基于定性映射的粒逻辑及其 Petri 网推理算法

周如旗[1] 陈忆群[1,2] 冯嘉礼[3]

(广东第二师范学院计算机科学系 广州 510303)[1] (中山大学信息科学与技术学院 广州 510275)[2]

(上海海事大学信息工程学院 上海 200135)[3]

摘 要 基于不确定性知识处理特点,在认知机理下,通过基于属性定量与定性之间的转化关系而建立的定性映射,给出了属性粒的概念及其逻辑计算公式,并在此基础上构建了初步的粒逻辑系统,最后通过 Petri 网对其逻辑推理进行形式化描述。结果表明其是有效的,使得有关认知识别与判断推理等思维操作能得到较好的表达。

关键词 定性映射,定性基准变换,粒计算,粒逻辑,Petri 网

中图法分类号 TP18 **文献标识码** A

Search on Granular Logic Based on Qualitative Mapping and its Reasoning Algorithm in Petri Net

ZHOU Ru-qi[1] CHEN Yi-qun[1,2] FENG Jia-li[3]

(Department of Computer Science, Guangdong University of Education, Guangzhou 510303, China)[1]

(Department of Computer Science, Sun Yat-Sen University, Guangzhou 510275, China)[2]

(Department of Computer Science, Shanghai Maritime University, Shanghai 200135, China)[3]

Abstract Under cognitive mechanism, the concepts and logical formula of attribute granular was given throuth qualitative mapping based on the characteristics of uncertainty knowledge processing. Qualitative mapping was established based on the transformation of the relationship between the properties of quantitative and qualitative. The initial granular logic system was constructed on this basis. Finally, the granular logical reasoning was described in the Petri net formal methods. The results show that it is effective. It makes the thinking operation that is related to cognitive identification and judgement can get a better expression.

Keywords Qualitative mapping, Qualitative criterion transformation, Granular computing, Granular logic, Petri net

1 引言

不确定性在人类认知过程中是客观存在的,它主要体现在模糊性、随机性、不完全性、不稳定性和不一致性等基本形式上,其中随机性和模糊性是两种主要特征。不确定性和确定性并非完全对立,在一定程度上可以相互转化。人工智能学家的任务,就是寻找并且能够形式化地表示不确定性中的规律性,至少是某种程度的规律性,从而使机器能够模拟人类认识客观世界、认识人类本身的认知过程[1]。模糊性以模糊集合为主要工具进行研究[2]。后来,由 Pawlak 提出的粗糙集理论[3]、Gau 和 Buehrer 提出的 Vague 集理论[4],也成为了处理模糊性问题的有力工具。但作为模糊集合理论基石的模糊隶属函数,它的概念实质以及具体确定方法仍缺乏理论化判别原则,就连 Zadeh 本人也只是用定性推理方法近似确定隶属函数[2]。模糊隶属度一旦确定,模糊集合的后续计算实际上就将不确定性抛开。用一个唯一的精确数值来表示元素对模糊集合的隶属程度,并以此来体现模糊隶属度值的实质问题,不符合人们对自然语言中的概念的理解。

模糊隶属函数的本身是存在不确定性的,并且已经限制了其自身的发展。因此人们试图利用各种方法来解决这个问题。程守煜根据解决事物变化过程中的矛盾问题,从定性和定量两个方面,融入辩证唯物主义关于差异、共维、中介、两极的概念,定义了隶属度与隶属度函数的动态可变概念,建立了动态的可变模糊集理论[5]。蔡文引入物元概念建立了可拓集合的数学框架,其质度函数和节域概念表示了量变到质变的辩证规律,为表达模糊隶属函数存在的矛盾问题提供了形式化的模型[6]。李德毅提出云模型把随机性和模糊性结合起来,通过期望、熵和超熵 3 个数字特征构成的特定结构发生器,生成定性概念的定量转换值,以体现概念的不确定性。这种特定结构不但放宽了形成正态分布的前提条件,而且把精确确定隶属函数放宽到构造正态隶属度分布的期望函数,完成了定性与定量之间的相互转换过程[7]。Florentin Smarandache 提出中智逻辑(Neutrosophy)旨在建立一种对事物本质的描述来解决不确定性问题[8]。一个中智偶然性陈述是一个在某些条件下具有真值(T_1, I_1, F_1),而在另一些条件下具有真值(T_2, I_2, F_2)的陈述句。一朵云是一个中智集合,因为它

到稿日期:2012-03-04 返修日期:2012-05-17 本文受广东省自然科学基金项目(2009170004203010),广东高校优秀青年创新人才培养计划项目(LYM09137),广东省科技计划项目(2012B010100049)资助。

周如旗(1971-),男,硕士,副教授,CCF 会员,主要研究领域为机器学习、模式识别,E-mail:ruqizhou@21cn.com;**陈忆群**(1979-),女,博士生,讲师,主要研究领域为数据挖掘与算法;**冯嘉礼**(1948-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究领域为模式识别与智能系统。

的边界模糊不清，而且每个元素 $x(T,I,F)$ 按照某个中智概率属于这个集合。动态中智逻辑可以描述质量互变规律的心理认知，并指出在质量互变以及隶属函数可变性中肯定存在一个标准，但没有给出这个标准是什么。冯嘉礼提出属性论方法[9]，引入定性映射试图去解释这种模糊性的本质。属性论也是根据质量互变规律，从定性基准变换的角度，建立了属性坐标系，对模糊判据可变的实质和原则进行形式化描述，并建立了基于基准可变的模糊集，为模糊集产生的哲学和认识论根源提供了一个基于量-质转化规律及其定性映射的解释途径。

从粒计算的观点，不确定性和确定性是信息在不同知识粒度层次上的不同表现形式[10,11]。目前，粒计算的三大基础理论包括：Zadeh 在 1965 年提出的模糊集理论[2]、Pawlak 在 1982 年提出的粗糙集理论[3]和张钹、张铃在 1990 年提出的商空间理论[12]。

Zadeh 认为人类在进行思考、判断、推理时主要是运用语言变量进行的，而语言变量本身就是一个很粗的粒度，需要进行词计算[13-15]。词计算是用语言变量代替数字变量进行计算及推理的方法[16]，它的基础是知识粒化，核心是模糊逻辑[17]。粗糙集的粒结构其实是一个划分，其本身也是一个特别的粒计算理论。从拓扑学的角度来看：划分其实就是一种特殊的拓扑空间，一般的拓扑空间实质上是划分的扩充。在商空间理论模型中，每一种粒化方法实际上就等同于给定论域上的一个等价关系 R 或一种划分准则。从模糊商空间理论可以很容易地推出基于模糊逻辑的粒计算理论[18]。商空间理论和粗糙集理论一样都需要运用等价类来描述粒度，而且也都是利用粒度来表达信息[19]，其差别是：前者的论域是一个拓扑空间，所有的元素构成了一个拓扑结构，表达了不同粒度空间之间的关系；而后者的元素仅仅只是简单的点集元素，元素之间没有任何拓扑关系，其主要关注如何表示粒度。

由以上讨论可以看出，词计算理论是从微观的角度研究词的推理，粗糙集理论是从微观角度研究属性的约简，而商空间理论是从宏观角度研究粒度的变化规律。这 3 种不同的粒度计算理论，其思考问题的出发点和解决问题的任务都不尽相同，各有千秋。但是三者都有一个共同的特点，即都考虑到人类智能中，有从不同粒度思考问题这一特点[20]。如何将三者的优点结合起来，形成更强有力的粒度计算方法和理论，是当前一个具有挑战性的课题。属性论方法引入定性映射概念[9]，描述了不确定性中模糊隶属函数可变问题，同时通过基于属性坐标系构造定性基准空间，可诱导一个模糊集，经过细粒度拓扑划分，可以构造商空间。研究表明，经过对定性基准的线性伸缩、平易、叠加以及拓扑剖分（或粒度细分）变换，在定性基准变换的框架下，上述人工智能方法可在属性坐标框架下得到融合。在属性拓扑空间中构造的粒计算方法，已在模式识别、数据挖掘、图像处理、医疗诊断等方面得到了很好的应用[21-24]。

本文是在定性映射表现的粒概念基础上讨论不确定性问题中的粒逻辑模型，揭示知识不确定性随知识粒度的变化关系，进一步挖掘知识不确定性与确定性之间的本质联系。主要工作是在揭示模糊不确定性判据可变的同时，构建粒逻辑基本概念，最后用 Petri 网对其部分推理进行形式化描述，检验其合理性。

2 基于定性基准变换的属性粒计算

粒计算的主要思想是，通过选择合适的粒度来寻找问题的一种较好的、近似的解决方案，从而降低问题求解的复杂度。随着粒计算研究工作的发展，粒计算模型的种类也层出不穷，如模糊集模型、粗糙集模型、商空间理论模型、基于覆盖的粒计算模型、模糊粗糙集模型、粗糙模糊集模型和属性粒计算模型等，其中属性粒计算模型是以定性基准变换为基本理论基础的[10,25]，以下将给予介绍。

感觉是人类认知的基础，而知觉是将通过感觉得到的各类事物各简单属性整合为该事物综合属性的过程。设 $a(x)$ 为事物 x 的某一感觉属性，$a(x)$ 的定量属性值和定性属性值分别为 $d_{a(x)}$ 和 $P_{a(x)}$。当 x 的定性属性值为 $P_{a(x)}$ 时，称 x 具有 $P_{a(x)}$ 所指称的性质 $p(x)$。

定义 1[21] 称 $[\alpha_i,\beta_i]$ 为 $p(x)$ 的一个定性基准邻域，如果满足：$\exists\, d_{a(x)}\in[\alpha_i,\beta_i]$，$d_{a(x)}$ 所对应的属性值 $P_{a(x)}$ 均被定性为性质 $p(x)$。

若设 $[\alpha_i,\beta_i]$ 和 $[\alpha_j,\beta_j]$ 分别是性质 $p_i(x)$ 和 $p_j(x)$ 的定性基准，则它们的交 $[\alpha_i,\beta_i]\cap[\alpha_j,\beta_j]$ 和并 $[\alpha_i,\beta_i]\cup[\alpha_j,\beta_j]$，可分别看作是 $p_i(x)$ 和 $p_j(x)$ 的合取性质 $q(x)=p_i(x)\wedge p_j(x)$ 和析取性质 $r(x)=p_i(x)\vee p_j(x)$ 的定性基准。此处，性质 $q(x)$ 也称为是 $p_i(x)$ 和 $p_j(x)$ 的整合属性。

定义 2[21] 设 $\Gamma=\{[\alpha_i,\beta_i]\mid i\in I\}$ 为命题 p 的所有定性基准的簇，称映射 $T_{ij}:\Gamma\to\Gamma$ 为命题 p 的定性基准变换，如果对任意 $[\alpha_i,\beta_i]\in\Gamma$，存在一个 $[\alpha_j,\beta_j]\in\Gamma$，使得：

$$T_{ij}([\alpha_i,\beta_i])=[\alpha_j,\beta_j] \tag{1}$$

定义 3[25] 两种性质 $p(x)$ 和 $q(x)$ 是同质的，如果存在基准 $[\alpha_i,\beta_i]$ 使得对性质 $p(x)$ 的定量值 $a(x)$ 与性质 $q(x)$ 的定量值 $b(x)$ 均有，$a(x)\in[\alpha_i,\beta_i]\wedge b(x)\in[\alpha_i,\beta_i]$。否则称性质 $p(x)$ 和 $q(x)$ 是异质的。

显然，在定性基准变换下同质关系是等价的。

哲学上关于事物质量互变规律一般表现为相应属性量特征与质特征间的转换，文献[21]给出了该认知规律的一个数学模型。

定义 4[21] 设 $a(o)=\bigwedge_{i=1}^{n}a_i(o)$ 是对象 o 的 n 个因子属性 $a_i(o)(i=1,\cdots,n)$ 的整合属性，$X=(x_1,\cdots,x_n)$ 是属性 $a_i(o)$ 的量值，其中，$x_i\in X\subset R$ 为 $a_i(o)$ 的量特征值，$p_i(o)\in P_o$ 是属性 $a_i(o)$ 的某个性质，$\Gamma=\{[\alpha_i,\beta_i]\mid[\alpha_i,\beta_i]$ 是性质 $p_i(o)$ 的定性基准$\}$，超长方体 $[\alpha,\beta]=[\alpha_1,\beta_1]\times\cdots\times[\alpha_n,\alpha_n]$ 是整合性质 $p(o)=\bigwedge_{i=1}^{n}p_i(o)$ 的定性基准，则称映射 $\tau:X\times\Gamma\to\{0,1\}\times P_o$ 是以 n 维超长方体 $[\alpha,\beta]$ 为基准，对 $X=(x_1,\cdots,x_n)$ 进行的定性映射（Qualitative Mapping, QM），如果对任意 $x\in X$，存在 $[\alpha,\beta]\in\Gamma$ 和以 $[\alpha,\beta]$ 为定性基准的性质 $p(o)=\bigwedge_{i=1}^{n}p_i(o)\in P_o$，使得

$$\begin{aligned}\tau(x,[\alpha,\beta])&=x\underset{?}{\in}[\alpha,\beta]=\bigwedge_{i=1}^{n}(x_i\underset{?}{\in}[\alpha_i,\beta_i])\\&=\bigwedge_{i=1}^{n}\tau_{p_i(o)}(x_i)\end{aligned} \tag{2}$$

式中，$\tau_{p_i(o)}(x_i)=\begin{cases}1, & x_i\in[\alpha_i,\beta_i]\\0, & x_i\notin[\alpha_i,\beta_i]\end{cases}$ 为性质命题 $p_i(o)$ 的真值。

通常，当某性质命题 $p(o)$ 的定性基准 $[\alpha,\beta]$ 不够精细时，

人们就会根据具体情况对原定性基准进行拓扑细化。若设定性基准$[\alpha,\beta]$被分解为 m 个两两不交的定性子区间的并，即$[\alpha,\beta]=[\alpha_1,\beta_1]\cup,\cdots,\cup[\alpha_m,\beta_m]$，$[\alpha_j,\beta_j]\cap[\alpha_k,\alpha_k]=\varnothing$，$k=1,\cdots,m,k\neq j$，于是，得到一个子定性映射的簇$\{\tau_j(x,[\alpha_j,\beta_j])\}$，其中，$\tau_j(x,[\alpha_j,\beta_j])$是以$[\alpha_j,\beta_j]$为基准的定性映射，因$\tau(x,[\alpha,\beta])$与各子定性映射$\tau_j(x,[\alpha_j,\beta_j])$之间有关系：

$$\tau(x,[\alpha,\beta])=\{x\underset{?}{\in}[\alpha_1,\beta_1)\}\overline{\vee}\cdots\overline{\vee}\{x\in[\alpha_m,\underset{?}{\beta_m}]\}$$
$$=\max_{j=1}^{m}\{\tau_j(x)\} \tag{3}$$

式中，$\overline{\vee}$为不可兼析取。于是，$\tau(x,[\alpha,\beta])$定性的性质 $p(x,o)$可看作是各子定性映射$\tau_j(x,[\alpha_j,\beta_j])$定性的（因子）性质$p_j(x,o)$的不可兼析取，即有：

$$p(x,o)=\overline{\bigvee_{j=1}^{m}}\tau_j(x)p_j(x,o) \tag{4}$$

因簇$\{\tau_j(x)\}$中各子定性映射之间具有两两正交关系：

$$\tau_k(x)\tau_j(x)=\begin{cases}1, & k=j,k=1,\cdots,m\\ 0, & k\neq j\end{cases} \tag{5}$$

并称式(5)为定性映射$\tau_k(x)$和$\tau_j(x)$的内积，则簇$\{\tau_j(x)\}$构成一组正交基。它们不仅诱导出一个内积空间 P，而且可将$p(x,o)$与$\{p_j(x,o)\}$之间的（逻辑）关系式(4)改写为以$\{\tau_j(x)\}$为基的线性（逻辑）组合的形式，如下：

$$p(x,o)=\overline{\bigvee_{j=1}^{m}}p_j(x,o)\tau_j(x) \tag{6}$$

式中，$p_j(y,o)$是 $p(x,o)$在坐标轴$\tau_j(x)$上的坐标。

定理 1 事物 x 的属性 $a(x)$的数值域 $D_{a(x)}=\{d_{a(x)}\}$连同基准域簇 $\Gamma=\{[\alpha_i,\beta_i]\mid i\in I\}$在定性映射下构成粒拓扑空间 $T(D_{a(x)},\Gamma)$。

证明：因"x 具有属性"和"x 不具有属性"也是 x 的两个性质，故 $D_{a(x)}$和 $\varnothing$ 分别为 $a(x)$和$\neg a(x)$的定性基准，于是，有 $\varnothing,D_{a(x)}\in\Gamma$ 成立。此外，由于 Γ 是 $D_{a(x)}$的一个覆盖，即$D_{a(x)}=\bigcup\limits_{i\in N}[d_{ik}(x)]=\bigcup\limits_{i\in N}[\alpha_i,\beta_i]$，故$[\alpha_i,\beta_i]\cap[\alpha_j,\beta_j]$，$[\alpha_i,\beta_i]\cup[\alpha_j,\beta_j]$和$\cup[\alpha_j,\beta_j]$ 都属于 Γ。所以，$(D_{a(x)},\Gamma)$ 构成一个拓扑空间 $T(D_{a(x)},\Gamma)$。

推论 1 粒拓扑空间中进行的定性映射是一种认知模式下的属性计算。

在 n 维情况下，若将每一维定性基准$[\alpha_i,\beta_i]$拓扑粒度细分为 m 段，则得到一个以各剖分 n 维超长方体为单元的网格，使原定性映射变为一个以其剖分网格为基准的定性映射，而且，分别以这些子超长方体为基准，还诱导出一个具有 m^n 个子定性映射的簇。

命题 1[21] 定性映射是一个多对一的映射，并诱导出一个等价关系$\sim_v$ 和一个商集 $X/\sim_v$。

因对任意 $x\in[\alpha_v,\beta_v]$，定性映射的值等于性质命题 $p_v(o)$的真值，所以，其是一个多对一的映射，并使这些 x 构成同一类$[x]=[\alpha_v,\beta_v]$，于是，得到等价关系 $x\sim_v y$，当且仅当 $x,y\in[\alpha_v,\beta_v]$。并得到空间 X 的一个由等价关系 $x\sim_v y$ 确定的商集 $X/\sim_v$，且 $X/\sim_v=G([\alpha_v,\beta_v])$。

命题 2[21] 定性映射是一个定义在商集 $X/\sim_v=G([\alpha_v,\beta_v])$上的粒度计算。

因为定性映射可诱导出一个商空间，又是一个定义在商空间上的粒度计算，所以，定性映射不仅与商空间理论相通，而且与 Zadeh 提出的粒度计算相通。

粒的直观概念是，粒是以某种方式从整体中分离出来的部分。粒之间的关系、粒与整体的联系、粒之间的组合、粒之间的转换、粒之间的推理等都可以认为是直观意义下的粒计算。如果把一个事物的所有属性看作是一个整体，则其中的某个属性自然也可认为是一个粒。定性映射把一个属性映射为一种性质，由推论 1 知，属性计算是直观意义上的粒计算。属性与定性基准密切相连。或者说，属性与定性映射密切相连，我们说事物 x 具有 $P_{a(x)}$所指称的性质 $p(x)$，由定义 1 知，它其实是指在某种定性基准下具有性质 $p(x)$。因此，为了与前面的一般属性概念区别，把包含了定性基准或定性映射的属性直观上构成一个结构更大的属性，我们称之为属性粒。

定义 5 属性拓扑空间中的一个属性粒可表示成以下二元对的形式：

$$(P,\Gamma)=(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])$$

或者

$$(P,\Gamma)=(d_{a(x)},[\alpha_i,\beta_i])$$

$a(x)$为事物 x 的某一感觉属性，$p_i(x)$为 $a(x)$的性质，$[\alpha_i,\beta_i]$为 $p_i(x)$的某一定性基准域，$d_{a(x)}$是属性 $a(x)$的定量属性值。

定义 6 一个基于定性映射下的属性粒也可表示成以下二元对的形式：

$$(P,\Gamma)=(p_i(x),\tau(a(x)\in[\alpha_i,\beta_i]))$$

由定义 3、定义 5 和定义 6 知，由于同质关系是一种等价关系，即由这个等价关系 R（或说一个划分），可得到一个对应于 R 的商集（记为$[X]$），它对应于三元组$([X],[F],[T])$，称之为对应于同质关系 R 的商空间。

定义 7 设$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])$和$(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$是两个属性粒，它们关于逻辑联结词（$\sim$否定，$\wedge$合取，$\vee$析取，$\rightarrow$蕴含，$\leftrightarrow$等价）的计算公式被定义如下：

① $$\sim(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])=(\sim p_i(x),\Gamma-[\alpha_i,\beta_i]) \tag{7}$$

② $$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])\wedge(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$$
$$=(p_i(x)\Delta p_j(x),[\alpha_i,\beta_i]\cap[\alpha_j,\beta_j]) \tag{8}$$

式中，Δ 为属性合取，也称为属性整合。

③ $$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])\vee(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$$
$$=(p_i(x)\nabla p_j(x),[\alpha_i,\beta_i]\cup[\alpha_j,\beta_j]) \tag{9}$$

式中，∇ 为属性析取。

④ $$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])\rightarrow(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$$
$$=(p_i(x)\Rightarrow p_j(x),[\alpha_j,\beta_j]=T([\alpha_i,\beta_i])) \tag{10}$$

式中，$\Rightarrow$为属性变换或属性推理，T 为定义 2 中的基准变换操作。

在以上定义④中，式(10)左边的$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])\rightarrow(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$，我们称之为属性计算推理。结果是得到一个新的属性粒或原来的属性粒。当得到原来的属性粒时，我们称这个变换是自反的。当得到一个新的属性粒时，我们可用定义 4 的定性映射来刻画其两者之间的转换关系。

⑤ $$(p_i(x),[\alpha_i,\beta_i])\leftrightarrow(p_j(x),[\alpha_j,\beta_j])$$
$$=(p_i(x)\leftrightarrow p_j(x),[\alpha_i,\beta_i]=[\alpha_j,\beta_j]) \tag{11}$$

定义 8[9] 设 $\Gamma=N(\xi_i,\delta_i)$为性质 $p_i(x)$的某一定性基准域，ξ_i 为 Γ 的半径，ξ_i 为 Γ 的中心，$X=\{x\}$为对象集合，称映射 $\eta:X\times\Gamma\rightarrow[0,1]_i$ 为 $p_i(x)$体现其质特征类 $p_i(\xi_i)$的转化程度函数，如果对$\forall(x,N(\xi_i,\delta_i))\in X\times\Gamma$，$\exists\,\eta_i(x)\in[0,1]_i$，使得：

$$\eta(x,\xi_i,\delta_i)=|x-\xi_i|\perp\delta_i=\eta_i(x) \tag{12}$$

式中，$\eta_i(x)$的数学本质是$|x-\xi_i|$与δ_i之间的差异度。

L. A. Zadeh研究了被划分类或颗粒的大小，定义信息粒度为一个命题：x的值是以程度λ隶属于模糊子集$G\subseteq U$，其中x是U上的变量，x的值是U上的一个实体，写成：$g=x$ is G is λ，形式上被记成：

$g=\{u\in U$：x的值($v(x)=u$，v是U上的赋值符号)是以程度λ隶属于模糊子集$G\subseteq U$的程度来计算$\}$

很显然，上式中$0\leqslant\lambda\leqslant 1$。以模糊集的观点看，此处的$\lambda$是模糊隶属函数；而从逻辑的观点看，此处的$\lambda$是所建立命题的模糊真值或概率。

不难发现，定义5的一个属性粒($p_i(x)$，$[\alpha_i,\beta_i]$)或($d_{a(x)}$，$[\alpha_i,\beta_i]$)，在带转化程序函数的定性映射τ下表示“属性$a(x)$具有性质$p_i(x)$是以属性值$d_{a(x)}$隶属于基准$[\alpha_i,\beta_i]$的程度来计算的”。也就是说，它与Zadeh所表达的是同一个意思。这表明，属性粒概念的定义与Zadeh的信息粒概念定义在意义上保持一致。

3 基于定性映射的属性粒逻辑(AGL)基本概念

3.1 符号

系统AGL的符号包括下列7类：

①个体变元集：$V=\{x_i|i\in N\}$，为属性集上的元素；

②个体常元集：$E=\{e_k|k\in K\}$，它被解释为属性集上的素属性；

③函数符集：$\{f_j|j\in J\}$，其中J为指标集，j称为函数f_j的元数，$j\in\mathbf{N}^+$；

④关系符集：$\{P_i|i\in I\}$，其中I为指标集，i称为谓词P_i的元数，$i\in\mathbf{N}^+$；

⑤基准符集：$\{\Gamma_i|i\in I\}$，其中I为指标集，i称为基准Γ_i的元数，$i\in\mathbf{N}^+$；

⑥逻辑连接词：$\wedge$，$\vee$，$\sim$，$\rightarrow$；

⑦量词：$\forall$，$\exists$；

⑧技术性符号：(，)。

3.2 项的构成

AGL中的项集是满足下列条件的最小集T^*：

①$V\cup C\subset T^*$；

②对于任意$j\in J$，且$t_1,t_2,\cdots,t_m\in T^*$，则$f_m(t_1,t_2,\cdots,t_m)\in T^*$，其中$J$为指标集。

3.3 公式与推理的构成

定义9 (1)形如($p_i(x)$，$[\alpha_i,\beta_i]$)或(P_i，Γ_i)的是AGL原子公式，原子公式是AGL公式；(2)若(P_i，Γ_i)，(P_j，Γ_j)是公式，则($\sim P_i$，$\sim\Gamma_i$)，((P_i，Γ_i)$\wedge$(P_j，Γ_j))，((P_i，Γ_i)$\vee$(P_j，Γ_j))((P_i，Γ_i)$\rightarrow$(P_j，Γ_j))都是AGL的公式；(3)凡有限次引用上述步骤得到的公式都是AGL上的公式。

定义10 一个公式($p_i(x)$，$[\alpha_i,\beta_i]$)为真，当且仅当在定义8下转化程度$\eta_i(x)$的真值为1或大于0.5。

定义11 AGL的一个推理：($p_i(x)$，$[\alpha_i,\beta_i]$)$\rightarrow$($p_j(x)$，$[\alpha_j,\beta_j]$)是指如果存在一个映射$T_{ij}:\Gamma\rightarrow\Gamma$使得：$T_{ij}([\alpha_i,\beta_i])=[\alpha_j,\beta_j]$。

4 粒逻辑的Petri网推理算法

在一个模糊Petri网(FPT)中，设$P_1,P_2,\cdots,P_n$和Q为模糊逻辑谓词，取值范围是$[0,1]$间的实数，并设模糊规则具有以下基本形式：

$$w_1\times P_1\wedge w_2\times P_2\wedge\cdots\wedge w_n\times P_n\xrightarrow{TH}Q(CF)\tag{13}$$

式中，$P_1,P_2,\cdots,P_n$是模糊规则的前提条件，Q是模糊结论，P_j和Q取真值于$[0,1]$之间；$w_j(j=1,2,\cdots,n)$为前提条件中P_j的权系数，反映P_j在前提中的重要程度，$\sum w_j=1$，当$n=1$时权系数可以忽略；CF称为该规则的确信度，表示该规则为真的可信程度，$0\leqslant CF\leqslant 1$；TH称为该规则的“可应用阈值”，$0<TH\leqslant 1$。模糊规则的上述基本形式与FPN之间建立如下的映射关系，就可对模糊不精确知识用FPT进行表示：(1)变迁对应规则的激活；(2)库所对应模糊谓词；(3)输入强度对应权系数；(4)输出强度对应确信度；(5)变迁启动阈值对应可应用阈值。

AGL的推理可以在一个模糊Petri网中得到表达。如果用一个变迁系统的基本单元来简单表示定性映射，那么在变迁系统中的转移结点可直观看成是一个定性映射操作，事物属性的量特征和质特征以及定性基准域为变迁系统中的库所。显然，根据变迁系统的特性以及定性映射定义，在基本单元中隐含着非单调推理机制，可以直接表示简单判断性知识。事实上，基准可看成是性质的性质，因而也是一种性质特征。所以，把变迁系统的库所结点进行扩充为一个属性粒，而变迁节点自然就是属性粒变换映射。以下给出形式定义。

定义12 属性粒逻辑推理形式定义为一个八元组：

$$AGLP=\{P,T,F;M_0,S,O,N,\Gamma\}\tag{14}$$

式中，P是一个属性粒位置结点的有限集合；T是一个属性粒转移结点的有限集合，相当于一个粒变换；F是$P\times T$上的一个带标识的关系，表示位置结点到转移结点的连接情况和连接线上的额定输入量、输入强度计算函数S以及相应的连接强度。M_0是定义在P上的一个取值于$[0,K]$(K为某个有界实数)的函数，表示位置结点在运行开始时的初始标记状态；N是定性程度函数的输出强度函数；O是m维加权定性算子操作；Γ是定性基准。

例1形式描述定义11的推理。

例1 假设有以下识别推理操作，令$M(y)$为主体y的记忆集，$s_i(y)$是事物x的属性$s_i(x)$的检测神经元(定性基准)。令$P_x=\{p_j(x)|j=1,\cdots,n\}$是$x$的属性集，$p(x)=\wedge p_j(x)$是$x$的$r(r\leqslant n)$个属性的整合，其中，$\wedge$为整合算子。当$r=n$时，称$N(x)=\wedge p_j(x)$为$x$的整体(综合)属性，则感觉神经元$s_i(y)$对$T(x)$所作的推理操作可以表示为($p_i(x)$，$s_i(y)$)$\rightarrow$($p_j(x)$，$M(y)$)，令$T$表示从$P_x$到$M(y)$的映射$s_i(y):P_x\rightarrow M(y)$，使得：

$$T(s_i(y),N(x))=s_i(y)\quad\Delta N(x)=s_i(x,y)\text{或}-s_i(x,y)$$

当$s_i(x)$是$T(x)$单个属性时有结果$s_i(x,y)$，否则结果为$-s_i(x,y)$。

式中，Δ为抽取算子，$s_i(x,y)\in M(y)$为$s_i(x)$在$M(y)$中的感觉映象，上式表示：若$T(x)$中包含$s_i(y)$能检测的属性$s_i(x)$，则$s_i(y)$将$s_i(x)$从$T(x)$中分解并抽取出来，并将检测映象$s_i(x,y)$存于$M(y)$中；否则，$s_i(y)$将告诉大脑：x不具有属性$s_i(x)$。

根据形式定义，给出Petri网系统的关于以上推理算法的描述如下：

①给定初始粒信息集P_x作为位置结点，$s_i(y)$为可启动粒变换结点，其前置输入集为P_x。

②通过搜索 P_x 结点的 Token，找出所有 $t\in T$，满足 $t\in p_j(x)^{*}\wedge p_j(x)\in P_x$，计算它们的输入强度 $S(t)$，并与其启动阈值 $\eta(t)$ 相比较，此处 $\eta(t)$ 可由定义 8 设定适当函数计算得到。如 $S(t)>\eta(t)$，则启动对应变换结点 T。

③由式(12)和函数 N 计算所有 t 的后置集 V，对每一 p_i，$p_i\in V$，输出 p_k 的标记数(即由转化程度函数得到的属性的质特征值)。如无这样的 p_k 存在，表明 x 不具有属性 $s_i(x)$。

以上识别操作的粒逻辑推理过程可表示在 AGLP 中，如图 1 所示。

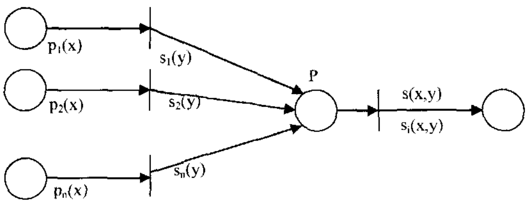

图 1 识别操作的粒逻辑 AGLP 表示

结束语 在哲学观点上，属性不仅表现着它要表现的质特征，而且还拥有需要它界定和规范的量特征。本文讨论不确定性问题中的粒逻辑模型，揭示知识不确定性随知识粒度的变化关系，进一步挖掘知识不确定性与确定性之间的本质联系。在揭示模糊不确定性判据可变的同时，构建了粒逻辑基本概念，最后用 Petri 网对其推理部分进行形式化描述，检验了其合理性。然而，得到这样的粒逻辑系统是简单的，其内容有待下一步进行丰富，完善后还将就粒逻辑的完备性及其归结式进行详细的探讨。

参考文献

[1] 李德毅，刘常昱，杜鹢，等. 不确定性人工智能[J]. 软件学报，2004，15(11)：1583-1594

[2] Zadeh L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control，1965，8(3)：338-353

[3] Pawlak Z. Rough sets[J]. Int'l Journal of Computer and Information Sciences，1982，11(5)：341-356

[4] Gau W L，Buehrer D J. Vague sets[J]. IEEE Trans on Systems，Man and Cybernetics，1993，23(2)：610-614

[5] 陈守煜. 可变模糊集量变与质变判据模式及其应用[J]. 系统工程与电子技术，2008，30(10)：1879-1882

[6] 蔡文，石勇. 可拓学的科学意义与未来发展[J]. 哈尔滨工业大学学报，2006，38(7)：1079-1083

[7] 李德毅，孟海军，史雪梅. 隶属云和隶属云发生器[J]. 计算机研究与发展，1995，32(6)：16-21

[8] Smarandache F. A Unifying field inlogic：Neutrosophic logic，Neutrosophic Probability and Statistics[M]. Xiquan Publishing Hours，2003

[9] 冯嘉礼. 思维、智能与属性论方法[J]. 广西师范大学学报：自然科学版，1997，15(3)：1-6

[10] 王国胤，张清华，马希骜，等. 知识不确定性问题的粒计算模型[J]. 软件学报，2011，22(4)：676-694

[11] 解滨，李磊军，米据生. 基于知识粒度的粗糙集的不确定性度量[J]. 计算机科学，2010，37(9)：225-228

[12] 张钹，张铃. 问题求解理论及应用[M]. 北京：清华大学出版社，1990

[13] Zadeh L A. Some reflections on information granulation and its certainty in granular computing，computing with words，the computational theory of perceptions and precipitated natural language[C]// Lin T Y，ed. Data Mining，Rough Sets and Granular Computing. Germany：Physica-Verlag GmbH Heidelberg，2002

[14] Zadeh L A. From computing with numbers to computing With words-from manipulation of measurements to manipulation of perceptions[J]. IEEE Transactions Circuits and Systems，1999，45：105-119

[15] Zadeh L A. Outline of computational theory of perceptions based on computing with words [M]. NewYork：Academic Press，2000：3-22

[16] 王飞跃. 词计算和语言动力学系统的计算理论框架[J]. 模式识别与人工智能，2001，14(4)：377-384

[17] 王飞跃. 词计算和语言动力学系统的基本问题和研究[J]. 自动化学报，2005，31(6)：844-852

[18] 苗夺谦，王国胤，刘清，等. 粒计算：过去、现在与展望[M]. 北京：科学出版社，2007

[19] 孙丽君，苗夺谦. 基于粒度计算的特征选择方法[J]. 计算机科学，2008(35)：14-16

[20] 赵立权. 模糊集、粗糙集和商空间理论的比较研究[J]. 计算机工程，2011，37(2)：22-24

[21] 冯嘉礼. 从判断到识别的定性映射模型与模糊人工神经元[J]. 模式识别与人工智能，2006，19(1)：35-66

[22] 潘谦红，王炬，史忠植. 基于属性论的文本相似度计算[J]. 计算机学报，1999，22(6)：651-655

[23] 冯嘉礼，毕经迎. 基于属性论的肺癌细胞识别[J]. 广西师范大学学报：自然科学版，2011，29(3)：183-186

[24] 许广林，冯嘉礼，刘永昌. 模式识别的属性计算网络模型[J]. 计算机研究与发展，2008，45(S)：274-278

[25] Zhou Ru-qi，Lu Chun-he. Granular computing cognitive model based on criterion transformation [C] // Proceeding of 2011 IEEE International conference on Granular computing. 2011，11：813-816

(上接第 220 页)

[2] 刘俊娥，曾凡雷，郭章林. 基于 RS-SVM 模型的煤与瓦斯突出多因素风险评价[J]. 中国安全科学学报，2011，21(7)：21-25

[3] 王凯，俞启香. 煤与瓦斯突出的非线性特征及预测模型[M]. 徐州：中国矿业大学出版社，2005

[4] Cristianini N，Shawe-Taylor J. An introduction to support vector machine and other kernel-based learning methods [M]. Cambridge：Cambridge University Press，2000

[5] Vapnik V N. The nature of statistical learning theory [M]. New York：Springer verlag，1995

[6] CoellC A，Pulido G T，Lechuga M S. Handling multiple objectives with particle swarm optimization[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation，2004，8(3)：256-279

[7] Kennedy J，Eberhart R C. Particle swarm optimization [C] // Proceedings of IEEE international conference on neural networks. Piscataway：IEEE Press，1995：1942-1948

[8] 张春慨，李霄峰，邵惠鹤. 基于线性搜索的混沌优化及其在非线性约束优化问题中的应用[J]. 控制与决策，2001，16(1)：120-124

[9] 孟红记，郑鹏，梅国晖，等. 基于混沌序列的粒子群优化算法[J]. 控制与决策，2006，21(3)：262-266

[10] 朱红求，阳春华，桂卫华，等. 一种带混沌变异的粒子群优化算法[J]. 计算机科学，2010，37(3)：215-217