

基于原背景的补背景概念获取

何 苗 魏 玲

(西北大学数学系 西安 710127)

摘 要 形式概念分析是知识获取的一种有效工具,已被广泛应用到各个领域。从原背景概念的外延(内涵)出发,首先利用定义的“+”算子得到其补背景的部分概念,可证明这些概念包含了补背景的所有交不可约元(并不可约元);其次给出从这些概念得到补背景的所有交不可约元(并不可约元)的判断方法,进而得到补背景的所有交不可约元(并不可约元);最后利用交不可约元(并不可约元)的性质进一步得到补背景的全部概念。

关键词 形式背景,补背景,概念格,不可约元

中图法分类号 TP18,O29 **文献标识码** A

Concept Acquisition of Complement Formal Context Based on the Original Context

HE Miao WEI Ling

(Department of Mathematics, Northwest University, Xi'an 710127, China)

Abstract As an efficient tool for knowledge acquisition, formal concept analysis has been applied to many fields. Based on the extents (intents) of a formal context, some concepts of complement context were obtained by the operator ‘+’, and it was proved that these concepts includes all the meet-irreducible elements (join-irreducible elements) of this complement context. Then, the approach to find all the meet-irreducible elements (join-irreducible elements) was given. Finally, all the concepts of complement context were obtained.

Keywords Formal context, Complement context, Concept lattice, Irreducible element

1 引言

德国数学家 Wille R. 于 1982 年首先提出了形式概念分析理论^[1],用于概念的发现、排序和显示。形式背景与形式概念是形式概念分析的基本概念,形式概念是由形式背景中的对象集和属性集组成的统一体,形式概念之间可形成一种有序的层次结构——概念格,概念格的构造^[2-5]是形式概念分析理论的主要研究内容之一。

由于一个形式背景唯一地确定其补形式背景,且一个形式背景确定唯一的概念格,因此概念格与补背景的概念格是相互唯一确定的。Y. Y. Yao 在 2004 年提出了面向对象概念格并证明了补背景概念格、面向对象概念格和面向属性概念格^[6,7]同构,所以研究补背景的概念格是有意义和价值的。王霞在其博士论文^[8]中也研究了原背景的概念格与补背景的概念格的关系,从原背景的概念格出发,找到了原背景的属性概念(对象概念),然后得到补背景的交不可约元(并不可约元)。汪胜楠也提出了基于原背景的补背景概念格的构造方法^[9,10]。与他们的方法对比,本文从原背景概念的外延(内涵)出发寻找补背景的概念,出发点比较简单,且涉及的“+”算子也比较简单。

2 理论基础

定义 1^[11] 称 (G, M, I) 为一个形式背景,其中 $G = \{g_1,$

$\dots, g_t\}$ 为对象集,每个 $g_i (i \leq t)$ 称为一个对象; $M = \{m_1, \dots, m_s\}$ 为属性集,每个 $m_j (j \leq s)$ 称为一个属性; I 为 G 和 M 之间的二元关系 $I \subseteq G \times M$ 。若 $(g, m) \in I$, 则称 g 具有属性 m , 用 gIm 表示。

对于形式背景 (G, M, I) , 在对象集 $X \subseteq G$ 和属性集 $B \subseteq M$ 上分别定义运算:

$$X^* = \{m | m \in M, \forall g \in X, gIm\}$$

$$B' = \{g | g \in G, \forall m \in B, gIm\}$$

$\forall g \in G$, 记 $\{g\}^*$ 为 g^* ; $\forall m \in M$, 记 $\{m\}'$ 为 m' 。若 $\forall g \in G, g^* \neq \emptyset, g^* \neq G$, 且 $\forall m \in M, m' \neq \emptyset, m' \neq M$, 则称形式背景 (G, M, I) 是正则的。本文提到的形式背景都是正则的。

对于二元关系 I , 定义其补关系 $I^c = \{(g, m) | \neg(gIm)\}$, 则形式背景 (G, M, I^c) 是 (G, M, I) 的补形式背景。

设 (G, M, I) 是形式背景, 对 $A \subseteq G, B \subseteq M$, 若满足 $A^* = B$ 且 $A = B'$, 则称 (A, B) 是一个形式概念, 简称概念, 其中 A 称为概念的外延, B 称为概念的内涵。形式背景 (G, M, I) 的全体概念记为 $L(G, M, I)$; $\forall (A_1, B_1), (A_2, B_2) \in L(G, M, I)$, 定义:

$$(A_1, B_1) \wedge (A_2, B_2) = (A_1 \cap A_2, (B_1 \cup B_2)^*)$$

$$(A_1, B_1) \vee (A_2, B_2) = ((A_1 \cup A_2)^*, B_1 \cap B_2)$$

则 $L(G, M, I)$ 是完备格, 称之为概念格。

定义 2^[11] 设 (G, M, I) 为形式背景, $\forall g \in G, m \in M$, 称

到稿日期:2012-01-09 返修日期:2012-06-07 本文受国家自然科学基金(11071281, 60703117)资助。

何 苗(1987—),女,硕士生,主要研究方向为形式概念分析、粗糙集;魏 玲(1972—),女,教授,博士生导师,主要研究方向为形式概念分析、粗糙集、概率论等, E-mail: wl@nwnu.edu.cn.

(g^*, g^+) 为对象概念, (m', m'^+) 为属性概念。

定义 3^[12] 设 L 是格, 若满足下列条件, 则称 $x \in L$ 是交不可约元。

- (1) $x \neq 1$ (如果 L 有单位元);
- (2) $x = a \wedge b \Rightarrow x = a$ 或 $x = b (a, b \in L)$ 。

对偶地, 若满足下列条件, 则称 $x \in L$ 是并不可约元。

- (1) $x \neq 0$ (如果 L 有零元);
- (2) $x = a \vee b \Rightarrow x = a$ 或 $x = b (a, b \in L)$ 。

定理 1^[12] 设 L 是一有限格, L 中的任意元素可表示成某些并(交)不可约元的并(交)。

记: $L_G(G, M, I) = \{X | (X, B) \in L(G, M, I)\}$ 是概念格 $L(G, M, I)$ 所有外延的集合;

$L_M(G, M, I) = \{B | (X, B) \in L(G, M, I)\}$ 是概念格 $L(G, M, I)$ 所有内涵的集合;

$L_G(G, M, I^c) = \{X | (X, B) \in L(G, M, I^c)\}$ 是补背景概念格所有外延的集合;

$L_M(G, M, I^c) = \{B | (X, B) \in L(G, M, I^c)\}$ 是补背景概念格所有内涵的集合;

$M(L)^c = \{(X, B) | (X, B) \neq \bigwedge (X_i, B_i), (X, B), (X_i, B_i) \in L(G, M, I^c), i \in T\}$ 为补背景概念格 $L(G, M, I^c)$ 的交不可约元构成的集合;

$J(L)^c = \{(X, B) | (X, B) \neq \bigvee (X_i, B_i), (X, B), (X_i, B_i) \in L(G, M, I^c), i \in T\}$ 为补背景概念格 $L(G, M, I^c)$ 的并不可约元构成的集合。

3 基于原背景的概念获取补背景的交不可约元

本节主要给出从原背景的概念出发如何获取补背景的交不可约元及全部概念。首先, 从原背景概念的外延出发, 利用新定义的“+”算子, 找到补背景的部分概念; 其次, 通过论证知这些概念包含了补背景的所有交不可约元, 给出了相应的判断方法; 最终, 基于这些交不可约元获得补背景的全部概念。利用这种方法, 可解决复杂形式背景的概念格计算问题。

定义 4 设 (G, M, I) 是形式背景, $\forall X \subseteq G, B \subseteq M$, 在 X 和 B 上定义运算:

$$X^+ = \{m \in M | \forall g \subseteq X, (g, m) \notin I\}$$

$$B^+ = \{g \in G | \forall m \subseteq B, (g, m) \notin I\}$$

设 (G, M, I) 是形式背景, 由定义 4 和定义 1 得, $\forall X \subseteq G, B \subseteq M$, 若满足 $X^+ = B$ 且 $X = B^+$, 则 (X, B) 是补背景 (G, M, I^c) 的概念; $\forall g \in G, m \in M$, 显然有 $(g^*)^c = g^+, (m')^c = m^+$ 。

性质 1 设 (G, M, I) 是形式背景, $\forall X_1, X_2, X \subseteq G, B_1, B_2, B \subseteq M$, 有以下性质:

- (1) $X_1 \subseteq X_2 \Rightarrow X_2^+ \subseteq X_1^+, B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow B_2^+ \subseteq B_1^+$;
- (2) $X \subseteq X^{++}, B \subseteq B^{++}$;
- (3) $X^+ = X^{+++}, B^+ = B^{+++}$;
- (4) $X \subseteq B^+ \Leftrightarrow B \subseteq X^+$;
- (5) $(X_1 \cup X_2)^+ = X_1^+ \cap X_2^+, (B_1 \cup B_2)^+ = B_1^+ \cap B_2^+$;
- (6) $(X_1 \cap X_2)^+ \supseteq X_1^+ \cup X_2^+, (B_1 \cap B_2)^+ \supseteq B_1^+ \cup B_2^+$;
- (7) (X^{++}, X^+) 和 (B^+, B^{++}) 都是补背景 (G, M, I^c) 的概念。

证明: (1)、(2) 显然成立。

(3) 由(1)和(2)可以证明 $X^{+++} \subseteq X^+$, 同时用 X^+ 代替 X , 用(1)可以证明 $X^+ \subseteq X^{+++}$, 于是 $X^+ = X^{+++}$ 。同理可证得 $B^+ = B^{+++}$ 。

(4) 因为 $X \subseteq B^+$, 由(1)得 $B^{++} \subseteq X^+$, 又由(2)得 $B \subseteq B^{++} \subseteq X^+$, 即 $B \subseteq X^+$, 所以 $X \subseteq B^+ \Rightarrow B \subseteq X^+$ 。同理可证得 $B \subseteq X^+ \Rightarrow X \subseteq B^+$ 。故 $X \subseteq B^+ \Leftrightarrow B \subseteq X^+$ 。

(5) 因为 $X_1 \subseteq X_1 \cup X_2$, 由(1)得 $(X_1 \cup X_2)^+ \subseteq X_1^+$, 同理可得 $(X_1 \cup X_2)^+ \subseteq X_2^+$, 所以 $(X_1 \cup X_2)^+ \subseteq X_1^+ \cap X_2^+$ 。下面证明 $X_1^+ \cap X_2^+ \subseteq (X_1 \cup X_2)^+$, $\forall m \in X_1^+ \cap X_2^+$, 所以 $m \in X_1^+$ 且 $m \in X_2^+$, $\forall g_1 \in X_1, g_2 \in X_2$, 有 $g_1 \subseteq m^+, g_2 \subseteq m^+$, 所以 $g_1 \cup g_2 \subseteq m^+$, 利用性质 1(4) 有 $m \subseteq (g_1 \cup g_2)^+$, 由 g_1 和 g_2 的任意性得, $X_1^+ \cap X_2^+ \subseteq (X_1 \cup X_2)^+$, 则 $(X_1 \cup X_2)^+ = X_1^+ \cap X_2^+$ 。同理可证得 $(B_1 \cup B_2)^+ = B_1^+ \cap B_2^+$ 。

(6) 因为 $X_1 \cap X_2 \subseteq X_1, X_1 \cap X_2 \subseteq X_2$, 由(1)得 $X_1^+ \subseteq (X_1 \cap X_2)^+, X_2^+ \subseteq (X_1 \cap X_2)^+$, 所以 $X_1^+ \cup X_2^+ \subseteq (X_1 \cap X_2)^+$, 同理可证得 $(B_1 \cap B_2)^+ \supseteq B_1^+ \cup B_2^+$ 。

(7) 因为 $(X^{++})^+ = X^{+++}$, 由(3)得 $(X^{++})^+ = X^+$, 又因为 $(X^+)^+ = X^{++}$, 所以 (X^{++}, X^+) 是补背景的概念。同理可以证明 (B^+, B^{++}) 也是补背景的概念。

设 (G, M, I) 是形式背景, $\forall B \subseteq M$, 由性质 1(7) 得, $\forall m \in M, (m^+, m^{++})$ 也是补背景的概念, 称之为补背景的属性概念。由文献[12]可以得到: 若 $(X, B) \in M(L)^c$, 则存在 $m \in M$, 使得 $(X, B) = (m^+, m^{++})$, 即补背景的交不可约元必为补背景的属性概念; 反之, 补背景的属性概念不一定是补背景的交不可约元。

设 $L(G, M, I)$ 是概念格, $\forall X \in L_G(G, M, I)$, 有 $((X^c)^{++}, (X^c)^+) \in L_G(G, M, I^c)$ 。

定理 2 设 $L(G, M, I)$ 是概念格, 记

$$H_1 = \{((X^c)^{++}, (X^c)^+) | X \in L_G(G, M, I)\}$$

则有 $M(L)^c \subseteq H_1$ 。

证明: 记 $L_P(G, M, I)$ 是形式背景 (G, M, I) 全部属性概念构成的集合, $L_P(G, M, I^c)$ 是形式背景 (G, M, I^c) 全部属性概念构成的集合, 显然有 $L_P(G, M, I) \subseteq L(G, M, I)$ 。即 $\forall m \in M, \exists X \in L_G(G, M, I)$, 使得 $m' = X$ 。由前文得 $m^+ = X^c$ 。即 $\forall m \in M, \exists X \in L_G(G, M, I)$, 都有 $(m^+, m^{++}) = ((X^c)^{++}, (X^c)^+)$, 所以 $L_P(G, M, I^c) \subseteq H_1$, 又由前文知补背景的交不可约元必为补背景的属性概念, 得 $M(L)^c \subseteq H_1$ 。

定理 3 设 $L(G, M, I)$ 是概念格, $(X, B) \in H_1, \forall B_i \subseteq B, (i \in T, T \text{ 为指标集}), \bigwedge (B_i^+, B_i^{++}) \neq (X, B) \Rightarrow (X, B)$ 为交不可约元。

证明: 假设 (X, B) 不是交不可约元, 则 (X, B) 可以表示成某些概念的交, 即概念的外延 X 等于某些概念外延的交。因为 $X^+ = B, X = B^+$ 且 $B_i \subseteq B$, 所以 $X \subseteq B_i^+$, 得 $X = \bigcap B_i^+$ 。这与已知矛盾。则 (X, B) 为交不可约元。

定理 2 表明从原背景的外延出发可得到补背景的部分概念, 而这些概念包含了补背景的所有交不可约元; 定理 3 则给出了如何从这些概念得到所有的交不可约元的判断方法。一旦找出所有交不可约元, 则补背景的所有概念即可获得。

例 1 我们给出形式背景 (G, M, I) , 如表 1 所列, 其中 $G = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}, M = \{a, b, c, d, e, f\}$, 下面求其补背景的概念格。

表 1 形式背景 (G, M, I)

	a	b	c	d	e	f
1	×					
2	×	×				
3	×		×			
4				×		
5				×	×	
6				×	×	×

表 2 是其补背景。

表 2 形式背景 (G, M, I^c)

	a	b	c	d	e	f
1		×	×	×	×	×
2			×	×	×	×
3		×		×	×	×
4	×	×	×		×	×
5	×	×	×			×
6	×	×	×			

因为这个形式背景比较复杂,所以它所对应的概念格也比较复杂。本例用上述方法给出其补背景的概念格。

(1)表 1 所对应的概念格如图 1 所示,为简单起见,集合皆用其元素的串表示;

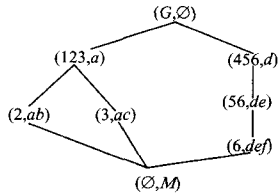


图 1 $L(G, M, I)$

(2)所有外延构成的集合:

$$L_G(G, M, I) = \{\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{2\}, \{3\}, \{5, 6\}, \{6\}, G, \emptyset\}$$

(3) $\forall X \in L_G(G, M, I)$, 求 X^c 得:

$$\{4, 5, 6\}^c = \{a, b, c\}, \{4, 5, 6\}^{++} = \{4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 3\}^c = \{d, e, f\}, \{1, 2, 3\}^{++} = \{1, 2, 3\};$$

$$\{1, 3, 4, 5, 6\}^c = \{b\}, \{1, 3, 4, 5, 6\}^{++} = \{1, 3, 4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 4, 5, 6\}^c = \{c\}, \{1, 2, 4, 5, 6\}^{++} = \{1, 2, 4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 3, 4\}^c = \{e, f\}, \{1, 2, 3, 4\}^{++} = \{1, 2, 3, 4\};$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}^c = \{f\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}^{++} = \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$$G^+ = \emptyset, G^{++} = G; \emptyset^+ = M, \emptyset^{++} = \emptyset.$$

(4)通过“+”算子,得到补背景的部分概念:

$$\{4, 5, 6\}^+ = \{a, b, c\}, \{4, 5, 6\}^{++} = \{4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 3\}^+ = \{d, e, f\}, \{1, 2, 3\}^{++} = \{1, 2, 3\};$$

$$\{1, 3, 4, 5, 6\}^+ = \{b\}, \{1, 3, 4, 5, 6\}^{++} = \{1, 3, 4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 4, 5, 6\}^+ = \{c\}, \{1, 2, 4, 5, 6\}^{++} = \{1, 2, 4, 5, 6\};$$

$$\{1, 2, 3, 4\}^+ = \{e, f\}, \{1, 2, 3, 4\}^{++} = \{1, 2, 3, 4\};$$

$$\{1, 2, 3, 4, 5\}^+ = \{f\}, \{1, 2, 3, 4, 5\}^{++} = \{1, 2, 3, 4, 5\};$$

$$G^+ = \emptyset, G^{++} = G; \emptyset^+ = M, \emptyset^{++} = \emptyset.$$

即 $(456, abc), (123, def), (13456, b), (12456, c), (1234, ef), (12345, f), (G, \emptyset), (\emptyset, M)$ 。

(5)通过定理 3,找出补背景 (G, M, I^c) 的所有交不可约元为:

$$(456, abc), (123, def), (13456, b), (12456, c), (1234, ef), (12345, f)$$

(6)利用定理 1 得到补背景 (G, M, I^c) 的所有概念,其概念格如图 2 所示。

事实上,该方法还有另一种理解。对于复杂的形式背景,直接从此背景出发寻找概念过于复杂,而它的补背景比较简单,则可从它的补背景出发,找到补背景所对应的概念格,利用上面的方法去获取该补背景的补背景亦即最初的原背景的概念格。

概念格。

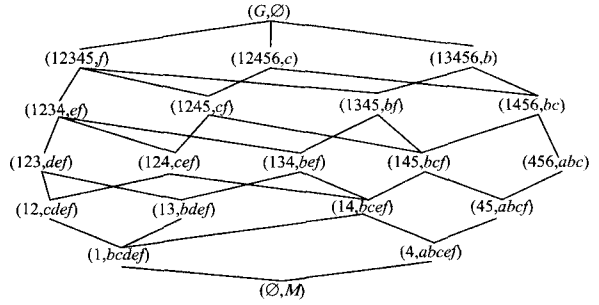


图 2 $L(G, M, I^c)$

比如,若原背景如表 2 所列,我们希望寻找其概念格,可以采用如下步骤:

(1)求表 2 的补背景,如表 1 所列;

(2)按例 1 方法求出的图 2 恰为所需的原背景所对应的概念格。

4 基于原背景的概念获取补背景的并不可约元

与第 3 节类似,本节主要给出从原背景的概念出发获取补背景的并不可约元及全部概念的方法。我们只给出主要结果,证明不再赘述。

设 (G, M, I) 是形式背景, $\forall B \subseteq M$, 由性质 1(7) 得, (X^{++}, X^+) 是补背景的概念。所以, $\forall g \in G, (g^{++}, g^+)$ 也是补背景的概念,称 (g^{++}, g^+) 为补背景的对象概念。由文献 [12] 可以得到:若 $(X, B) \in J(L)^c$, 则存在 $g \in G$, 使得 $(X, B) = (g^{++}, g^+)$, 即补背景的并不可约元必为补背景的对象概念;反之,补背景的对象概念不一定为补背景的并不可约元。

设 $L(G, M, I)$ 是概念格, $\forall B \in L_M(G, M, I)$, 有 $((B^c)^+, (B^c)^{++}) \in L_G(G, M, I^c)$ 。

定理 4 设 $L(G, M, I)$ 是概念格, 记

$$H_2 = \{((B^c)^+, (B^c)^{++}) \mid \forall B \in L_M(G, M, I)\}$$

则有 $J(L)^c \subseteq H_2$ 。

定理 5 设 $L(G, M, I)$ 是概念格, $(X, B) \in H_2, \forall X_i \subseteq X, (i \in T, T \text{ 为指标集}), \forall (X_i^{++}, X_i^+) \neq (X, B) \Rightarrow ((X, B)$ 为并不可约元。

定理 4 表明从原背景的内涵出发可得到补背景的部分概念,且这些概念包含了补背景的所有并不可约元;定理 5 则给出如何从这些概念得到所有的并不可约元的判断方法。一旦找出所有并不可约元,则补背景的所有概念即可获得。

例 2 针对表 1 所列的形式背景 (G, M, I) , 下面求其补背景的概念格。

(1)求原背景表 1 所对应的概念格,如图 1 所示;

(2)求原背景概念格所有内涵的集合:

$$L_M(G, M, I) = \{\{a\}, \{d\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{d, e\}, \{d, e, f\}, \emptyset, M\}$$

(3) $\forall B \in L_M(G, M, I)$, 求 B^c :

$$\{b, c, d, e, f\}, \{a, b, c, e, f\}, \{c, d, e, f\}, \{b, d, e, f\}, \{a, b, c, f\}, \{a, b, c\}, M, \emptyset$$

(4)通过“+”算子,得到补背景的部分概念:

$$\{b, c, d, e, f\}^+ = \{1\}, \{b, c, d, e, f\}^{++} = \{b, c, d, e, f\};$$

$$\{a, b, c, e, f\}^+ = \{4\}, \{a, b, c, e, f\}^{++} = \{a, b, c, e, f\};$$

$$\begin{aligned}\{c,d,e,f\}^+ &= \{1,2\}, \{c,d,e,f\}^{++} = \{c,d,e,f\}; \\ \{b,d,e,f\}^+ &= \{1,3\}, \{b,d,e,f\}^{++} = \{b,d,e,f\}; \\ \{a,b,c,f\}^+ &= \{4,5\}, \{a,b,c,f\}^{++} = \{a,b,c,f\}; \\ \{a,b,c\}^+ &= \{4,5,6\}, \{a,b,c\}^{++} = \{a,b,c\}; \\ M^+ &= \emptyset, M^{++} = M; \emptyset^+ = G, \emptyset^{++} = \emptyset.\end{aligned}$$

即 $(1,bcdef), (4,abcef), (12,cdef), (13,bdef), (45,abc-f), (456,abc), (\emptyset, M), (G, \emptyset)$ 。

(5) 通过定理 5 得到补背景 (G, M, I^c) 的并不可约元为:

$(1,bcdef), (4,abcef), (12,cdef), (13,bdef), (45,abc-df), (456,abc)$

(6) 通过定理 1 得到补背景的所有概念, 画出表 1 所对应的补背景概念格, 如图 2 所示。

类似地, 对于复杂形式背景, 也可以通过求其补背景的补背景的并不可约元的方法来获得原始概念格。

结束语 本文提出了一种如何从原背景的概念获取补背景的交不可约元(并不可约元)的方法, 针对这种方法给出了它的一个应用——如何求解复杂的形式背景所对应的概念格。由于复杂的形式背景的补背景比较简单, 因此从简单的补背景出发去求解, 找到补背景所对应的概念格, 然后从补背景所有概念的外延(内涵)出发, 得到原背景的交不可约元(并不可约元), 最后利用交不可约元(并不可约元)的性质, 能更好地更快地得到原背景的概念格。本文的研究进一步揭示了原背景上的概念格与补背景上的概念格之间的关系, 是对文献[8,9]的完善。

参考文献

[1] Wille R. Restructuring Lattices Theory: An Approach on Hierarchies of Concepts [M]//Riaral I, ed. Ordered Sets. Reidel, Dor-

recht, 1982; 445-470

- [2] Carpineto C, Romano G. Concept Data Analysis: Theory and Application [M]. John Wiley&Sons, Ltd, 2004
- [3] Godin R. Incremental concept formation algorithm based on Galois lattices [J]. Computational Intelligence, 1995, 11(2): 246-267
- [4] Bao Ho T. Discovering and using knowledge from unsupervised data [J]. Decision Support System, 1997, 21(1): 29-42
- [5] Belohlavek R. fuzzy closure operators [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 2001(262): 473-489
- [6] Yao Y Y. Concept lattices in rough set theory [C]//Dick S, Kurgan L, Pedrycz W, et al., eds. Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS 2004). IEEE Catalog Number: 04TH8736, June 2004; 796-801
- [7] Yao Y Y. A comparative study of formal concept analysis and rough set theory in data analysis [J]. Lecture Notes in Artificial Intelligence, 2004, 3066: 59-68
- [8] 王震. 概念格的约简理论与方法研究[D]. 西安: 西安交通大学, 2008
- [9] 汪胜楠. 面向对象(属性)概念格的构建方法研究[D]. 西安: 西北大学, 2011
- [10] Wei Ling, Wang Sheng-nan, Zhao Wei. Methods to construct several kinds of concept lattices [C]//Proceedings of 2010 International Conference on Machine Learning and Cybernetics. IEEE, 2010; 91-96
- [11] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis [M]. Mathematical Foundations. New York: Springer-Verlag, 1999
- [12] Davey B A, Priestley H A. Introduction to lattices and order [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2002

(上接第 178 页)

- [7] Jia Shu-jin, Zhu Jun, Du Bin, et al. Indicator-Based Particle Swarm Optimization with Local Search [C]//Proceedings of the Seventh International Conference on Natural Computation. Shanghai: IEEE Press, 2011; 1180-1184
- [8] Tsou C S, Fang H H, Chang H H, et al. An Improved Particle Swarm Pareto Optimizer with Local Search and Clustering [C]//Proceedings of the 6th International Conference on Simulated Evolution And Learning. Hefei: Springer Press, 2006, 4247: 400-407
- [9] Zhang Guo-hui, Shao Xin-yu, Li Pei-gen, et al. An effective hybrid particle swarm optimization algorithm for multi-objective flexible job-shop scheduling problem [J]. Computers & Industrial Engineering, 2009, 56(4): 1309-1318
- [10] 贾兆红, 陈华平, 孙耀晖. 多目标粒子群优化算法在柔性车间调度中的应用 [J]. 小型微型计算机系统, 2008, 29(5): 885-889
- [11] Lara A, Sanchez G, Coello C A C, et al. HCS: A New Local Search Strategy for Memetic Multi objective Evolutionary Algorithms [J]. IEEE Transactions on Evolutionary Computation, 2010, 14(1): 112-132
- [12] Eberhart R C, Shi Y. Comparing inertia weights and constriction factors in particle swarm optimization [C]//Proceedings of the 2000 Conference on Evolutionary Computation. San Diego: IEEE Press, 2000; 84-88
- [13] Tripathi P K, Bandyopadhyay S, Pal S K. Multi-Objective Parti-

cle Swarm Optimization with time variant inertia and acceleration coefficients [J]. Information Science, 2007, 177: 5033-5049

- [14] Ishibuchi H, Yoshida T, Murata T. Balance between genetic search and local search in memetic algorithms for multiobjective permutation flowshop scheduling [J]. IEEE transactions on evolutionary computation, 2003, 7(2): 204-223
- [15] Nguyen Q H, Ong Y S, Krasnogor N. A Study on the Design Issues of Memetic Algorithm [C]//Proceedings of the 2007 Congress on Evolutionary Computation. Singapore: IEEE Press, 2007; 2390-2397
- [16] Zhang Qing-fu, Li Hui. MOEA/D: A Multiobjective Evolutionary Algorithm Based on Decomposition [J]. IEEE transactions on evolutionary computation, 2007, 11(6): 712-730
- [17] Joshua K. A summary-attainment-surface plotting method for visualizing the performance of stochastic multi objective optimizers [C]//Proceedings of the 5th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. 2005; 552-557
- [18] Wang Tai-Yue, Yang Yih-Hwang. A fuzzy model for supplier selection in quantity discount environments [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36: 12179-12187
- [19] Liang J J, Suganthan P N. Dynamic Multi-Swarm Particle Swarm Optimizer with a Novel Constraint-Handling Mechanism [C]//Proceedings of the 2006 Congress on Evolutionary Computation. Vancouver: IEEE Press, 2006; 9-16