 可得

$$D^{\frac{1}{2}} = U^T A V \quad (5)$$

矩阵 $D^{\frac{1}{2}}$ 的主对角线上的 k 个奇异值 $\sqrt{\lambda_i}$ ($1 \leq i \leq k$) 可看作从图像 A 中提取出的特征。这些奇异值可构成图像 A 的一个特征向量 $F_{SVD} = (\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_k})$ 。

用 DB4 正交小波将原图像进行 J 层小波分解, 得到 $3J+1$ 个子图 A_i ($1 \leq i \leq 3J+1$)。对于每一个子图 A_i , 假定它的秩为 k_i ($1 \leq i \leq 3J+1$)。这样, 子图 A_i 的奇异值特征向量为

$$F_{SVD}^{(i)} = (\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_{k_i}})$$

原图像 A 的多尺度奇异值特征向量为

$$F = (F_{SVD}^{(1)}, F_{SVD}^{(2)}, \dots, F_{SVD}^{(3J+1)})$$

$$F \text{ 的维数为 } Dim(F) = \sum_{i=1}^{3J+1} k_i。$$

下面给出基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取方法。

算法 基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取方法

输入: 图像数据库

输出: 图像特征库

算法步骤

Step1 对图像数据库中每一幅大小为 $s \times t$ 的图像 $f_i(x, y)$ ($i = 1, 2, \dots, N$), 利用 DB4 做 J 层小波变换 (对不同的图像数据库, J 取不同的值, J 的取值根据图像的大小确定), N 是图像数据库中的图像个数。得到不同尺度的小波子段图像序列 $\{f_{i,LL}^{(J)}, \{f_{i,HL}^{(J)}, f_{i,LH}^{(J)}, f_{i,HH}^{(J)}\}, \dots, \{f_{i,HL}^{(1)}, f_{i,LH}^{(1)}, f_{i,HH}^{(1)}\}\}$, ($i = 1, 2, \dots, N$)。为叙述方便, 记小波子段图像序列为 $A_1^{(i)}, A_2^{(i)}, \dots, A_{3J+1}^{(i)}$ 。

Step2 对不同尺度的小波子段图像 $A_j^{(i)}$ ($1 \leq j \leq 3J+1$), 利用式(5)计算 $A_j^{(i)}$ 的奇异值特征 $F_j^{(i)} = (\sqrt{\lambda_1}, \sqrt{\lambda_2}, \dots, \sqrt{\lambda_{k_j}})$, 其中 k_j 是 $A_j^{(i)}$ 的秩。 $F^{(i)} = (F_1^{(i)}, F_2^{(i)}, \dots, F_{3J+1}^{(i)})$ 为

图像 $f_i(x,y)(i=1,2,\dots,N)$ 的小波多尺度奇异值特征。

Step3 利用 $F^{(i)}=(F_1^{(i)}, F_2^{(i)}, \dots, F_{3f+1}^{(i)})(i=1,2,\dots,N)$ 构造图像特征库。

4 实验结果

为了验证提取出的图像特征的代表能力,对 ORL, YALE 和 JAFFE 3 个人脸数据库进行了实验,并与 SVD 方法、文献[10,11]中提出的方法进行了实验比较。为描述方便,称文献[10]的方法为 WT+MSVD,文献[11]的方法为 WT+LSVD。实验所用的 3 个人脸数据库的基本信息为:ORL 人脸数据库中的包括 40 个人的 10 幅人脸图像,每个人 10 幅。这些人像图像是在不同的时间、轻微的光线变化、不同的表情(如睁眼、闭眼、微笑、没有微笑等)和不同的表情细节(如戴眼镜和不戴眼镜等)条件下拍摄的,图 1 是 ORL 人脸数据库中的 6 张人脸图像。YALE 人脸数据库中包括 15 个人的 11 幅人脸图像。这些人像图像是在不同的表情(如悲哀、吃惊、高兴等)和光源在不同位置(如居中、光源在左和光源在右)的情况下拍摄的,图 2 是 YALE 人脸数据库中的 6 张人脸图像。JAFFE 人脸数据库中包括 10 个人的 213 幅不同表情的图像(如高兴、悲哀、吃惊等),图 3 是 JAFFE 人脸数据库中的 6 张人脸图像。实验采用十折交叉验证方法,分类器采用最近邻分类器。实验环境是 PC 机,双核 1.86G CPU, 2G 内存, Windows XP 操作系统, Matlab 7.1 实验平台,选用的分类器为最近邻分类器。实验选用 DB4 小波,对 ORL 人脸数据库中的图像进行 2 层小波分解,每幅人脸图像小波分解后得到 7 个子图;另外,对 2 个人脸数据库中的图像,都进行 3 层小波分解,每幅人脸图像小波分解后得到 10 个子图。实验采用十折交叉验证方法,实验结果如图 4 所示。从图 4 可看出本文提出的方法在识别率上高于单尺度的 SVD 方法及其他方法。



图 1 ORL 人脸数据库中的 6 幅人脸图像



图 2 YALE 人脸数据库中的 6 幅人脸图像



图 3 JAFFE 人脸数据库中的 6 幅人脸图像

另外,为了进一步验证本文方法(WT+SVD)的有效性,还与经典的主成分分析(包括 PCA 和 2DPCA)方法进行了实验比较。在这组实验中,对 ORL, YALE 和 JAFFE 3 个人脸数据库分别给定要达到的识别率,即 0.80, 0.95 和 0.90。比较要到达这样的识别率,3 种方法所需的特征向量的维数及所用的 CPU 时间,实验结果如表 1 至表 3 所列。表 1 至表 3

的实验结果进一步证实了本文方法的有效性。

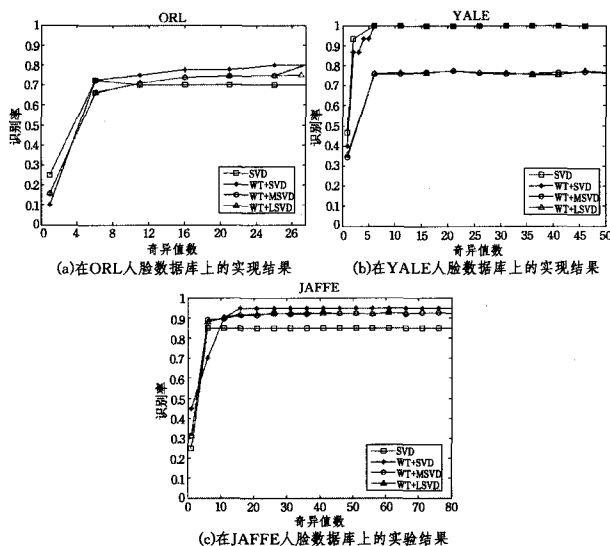


图 4 在 3 个人脸数据库上的实验结果

表 1 在 ORL 人脸数据库上的实验结果

方法	维数	时间(秒)
WT+SVD	28	5.9
PCA	11	789.5
2DPCA	92×1	25.13

表 2 在 YALE 人脸数据库上的实验结果

方法	维数	时间(秒)
WT+SVD	5	17.6
PCA	561	756
2DPCA	243×13	21.6

表 3 在 JAFFE 人脸数据库上的实验结果

方法	维数	时间(秒)
WT+SVD	15	15.3
PCA	431	767
2DPCA	256×1	120.7

结束语 对于高维图像数据库,如 AR 彩色人脸数据库(576×768)、PIE 彩色人脸数据库(640×486)、CVL 彩色人脸数据库(640×480)等,图像的奇异值分解会变得很困难,在计算时间和存储空间上都难于实现。针对上述问题以及目前已有的一些基于小波变换和奇异值分解的人脸识别算法的不足,本文提出了基于小波多尺度奇异值分解的图像特征提取方法,亦即将图像数据库中的图像用小波变换分解到不同尺度的子空间,对于每个子段图像运用奇异值分解提取其特征,然后将各小波子段图像的奇异值特征组合起来作为原图像的特征,这样就构成了图像的小波多尺度奇异值特征。为了验证本文方法的有效性,在 ORL, YALE 和 JAFFE 3 个人脸数据库上与分别于同类方法及主成分分析方法进行了实验比较,实验结果表明该方法是行之有效的。

参考文献

- [1] Klema V C, Laub A J. The singular value decomposition; its computation and some applications [J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1980, 25(2): 164-176
- [2] Hong Zi-quan. Algebraic feature extraction of image for recognition [J]. Pattern Recognition, 1991, 24(3): 211-219

(下转封三)

之间的主动调度、被动调度时间、异构核与同构核之间的通信时间进行了测试。在测试过程中,FPGA 的工作频率设置为 200MHz,内核间的消息传递采用带中断的消息邮箱机制。表 1 是多主内核任务调度的花费时间,在主动调度过程中,访问共享数据时等待的时间是影响调度时间波动的主要原因。在被动调度中,除了访问共享数据的时间波动外,调度时间还与任务是否是抢占调度有关,在抢占调度中,压栈当前任务状态与数据需要花费时间,因此比空闲时调度需要更多时间。

表 1 多主内核任务调度时间

调度类型	平均时间	最大时间	最小时间
主动调度	0.35us	0.35us	0.35us
被动调度(内核忙时)	0.35us	0.35us	0.35us
被动调度(内核空闲时)	0.35us	0.35us	0.35us

表 2 是核间任务通信所花费的时间,这些时间主要与核间通信接口的中断等待时间、内核是否空闲以及被中断任务现场保护等因素有关。

表 2 核间任务通信时间

通信类型	平均时间	最大时间	最小时间
异构核与同构核	0.35us	0.35us	0.35us
同构核与同构核	0.35us	0.35us	0.35us

结束语 这种操作系统构架由于具有可配置的统一结构,使得在实现上大大降低了难度,同时由于多主模式使共享任务及其设备的调度管理效率更高,系统内核实时性更强。但是这种构架带来的不足是需要每个处理器内核有较大的本地存储空间以存储操作系统内核代码及数据,但随着微电子技术的发展,为了满足系统的整体性能要求,增大存储空间应该不是问题。在多核系统中,任务的划分、分配及调度问题也是需要解决的关键问题,这些在同构多核系统中已经进行了大量的研究,对于异构多核处理器而言还需要进行大量工作。

参 考 文 献

[1] Goble G H, Marsh M H. A Dual Processor VAX 11/780[C]// Proceedings of the 9th Annual Symposium on Computer Architecture. 1982;291-298

[2] Kagstrom S, Lundberg L, Grahn H. A Novel Method for Adding Multiprocessor Support to a Large and Complex Uniprocessor

Kernel[C]//Proceedings of 18th International Parallel and Distributed Processing Symposium. 2004

[3] Muir S, Smith J. AsyMOS-an Asymmetric Multiprocessor Operating System[C]// Proceedings of Open Architectures and Network Programming. 1998;25-34

[4] Seo M, Kim H S, Maeng J C, et al. An Effective Design of Master-Slave Operating System Architecture for Multiprocessor Embedded Systems[C]// Proceedings of Lecture Notes in Computer Science, 12th Asia-Pacific Conference. Seoul, Korea, 2007; 114-125

[5] Chen Jing, Liu Jian-hong. Developing Embedded Kernel for System-On-a-Chip Platform of Heterogeneous Multiprocessor Architecture[C]// rtcsa, 12th IEEE International Conference on Embedded and Real-Time Computing Systems and Applications (RTCSA'06). 2006;246-250

[6] 蒋建春, 曾素华, 岑明. 一种基于异构双核处理器的嵌入式操作系统构架设计[J]. 计算机应用, 2008, 28(10): 2686-2689

[7] 谢铨, 多内核构件化嵌入式操作系统的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006

[8] 章承科. 基于多核处理器的实时操作系统的扩展[D]. 成都: 电子科技大学, 2006

[9] Intel. Intel@CoreTM2 Duo processor [EB/OL]. http://www.intel.com/products/processor_number/eng/chart/core2duo.htm

[10] 达芬奇 (DaVinci™) 数字媒体处理器[EB/OL]. <http://focus.ti.com/cn/paramsearch/docs/parametricsearch.tsp?family=dsp§ionId=2&tabId=1852&familyId=1300>

[11] Kahle J A, et al. Introduction to the cell multiprocessor [J]. Ibm Journal of Research and Development, 2005, 49(4/5): 589-604

[12] 邓让钰, 陈海燕, 等. 一种异构多核处理器的并行流存储结构[J]. 电子学报, 2009, 37(2): 312-317

[13] 迎九, 多核/虚拟化/多操作系统的软件趋势[J]. 电子产品世界, 2010, 17(1): 58-60

[14] Guérin X, Pétrot F. A System Framework for the Design of Embedded Software Targeting Heterogeneous Multi-core SoCs [C]// asap, 2009 20th IEEE International Conference on Application-specific Systems, Architectures and Processors. 2009;153-160

[15] Herlihy M, Shavit N. 多处理器编程的艺术[M]. 金海, 胡侃, 译. 北京: 机械工业出版社, 2009;141-145

(上接第 285 页)

[3] 王蕴红, 谭铁牛, 朱勇. 基于奇异值分解和数据融合的脸像鉴别[J]. 计算机学报, 2000, 23(6): 649-653

[4] 甘俊英, 张有为. 一种基于奇异值特征的神经网络人脸识别新途径[J]. 电子学报, 2004, 32(1): 170-173

[5] Liu Ke, Cheg Yong-ning, Yang Jing-yu. Algebraic feature extraction for image recognition based on an optimal discriminant criterion [J]. Pattern Recognition, 1993, 26(6): 903-911

[6] Swinarski R W, Hargis L. Rough sets as a front end of neural-networks texture classifiers [J]. Neurocomputing, 2001, 36(1-4): 85-102

[7] Swinarski R W, Skowron A. Rough set methods in feature selection and recognition [J]. Pattern Recognition Letters, 2003, 24(6): 833-849

[8] 王敏, 王彦杰. 基于小波变换和改进的奇异值分解的人脸识别[J]. 计算技术与自动化, 2008, 27(4): 91-94

[9] 谢永华, 陈伏兵, 张生亮, 等. 基于分块小波变换与奇异值阈值压

缩的人脸特征提取与识别算法[J]. 计算机应用与软件, 2008, 25(1): 30-32, 78

[10] 闫荣华, 彭进业, 李岩, 等. 基于小波域奇异值分解的人脸识别方法 [J]. 计算机工程, 2007, 33(4): 212-214, 217

[11] 蒋巍, 王伟. 基于小波和奇异值分解的人脸识别方法 [J]. 计算机仿真, 2006, 23(4): 181-183

[12] 王敏, 尹政兴, 李汉强. 基于小波变换和奇异值的人脸特征提取[J]. 中国水运: 理论版, 2006, 43(3): 163-163

[13] Tian Yuan, Tan Tie-niu, Wang Yun-hong, et al. Do singular values contain adequate information for face recognition? [J]. Pattern Recognition, 2003, 36(3): 649-655

[14] Liu Jun, Chen Song-can, Tan Xiao-yang. Fractional order singular value decomposition representation for face recognition [J]. Pattern Recognition, 2008, 41(1): 378-395

[15] Lu Ji-wen, Zhao Yong-wei. Dominant singular value decomposition representation for face recognition [J]. Signal Processing, 2010, 90(6): 2087-2093