

一种基于 Kruppa 方程的分步自标定方法

王 欣^{1,2} 高焕玉¹ 张明明¹

(吉林大学计算机科学与技术学院 长春 130012)¹

(吉林大学符号计算与知识工程教育部重点实验室 长春 130012)²

摘 要 针对摄像机自标定中 Kruppa 方程求解的非线性优化问题和标定结果的欠鲁棒性,提出一种基于 Kruppa 方程的分步自标定方法。根据两图像匹配的特征点对采用 8 点算法求解相应的基本矩阵,其中待匹配图像选用摄像机对同一场景在不同焦距下拍摄的两帧图片,对图片的特征匹配点建立约束关系,采用最小二乘法求出摄像机的主点坐标,然后利用遗传算法优化 Kruppa 方程的比例因子,最后通过优化后的比例因子完成摄像机的标定。实验表明,该方法可提高标定精度,并通过对特征点坐标加入高斯噪声,验证了算法的鲁棒性。

关键词 摄像机自标定, Kruppa 方程, 遗传算法, 基本矩阵

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A

Multi-step Self-calibration Method Based on Kruppa Equations

WANG Xin^{1,2} GAO Huan-yu¹ ZHANG Ming-ming¹

(College of Computer Science and Technology, Jilin University, Changchun 130012, China)¹

(Key Laboratory of Symbolic Computation and Knowledge Engineer of Ministry of Education, Jilin University, Changchun 130012, China)²

Abstract Most of the existing algorithms for camera self-calibration have following problems: non-linear optimization of Kruppa equations, and not robust. In order to solve these problems, a multi-step self-calibration method was proposed. This method begins with getting the fundamental matrix between images by 8-point algorithm. The candidate matching images are acquired by taking two pictures of one scene using different focal length. We established the constraint correspondence between feature points of two images. The coordinate of principle point was calculated by using least square method. Finally the genetic algorithm was adopted to optimize the scale factor of the Kruppa equations and accomplishing the task of camera calibration. Experiment results indicate that the proposed method can effectively improve the accuracy and robustness of self-calibration method based on Kruppa equations.

Keywords Self-calibration, Kruppa equations, Genetic algorithm, Fundamental matrix

1 前言

摄像机标定主要解决从二维图像到三维场景的映射关系,根据摄像机二维图像恢复场景的三维信息。摄像机标定具体内容包括求解摄像机内参数矩阵、位姿参数以及畸变参数等信息。

摄像机标定方法主要包括两大类^[1,2]:传统标定方法和自标定方法。传统标定方法需要人工制作形状大小严格受限的标定物,再通过建立标定物的点坐标与其对应图像点之间的约束关系来对摄像机参数进行求解。该类方法具有标定精度高和可信度强的优点,但其由于需要使用标定物,因此限制了使用环境,而且不适合在线标定。

Faugeras、Hartley 等^[3]在 20 世纪 90 年代初首次提出了摄像机自标定的概念,从而使摄像机标定不受场景位置和摄

像机运动的限制成为可能。从本质上讲,所有的自标定理论都是基于摄像机内参数自身存在的约束关系而对摄像机进行标定的,这种约束关系只与摄像机内参数有关,而与摄像机的运动姿态以及所在场景的结构无关。

基于 Kruppa 方程的自标定方法主要是利用了绝对二次曲线(AC)在图像中的像(IAC)与摄像机的刚体运动无关,而与摄像机内参数有关的性质对摄像机进行标定。Luong 等^[4]的方法需要消去 Kruppa 方程中的未知比例因子,然后通过非线性最小二乘优化算法进行优化;Ma 等^[5]对 Kruppa 方程进行了详细分析,指出在某些特殊情况下,如摄像机做纯旋转或平移运动时, Kruppa 方程可以化为线性方程; Lourakis 等^[6]的方法则需要利用矩阵的奇异值分解法对 Kruppa 方程进行简化;Luong^[4]通过利用迭代的扩展卡尔曼滤波方法,对摄像机矩阵得出了较为鲁棒的估计。上述方法若不对摄像机

到稿日期:2011-11-02 返修日期:2012-02-25 本文受国家自然科学基金项目(60905022),吉林省科技发展计划项目(201105016),吉林大学符号计算与知识工程教育部重点实验室开放基金项目资助。

王 欣(1975—),女,博士,副教授,主要研究方向为计算机图形学、数字图像处理、虚拟现实与科学计算可视化, E-mail: w_x@jlu.edu.cn;高焕玉(1985—),男,硕士生,主要研究方向为计算机图形学、数字图像处理;张明明(1987—),男,硕士生,主要研究方向为计算机图形学、数字图像处理。

的运动进行限制,则 Kruppa 方程的求解仍是一个非线性问题,且标定的结果易受图像噪声的干扰。针对 Kruppa 方程求解的非线性问题,本文提出了一种新的基于 Kruppa 方程的自标定方法。该方法先通过最小二乘法对摄像机的主点进行标定,然后在已知主点坐标的条件下对摄像机其他 3 个内参数进行标定。

2 基于 Kruppa 方程的自标定方法简介

2.1 摄像机模型

本文采用的摄像机成像模型矩阵如下^[7]:

$$K = \begin{pmatrix} f_u & s & u_0 \\ 0 & f_v & v_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

式中, (u_0, v_0) 是摄像机主点坐标, s 是倾斜因子, f_u, f_v 分别为摄像机在成像平面 u 轴、 v 轴方向上的尺度因子,它们统称为摄像机的内参数。

令 R, t 为摄像机相对于世界坐标系的旋转矩阵与平移向量,则从三维空间点 $M = (x, y, z, 1)^T$ 到摄像机图像点 $m = (u, v)^T$ 的映射关系为:

$$\alpha m = (K | t) \begin{pmatrix} R & t \\ 0 & 1 \end{pmatrix} M \quad (2)$$

式中, α 为一比例常数。

2.2 Kruppa 方程

由两视图外极几何约束可推出基本矩阵 $F = \alpha(e') \times KRK^{-1}$, 从而:

$$FKKF^T = \alpha^2(e') \times KRR^T K^T (e') \times = \alpha^2(e') \times KK^T (e') \times \quad (3)$$

式中, e' 是第二幅图像上的极点, $(e') \times$ 是反对称矩阵:

$$[e'] \times = \begin{pmatrix} 0 & -e_3 & e_2 \\ e_3 & 0 & -e_1 \\ -e_2 & e_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

令 $\mu = \alpha^2, C = KK^T$, 可得 Kruppa 方程:

$$FCF^T = \mu(e') \times C(e') \times \quad (5)$$

式中, μ 为一未知的正比例因子, 矩阵 C 是正定矩阵。式(5)中只有两个方程是独立的, 因此一对图像只能提供关于正定矩阵 C 的两个约束。由于矩阵 C 有 5 个未知数, 故至少需要 3 幅图像提供 6 个方程才能求解矩阵 C 。给定 n 对图像, 可得到如下方程组:

$$\begin{cases} F_1 C F_1^T = \mu_1 [e_1'] \times C [e_1'] \times \\ F_2 C F_2^T = \mu_2 [e_2'] \times C [e_2'] \times \\ \dots \\ F_n C F_n^T = \mu_n [e_n'] \times C [e_n'] \times \end{cases} \quad (6)$$

求解 Kruppa 方程的方法分为两大类: 一类是采用数学规划法求解 Kruppa 方程^[8], 这类方法主要通过建立对 Kruppa 方程中未知参数的约束关系来进行求解, 但雷成等^[9]指出这类方法由于最小点附近呈现大范围的平坦区, 故很难找到最小点且目标函数的最小点易受图像噪声的干扰; 另一类是利用 SVD 分解直接求解 Kruppa 方程的方法, 这类方法由于

Kruppa 方程未知比例因子的存在, 因此是一个非线性优化问题。若求解出 Kruppa 方程的比例因子, 则 Kruppa 方程就可以通过线性方法进行求解, 从而摄像机自标定问题就转化为线性求解方程组的问题。本文在文献^[10]的思想基础上, 提出了一种新的基于 Kruppa 方程的分步自标定方法。该方法对摄像机主点标定的精度较高, 且在主点已知的情况下可以加强对其他内参数的限制, 因此提高整体的标定精度。

3 一种基于 Kruppa 方程的分步自标定方法

与已有算法不同, 本文算法对摄像机的主点进行单独标定, 不仅使主点的标定精度较高, 而且使得 Kruppa 方程的未知参数减少, 提高了最终标定结果的精度。

3.1 确定主点坐标

由摄像机成像模型可知, 假设摄像机只存在径向畸变, 当焦距 f 变化时, 图像会发生缩放, 但摄像机光轴是不变的, 因此图像的主点也不会发生变化, 所以可通过调节摄像机焦距得到同一场景在不同焦距下拍摄的两幅图像, 然后根据式(7)计算摄像机主点坐标:

$$\frac{x' - u_0}{x - u_0} = \frac{y' - v_0}{y - v_0} \quad (7)$$

即:

$$(y' - y \quad x - x') (u_0 \quad v_0)^T = x y' - x' y \quad (8)$$

由 n 个点可获得 n 个线性方程, 然后利用最小二乘法求解摄像机主点坐标 (u_0, v_0) 。

3.2 Kruppa 方程比例因子初始值确定

当摄像机主点坐标已知时, 正定矩阵 C 有如下形式:

$$C = \begin{pmatrix} f_x^2 + s^2 + u_0^2 & s f_y + u_0 v_0 & u_0 \\ s f_y + u_0 v_0 & f_y^2 + v_0^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{pmatrix} \quad (9)$$

令 $c_1 = f_x^2 + \gamma^2, c_2 = s f_y, c_3 = f_y^2$, 则矩阵 $C = \begin{pmatrix} c_1 + u_0^2 & c_2 + u_0 v_0 & u_0 \\ c_2 + u_0 v_0 & c_3 + v_0^2 & v_0 \\ u_0 & v_0 & 1 \end{pmatrix}$ 。假设 $c = (c_1, c_2, c_3, 1)^T$, 一个

Kruppa 方程只能提供关于矩阵 C 的两个独立方程, 为减少误差, 选取式(6)中的 3 个约束来建立方程组:

$$A_{3n \times 4}(\mu) c = 0 \quad (10)$$

式中, $A_{3n \times 4}$ 为方程组的系数矩阵, $A_{3n \times 4}$ 的元素是关于 μ 的函数。比例因子 μ 的初始值采用文献^[10]中 GA-S 的求解方法, 结果如式(1)所示, 并采用文献^[10]中的遗传算法策略对 Kruppa 方程组的比例因子 μ 进行优化。

$$\mu_k \approx \frac{\lambda_{1k}^2 \lambda_{2k}^2}{(\lambda_{[e_k'] \times})^2} \quad (11)$$

3.3 求解摄像机内参数矩阵 K

根据比例因子 μ 采用奇异值分解 (Singular Value Decomposition) 法^[11]即可线性求解方程组, 然后通过 Cholesky 分解^[12]得到内参数矩阵 K 。

4 实验结果

本文方法通过仿真实验和真实图像实验进行检验。实验

程序采用的计算机硬件配置为 Pentium(R) Dual-Core(主频 2.6GHz)处理器、内存 2.00GB,开发平台为 Microsoft Visual C++6.0,第三方软件包为 OpenCV 1.0。

4.1 仿真实验

首先进行一组仿真实验,在虚拟的三维空间中建立世界坐标系;然后在一定区域内随机生成一定数量的点,接着设定一个虚拟摄像机,根据随机生成的旋转向量和平移向量生成空间点相应的图像;最后求解该虚拟摄像机内的参数矩阵。

给定该虚拟摄像机的内参数矩阵的理想值为:

$$\begin{pmatrix} 1000 & 0 & 500 \\ 0 & 1000 & 500 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

在中心坐标为(0,0,0),长、宽、高均为 200 的正方体区域内随机产生 100 个点,并随机产生 100 个旋转向量和平移向量,保证产生的 100 个点都能投影到摄像机图像平面 1000×1000 范围内。表 1 给出了采用本文方法与 GA-S 方法^[10]求解摄像机内参数的对比实验结果。表 2 比较了两组实验结果与理论值的偏差。

表 1 本文方法与 GA-S 方法实验结果对比

	u 轴比例 因子 f_u	v 轴比例 因子 f_v	倾斜因 子 s	主点横 坐标 u_0	主点纵 坐标 v_0
本文方法	1001.90	999.45	0.00126	500.15	500.19
GA-S	1001.14	1000.67	0.08	503.28	502.53

表 2 实验结果与理论值的偏差

	f_u	f_v	s	u_0	v_0
本文方法	1.9	-0.55	0.00126	0.15	0.19
GA-S	1.14	0.67	0.08	3.28	2.53

在标定主点的过程中,需要固定摄像机位姿,然后调节摄像机焦距如下:

$$\begin{pmatrix} 1500 & 0 & 500 \\ 0 & 1500 & 500 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

最后利用最小二乘法求得主点坐标。

由表 1 和表 2 可知,在主点的标定方面,本文方法标定的坐标为(500.19,502.53),较 GA-S 标定的(503.28,502.53)更接近于虚拟摄像机的原始值。因此本文方法在主点标定精度方面要好于 GA-S 方法,而在摄像机其他的参数标定结果方面,本文方法与 GA-S 方法标定精度相当。

通过向图像点叠加噪声来检验算法的鲁棒性,对所得到的 100 个点坐标增加均值为 0、方差为 1 的高斯噪声扰动,试验次数为 8,结果如表 3 所列。

表 3 鲁棒性检验

	f_u	f_v	s	u_0	v_0
1	1001.26	1005.24	0.008	501.20	499.31
2	998.32	1003.45	-0.0019	503.21	498.51
3	1001.94	997.53	0.007	500.93	501.37
4	1000.73	1001.62	0	500.69	500.09
5	1000.57	1001.59	0.0001	500.27	500.31
6	1003.51	999.17	0.0019	498.92	501.29
7	1007.37	993.63	0.011	504.03	502.17
8	997.08	999.54	0.0021	501.68	503.28
均值	1001.35	1000.22	0.0035	501.37	500.79

从表 3 可以看出,在对图像点增加一定的高斯噪声时,多次试验的标定结果并没有出现较大的浮动,因此算法具有一定的鲁棒性。

4.2 图片序列实验

在图片序列实验中,使用一组棋盘格图片进行试验。首先提取相邻图片中的匹配点,然后根据匹配点坐标计算相邻图片的基础矩阵,最后求解摄像机内参数矩阵。使用的标定图片如图 1 所示。

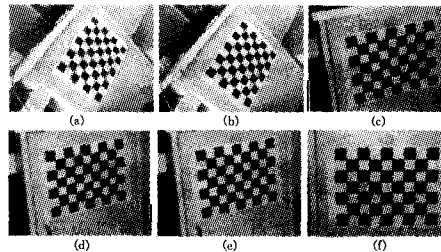


图 1 实验采用的图片

其中,前两幅图片用于摄像机主点坐标(u_0, v_0)的标定,图 1(c)~图 1(f)幅图片用于标定摄像机其他 3 个内参数: s, f_u 和 f_v 。后 4 幅图片两两之间匹配,求取的基本矩阵及相应的极点如表 4 所列。

表 4 基本矩阵与极点计算结果

	基本矩阵 F	极点 e
图像 (c)和(d)	$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.00826 \\ 0 & 0 & 0.006662 \\ -0.008121 & -0.006191 & 1 \end{pmatrix}$	$(-0.625224 \quad 0.780446 \quad -0.000035)^T$
图像 (d)和(e)	$F = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -0.004414 \\ 0 & 0 & -0.007144 \\ -0.004561 & 0.005925 & 1 \end{pmatrix}$	$(-0.848482 \quad 0.529224 \quad 0.000036)^T$
图像 (e)和(f)	$F = \begin{pmatrix} 0.000004 & 0.000041 & -0.076349 \\ -0.000042 & -0.000001 & 0.139176 \\ 0.071786 & -0.151363 & 1 \end{pmatrix}$	$(-0.877443 \quad -0.47968 \quad -0.000232)^T$

将求得的基本矩阵 F 以及极点 e' 代入式(6),并使用遗传算法进行优化,最终可求得正定矩阵 C 。图片序列实验没有理想值可以进行精确比较,这里将本文方法与张正友标定方法和 GA-S 标定方法进行对比,结果如表 5 所列。

表 5 结果对比

摄像机内参数	张正友标定方法	GA-S	本文方法
f_u	9116.33	9110.17	9112.13
f_v	9104.25	9097.83	9096.46
γ	0	0.0027	-0.018
u_0	1444.31	1441.90	1443.58
v_0	1165.79	1169.39	1164.00

从表 5 中可以看到,本文方法与经典的张正友标定法以及 GA-S 的标定方法结果相当。

结束语 本文提出了一种分步的基于 Kruppa 方程的标定方法。通过实验可以看出,该方法对主点的标定结果要明显好于文献[10]的方法,而且摄像机主点坐标的确定增加了对 Kruppa 方程的先验知识,加强了 Kruppa 方程中未知数的限制,因此保证了标定结果的精度。另外,本文方法的鲁棒性较好,在噪声存在的情况下,各个参数的平均值均与理论值接近,误差在允许的范围。故本文提出的基于 Kruppa 方程的分步自标定方法标定结果合理,具有一定的实用性。

(下转第 274 页)

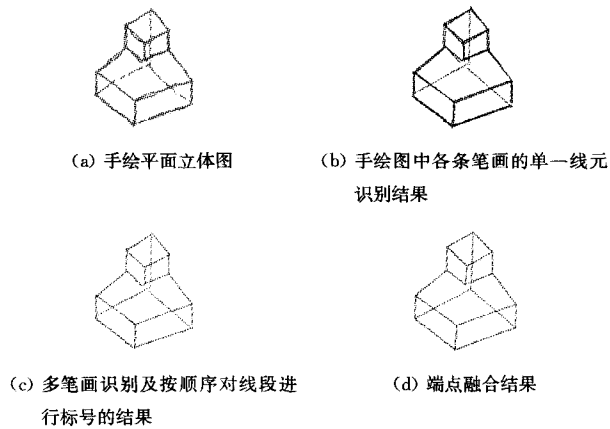


图8 在线多笔画手绘3D草图的解释

结束语 文中基于时空关系对在线多笔画手绘折线段曲线进行识别,先基于时间关系对在线多笔画绘制折线段进行多笔画预处理,然后基于空间关系对手绘折线段曲线进行多笔画识别将其分为折线段与直线的多笔画识别、折线段与折线段的多笔画识别。在讨论折线段间的多笔画绘制时,给出点与折线段及两条折线段间的相互位置关系的一系列概念。提出通过两条折线段之间的位置关系和点与折线段的位置关系等进行折线段的多笔画判定,并提出详细算法。通过算例对文中提出的在线多笔画手绘折线段曲线的识别算法加以验证,由实验结果可知,文中的在线多笔画手绘折线段的识别算法可以很好地解决多笔画绘制问题,为后期的三维重建工作奠定了基础。但文中仅研究了折线段曲线的多笔画识别问题,而没有研究不同线元间的多笔画识别,因此仍需对该领域进行研究。

参考文献

[1] 孙正兴,冯桂焕,周若鸿. 基于草图的人机交互技术研究进展[J]. 计算机辅助设计与图形学学报,2005,17(9):1889-1899
 [2] 叶炜威,余隋怀,苟秉宸,等. 一种获取重复绘制草图单元识别特征数据的方法[J]. 计算机应用研究,2005,22(12):157-159

[3] Qin S F. Investigation of Sketch Interpretation Techniques Into 2D and 3D Conceptual Design Geometry [D]. University of Wales Institute, Cardiff, 2000
 [4] Mitani J, Suzuki H, Kimura F. 3D sketch; sketch-based model reconstruction and rendering [C]// Editor by Umberto Cugini and Michael Wozny. From geometric modeling to shape modeling. Kluwer Academic Publishers, 2002; 85-98
 [5] Gross M D, Do E Y. Drawing on the Back of an Envelope; a framework for interacting with application programs by free-hand drawing [J]. Computers & Graphics, 2000, 24; 835-849
 [6] Kara L B, Stahovich T F. An image-based trainable symbol recognizer for handdrawn sketches [J]. Computers & Graphics, 2005, 29; 501-507
 [7] Fiore F D, Reeth F V. A Multi-Level Sketching Tool for Pencil-and-Paper Animation [C]// AAAI 2002 Spring Symposium: Sketch Understanding. AAAI Press, 2002
 [8] Sezgin T M, Davis R. Handling Overtraced Strokes in Hand-Drawn Sketches [C]// Proceedings of the AAAI Spring Symposium Series: Making Pen-Based Interaction Intelligent and Natural. Washington: AAAI press, 2004; 21-24
 [9] Fonseca M J, Pimentel C, Jorge J A. CALI: An Online Scribble Recognizer for Calligraphic Interfaces [C]// Proceedings of the 2002 AAAI Spring Symposium-Sketch Understanding. USA: AAAI press, 2002; 51-58
 [10] Ku D C, Qin Sheng-feng, Wright D K. Interpretation of Overtracing Freehand Sketching for Geometric Shapes [C]// The 14th International Conference in Central Europe on Computer Graphics, Visualization and Computer Vision, Plzen; UNION Agency-Science Press, 2006; 263-270
 [11] 王淑侠,王关峰,高满屯,等. 基于时空关系的在线多笔画手绘二次曲线识别[J]. 模式识别与人工智能, 2011, 24(1): 82-89
 [12] 王淑侠,高满屯,齐乐华. 基于模糊理论的在线手绘图识别[J]. 模式识别与人工智能, 2008, 21(3): 317-325
 [13] 王淑侠,高满屯,齐乐华. 在线手绘投影线图的端点融合[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2009, 21(1): 81-87

(上接第268页)

参考文献

[1] Kao Chun-hao, Lo Rong-ching. Camera Self-Calibration with Planar Pattern Using Genetic Algorithm [J]. Applied Mechanics and Materials, 2011, 130-134; 1833-1838
 [2] Wang Qi, Fu Li, Liu Zhen-zhong. Review on camera calibration [C]// Control and Decision Conference (CCDC). 2010; 3354-3358
 [3] Maybank S, Faugeras O D. A theory of self-calibration of a moving camera [J]. International Journal of Computer Vision, 1992, 8(2); 123-151
 [4] Luong Q T, Faugeras O. Self-calibration of a moving camera from point correspondences and fundamental matrices [J]. International Journal of Computer Vision, 1997, 22(3); 261-289
 [5] Ma Y, Vidal B, Kosecka J, et al. Kruppa Equation Revisited: Its Renormalization and Degeneracy [C]// Lecture Notes in Computer Science. 2000, 1843; 561-577

[6] Lourakis M I, Deriche R. Camera self-calibration using the singular value decomposition of the fundamental matrix: From point correspondences to 3D measurements [R]. INRIA, Sophia-Antipolis; Research Report 3748, 1999
 [7] 王志良,张琼,迟健男,等. 基于直线射影特征的摄像机参数标定方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(8): 272-274
 [8] Tell D, Carlsson S. Wide Baseline Point Matching Using Affine Invariants Computed From Intensity Profiles [C]// Lecture Notes in Computer Science. 2000, 1842; 814-828
 [9] 雷成,吴福朝,胡占义. Kruppa方程与摄像机自标定[J]. 自动化学报, 2001, 27(5): 621-630
 [10] 雷成,胡占义,吴福朝. 一种新的基于Kruppa方程的摄像机自标定方法[J]. 计算机学报, 2003, 26(5): 587-597
 [11] Kalman D. A Singularly Valuable Decomposition: The SVD of a Matrix [J]. The College Mathematics Journal, 1998, 27(1): 2-23
 [12] John C L. The Cholesky Approach: A Cautionary Note [J]. Behavior Genetics, 1996, 26(1): 65-69