逆 P-推理与未知信息推理-搜索与发现

闫立梅

(德州学院数学系 德州 253023)

摘 要 逆 P-集合(inverse packet sets)是改进 P-集合(packet sets)得到的一个新的数学结构,它是由内逆 P-集合 $\overline{X}^F$ (internal inverse packet set $\overline{X}^F$)与外逆 P-集合 $\overline{X}^F$ (outer inverse packet set $\overline{X}^F$)构成的集合对;或者($\overline{X}^F$,$\overline{X}^F$)是逆 P-集合。逆 P-集合具有动态特性,逆 P-集合的动态特性与另一类信息系统的动态特性相同。P-集合是把动态特性引入到有限普通集合 X 内,改进有限普通集合 X 得到的。P-集合具有动态特性,P-集合的动态特性与一类信息系统的动态特性相同。P-集合在一类信息系统中获得了多个应用。P-推理(packet reasoning)是 P-集合生成的一个具有动态特性的推理。利用逆 P-集合(inverse packet sets)与逆 P-推理(inverse packet reasoning)给出逆 P-推理与内-外搜索定理、逆 P-推理的几何特征,以及逆 P-推理与未知信息搜索-辨识的多个基本理论结果与应用。逆 P-集合与逆 P-推理具有好的应用前景。

关键词 逆 P-集合,逆 P-推理,搜索定理,几何特征,应用

中图法分类号 O144 **文献标识码** A

Inverse P-reasoning and Discovery, Reasoning-search for Unknown Information

YAN Li-mei

(Department of Mathematics, Dezhou University, Dezhou 253023, China)

Abstract Inverse P-sets(inverse packet sets) is a new mathematical structure based on P-sets(packet sets). It is a pair of sets composed of internal inverse P-set $\overline{X}^F$ (internal inverse packet set $\overline{X}^F$) and outer inverse P-set $\overline{X}^F$ (outer inverse packet set $\overline{X}^F$), i. e. ($\overline{X}^F$, $\overline{X}^F$) is inverse P-sets. Inverse P-sets has dynamic characteristics, the dynamic characteristics of inverse P-sets is identical to that of one kind of information systems. P-sets is obtained by introducing dynamic characteristic into ordinary set X, P-sets has dynamic characteristic, the dynamic characteristics of P-sets is identical to that of another kind of information systems. P-sets has been widely applied to this kind information systems. P-reasoning(packet reasoning) is a reasoning model generated by P-sets, and has dynamic characteristics. On basis of inverse P-sets and inverse P-reasoning, theorem of inverse P-reasoning and internal-outer search was given. The geometric characteristics of inverse P-reasoning was given. Several theorems and applications about inverse P-reasoning and unknown information search-identification were given. Inverse P-sets and inverse P-reasoning have extensive property in practical application.

Keywords Inverse P-sets, Inverse P-reasoning, Search theorem, Geometric characteristic, Application

1 引言

2012 年,文献[1]改进 P-集合,提出逆 P-集合(inverse packet sets);逆 P-集合是由内逆 P-集合 $\overline{X}^F$(internal inverse packet set $\overline{X}^F$)与外逆 P-集合 $\overline{X}^F$(outer inverse packet set $\overline{X}^F$)构成的集合对;或者($\overline{X}^F$,$\overline{X}^F$)是逆 P-集合。逆 P-集合具有与 P-集合相反的动态特征,其具有这样的动态特征:给定集合 X,α 是 X 的属性集合,若在 α 内补充一些属性,α 变成 α^F,$\alpha\subseteq\alpha^F$;集合 X 变成 $\overline{X}^F$,$X\subseteq\overline{X}^F$;同时,在 α 内删除另一些属性,α 变成 α^F,$\alpha^F\subseteq\alpha$;集合 X 变成 $\overline{X}^F$,$\overline{X}^F\subseteq X$;$\overline{X}^F$ 与 $\overline{X}^F$ 构成的集合对($\overline{X}^F$,$\overline{X}^F$)是逆 P-集合。逆 P-集合与另一类信息系统的动态特征相同。文献[1]给出逆 P-集合及其存在的背景与证据;给出逆 P-集合在另一类动态信息系统中的应用。2012 年,文献[2]利用逆 P-集合,给出逆 P-推理(inverse packet reasoning)与推理结构。逆 P-集合与逆 P-推理联合构成另一类动态信息系统智能识别模型。P-集合与逆 P-集合,P-推理与逆 P-推理构成一个完整的、能够应用于研究动态信息系统特征的新的数学模型与数学结构。

2008 年,文献[3]把动态特性引入到有限普通集合 X 内(cantor set X),改进有限普通集合 X,提出 P-集合(packet sets);P-集合是由内 P-集合 X^F(internal packet set X^F)与外 P-集合 X^F(outer packet set X^F)构成的集合对;或者(X^F,X^F)是 P-集合。P-集合具有这样的动态特性:给定集合 X,α 是 X 的属性集合,若在 α 内补充一些属性,α 变成 α^F,$\alpha\subseteq\alpha^F$;集合 X 变成 X^F,$X^F\subseteq X$;同时,在 α 内删除另一些属性,α 变成 α^F,$\alpha^F\subseteq\alpha$;集合 X 变成 X^F,$X\subseteq X^F$;X^F 与 X^F 构成的集合对(X^F,X^F)是 P-集合。P-集合与一类信息系统的动态特征相同,P-集合在一类动态信息系统中得到了应用[3-14]。2011 年,文献[6]利用 P-集合提出 P-推理(packet reasoning),P-推理由内 P-推理(internal packet reasoning)与外 P-推理(outer packet

到稿日期:2011-10-11 返修日期:2012-02-05 本文受山东省自然科学基金(ZR2010AL019),山东省科技攻关项目(2011YD01069)资助。
闫立梅(1969—),女,硕士,副教授,主要研究方向为不确定优化理论及应用、信息系统理论与应用,E-mail:yanlimei9898@163.com。

reasoning)共同构成,文献[6]给出 P-推理的应用。P-集合与 P-推理联合构成一类动态信息系统智能识别模型。

本文的主要结果:给出逆 P-推理内-外搜索定理,并给出逆 P-推理的几何特征,用直观的图形表示逆 P-推理,给出逆 P-推理在未知信息推理搜索-辨识中的应用。P-集合与 P-推理,逆 P-集合与逆 P-推理可能成为研究动态智能信息系统中的两个新的理论工具,文献[1,2]与文献[3-6]给出的讨论与结果,已经看到了这种可能。

2 逆 P-集合与它的结构

2012 年,文献[1]给出:

约定 U 是有限元素论域,V 是有限属性论域,$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$,$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2,\cdots,\overline{f}_n\}$是元素迁移族;$X$ 是 U 上的有限非空普通集合,$X\subseteq U$,α 是 X 的属性集合,$\alpha\subseteq V$;$f\in F$,$\overline{f}\in\overline{F}$ 是元素迁移:$f\in F$ 的特征是:对于元素 $u\in U$,$u\overline{\in}X$,$f\in F$ 把 u 变成 $f(u)=x'\in X$;或者,对于属性 $\beta\in V$,$\beta\overline{\in}\alpha$,$f\in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。$\overline{f}\in\overline{F}$ 的特征是:对于元素 $x\in X$,$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 x 变成 $\overline{f}(x)=u\overline{\in}X$;或者,对于属性 $\alpha_i\in\alpha$,$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_i 变成 $\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$。

给定集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 X 的属性集合,称 $\overline{X}^F$ 是 X 生成的内逆 P-集合(internal inverse packet set),简称内逆 P-集合,而且

$$\overline{X}^F=X\cup X^+ \tag{1}$$

X^+ 称作 X 的 F-元素补充集合,而且

$$X^+=\{u|u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\} \tag{2}$$

如果 $\overline{X}^F$ 具有属性集合 α^F,而且

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|\beta\in V,\beta\overline{\in}\alpha,f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

这里:$\overline{X}^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$,$q\leqslant r$,$q,r\in N^+$。

称 $\overline{X}^{\overline{F}}$ 是 X 生成的外逆 P-集合(outer inverse packet set),简称 $\overline{X}^{\overline{F}}$是外逆 P-集合,而且

$$\overline{X}^{\overline{F}}=X-X^- \tag{4}$$

X^- 称作 X 的 $\overline{F}$-元素删除集合,而且

$$X^-=\{x|x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{5}$$

如果 $\overline{X}^{\overline{F}}$具有属性集合 $\alpha^{\overline{F}}$,而且

$$\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{6}$$

这里:$\overline{X}^{\overline{F}}=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$,$p\leqslant q$,$p,q\in N^+$;$\overline{X}^{\overline{F}}\neq\phi$,$\alpha^{\overline{F}}\neq\phi$。

由内逆 P-集合 $\overline{X}^F$ 与外逆 P-集合 $\overline{X}^{\overline{F}}$构成的集合对,称作 X 生成的逆 P-集合(inverse packet set),简称逆 P-集合。普通集合 X 称作逆 P-集合的基集合(基础集合),如果

$$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}}) \tag{7}$$

如果集合 X 的属性集合 α 内属性不断被补充,得到

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F \tag{8}$$

由式(8)得到内逆 P-集合串

$$\overline{X}_1^F\subseteq\overline{X}_2^F\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_{n-1}^F\subseteq\overline{X}_n^F \tag{9}$$

如果集合 X 的属性集合 α 的属性不断被删除,得到

$$\alpha_n^{\overline{F}}\subseteq\alpha_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^{\overline{F}}\subseteq\alpha_1^{\overline{F}} \tag{10}$$

由式(10)得到外逆 P-集合串

$$\overline{X}_n^{\overline{F}}\subseteq\overline{X}_{n-1}^{\overline{F}}\subseteq\cdots\subseteq\overline{X}_2^{\overline{F}}\subseteq\overline{X}_1^{\overline{F}} \tag{11}$$

由式(9)、式(11)得到

$$\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})|i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

式(12)是逆 P-集合的集合对族的形式,是逆 P-集合的一般形式;I,J 是指标集合。

定理 1(逆 P-集合与普通集合第一关系定理) 若 $F=\overline{F}=\phi$,则逆 P-集合与普通集合 X 满足

$$(\overline{X}^F,\overline{X}^{\overline{F}})_{F=\overline{F}=\phi}=X \tag{13}$$

定理 2(逆 P-集合与普通集合第二关系定理) 若 $F=\overline{F}=\phi$,则逆 P-集合与普通集合 X 满足

$$\{(\overline{X}_i^F,\overline{X}_j^{\overline{F}})|i\in I,j\in J\}_{F=\overline{F}=\phi}=X \tag{14}$$

逆 P-集合的存在背景与更多概念见文献[1]。

把文献[6]中内 P-推理结论 $X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F$ 用 $\overline{X}_k^F\Rightarrow\overline{X}_{k+1}^F$ 代替,外 P-推理结论 $X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$ 用 $\overline{X}_{k+1}^F\Rightarrow\overline{X}_k^F$ 代替,P-推理结论$(X_{k+1}^F X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F)$用$(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)$代替,则由 P-推理得到逆 P-推理。

3 逆 P-推理与推理结构

2012 年,文献[2]给出:

若 $\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F$;$\overline{X}_{k+1}^F$的属性集合 α_{k+1}^F 与 $\overline{X}_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足

$$\text{If } \alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\ \text{then } \overline{X}_k^F\Rightarrow\overline{X}_{k+1}^F \tag{15}$$

称式(15)是内逆 P-集合生成的内逆 P-推理(internal inverse packet reasoning),简称内逆 P-推理;$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$称作内逆 P-推理的条件,$\overline{X}_k^F\Rightarrow\overline{X}_{k+1}^F$称作内逆 P-推理的结论。式(15)中,“$\Rightarrow$”与“$\subseteq$”等价,$k=1,2,\cdots,n$。

若 $\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F$;$\overline{X}_{k+1}^F$的属性集合 α_{k+1}^F 与 $\overline{X}_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足

$$\text{If } \alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F,\ \text{then } \overline{X}_{k+1}^F\Rightarrow\overline{X}_k^F \tag{16}$$

称式(16)是外逆 P-集合生成的外逆 P-推理(outer inverse packet reasoning),简称外逆 P-推理;$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$ 称作外逆 P-推理的条件,$\overline{X}_{k+1}^F\Rightarrow\overline{X}_k^F$ 称作外逆 P-推理的结论。

若$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)$与$(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$,$(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)$与$(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)$满足

$$\text{If } (\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then}(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F) \tag{17}$$

称式(17)是逆 P-集合生成的逆 P-推理(inverse packet reasoning),简称逆 P-推理;$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$称作逆 P-推理的条件,$(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)$ 称作逆 P-推理的结论。式(17)中$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$表示:$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$,$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$;$(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)$表示:$\overline{X}_k^F\Rightarrow\overline{X}_{k+1}^F$,$\overline{X}_{k+1}^F\Rightarrow\overline{X}_k^F$,$k=1,2,\cdots,n$。

称

$$\{\text{If } (\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then } (\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)|k\in I\} \tag{18}$$

是逆 P-集合生成的逆 P-推理族,简称逆 P-推理族。

这里:I 是指标集。

定理 3(逆 P-推理与普通推理第一关系定理) 若 $F=\overline{F}=\phi$,则逆 P-推理与普通推理满足

$$\{\text{If } (\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then } (\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)\}_{F=\overline{F}=\phi}=\{\text{If } A,\text{then } B\} \tag{19}$$

这里:$k=1,2,\cdots,n$。

证明:1) 若 $F=\phi$,则式(3)变成 $\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|\beta\in V,\beta\overline{\in}\alpha,f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\}=\alpha$,令 $\alpha=A$;式(2)变成 $X^+=\{u|u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\}=\phi$,式(1)变成 $\overline{X}^F=X\cup X^+=X\cup\phi=X$,令 $X=B$;式(19)变成 If A, then B。2)若 $\overline{F}=\phi$,则式(6)变成 $\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\}=\alpha-\phi=\alpha$,令 $\alpha=A$;式(5)变成 $X^-=\{x|x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\}=\phi$,式(4)变成 $\overline{X}^{\overline{F}}=X-\phi=X$,令 $X=B$;式(19)变成 If A, then B。由 1),2)得到式(19)。

定理 4(逆 P-推理与普通推理的第二关系定理)　若 $F=\overline{F}=\phi$,则逆 P-推理族与普通推理满足

$\{\text{If}(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then }(\overline{X}_k^F,\overline{X}_{k+1}^F)\Rightarrow(\overline{X}_{k+1}^F,\overline{X}_k^F)\mid k\in I\}_{F=F=\phi}=\{\text{If }A,\text{then }B\}$　　(20)

证明与定理 3 类似,略。

这里:式(19)、式(20)中 A,B 是两个命题或者两个集合。

利用式(15)—式(20)得到:

命题 1　$\overline{X}_{k+1}^F$ 是 $\overline{X}_k^F$ 的内逆 P-推理发现,反之亦真。

命题 2　$\overline{X}_{k+1}^F$ 是 $\overline{X}_k^F$ 的外逆 P-推理发现,反之亦真。

命题 3　$\overline{X}_{k+1}^F$ 是 $\overline{X}_k^F$ 的内逆 P-推理发现,$\overline{X}_k^F$ 的属性集合 α_k^F 内一定被补充部分属性。

命题 4　$\overline{X}_{k+1}^F$ 是 $\overline{X}_k^F$ 的外逆 P-推理发现,$\overline{X}_k^F$ 的属性集合 α_k^F 内一定被删除部分属性。

命题 5　逆 P-推理是内逆 P-推理与外逆 P-推理的生成,反之亦真。

4　逆 P-推理与内-外搜索定理

约定　在第 4,5 节的讨论中,第 2,3 节中的 $\overline{X}^F$,X,$\overline{X}^F$ 分别记为 $(\overline{x})^F$,(x),$(\overline{x})^F$。或者 $\overline{X}^F=(\overline{x})^F$,$X=(x)$,$\overline{X}^F=(\overline{x})^F$,不引起误解。

定义 1　称 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 是 U 上的一个信息,如果 (x) 具有属性集合 $\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$。$(x)$ 中的元素 x_k 称为信息元,$k=1,2,\cdots,q$。

定义 2　称 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 生成的内逆 P-推理搜索信息,如果 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\overline{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足

$\text{card}(\alpha_{k+1}^F)>\text{card}(\alpha_k^F)$　　(21)

称 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 生成的外逆 P-推理搜索信息,如果 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 与 $(\overline{x})_k^F$ 的属性集合 α_k^F 满足

$\text{card}(\alpha_{k+1}^F)<\text{card}(\alpha_k^F)$　　(22)

这里:式(21)、式(22)中,Card=cardinal number。

定义 3　由内逆 P-推理搜索信息 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 与外逆 P-推理搜索信息 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 构成的信息对,称作逆 P-推理搜索信息,如果

$((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$　　(23)

定理 5(内逆 P-推理外-搜索特性定理)　若 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的内逆 P-推理搜索生成,则存在 $\Delta(\overline{x})_k^F\neq\phi$,满足

$(\overline{x})_{k+1}^F=(\overline{x})_k^F\cup\Delta(\overline{x})_k^F$　　(24)

$(\overline{x})_{k+1}^F$ 在 $(\overline{x})_k^F$ 外被内逆 P-推理外-搜索发现。

事实上,由内逆 P-推理式(15):If $\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$, then$(\overline{x})_k^F\Rightarrow(\overline{x})_{k+1}^F$ 得到:$(\overline{x})_k^F\subseteq(\overline{x})_{k+1}^F$;或者 $\Delta(\overline{x})_k^F=(\overline{x})_{k+1}^F-(\overline{x})_k^F\neq\phi$,得到式(24);利用 $(\overline{x})_k^F$ 与内逆 P-推理,$(\overline{x})_{k+1}^F$ 在 $(\overline{x})_k^F$ 外被外-搜索发现。证明略。

推论 1　若 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的内逆 P-推理搜索生成,则存在 $\Delta(\overline{x})_k^F\neq\phi$ 的属性集合 $\Delta\alpha_k^F$ 与 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 满足

$\alpha_{k+1}^F-\Delta\alpha_k^F=\phi$　　(25)

定理 6(外逆 P-推理内-搜索特性定理)　若 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的外逆 P-推理搜索生成,则存在 $\nabla(\overline{x})_k^F\neq\phi$,满足

$(\overline{x})_{k+1}^F=(\overline{x})_k^F-\nabla(\overline{x})_k^F$　　(26)

$(\overline{x})_{k+1}^F$ 在 $(\overline{x})_k^F$ 内被外逆 P-推理内-搜索发现。

推论 2　若 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的外逆 P-推理搜索生成,则存在 $\nabla(\overline{x})_k^F\neq\phi$ 的属性集合 $\nabla\alpha_k^F$ 与 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 的属性集合 α_{k+1}^F 满足

$\alpha_{k+1}^F-\nabla\alpha_k^F=\phi$　　(27)

定理 7(逆 P-推理内-外搜索特性定理)　若 $((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$ 是 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_k^F)$ 的逆 P-推理搜索生成,则存在 $\nabla(\overline{x})_k^F\neq\phi$,$\Delta(\overline{x})_k^F\neq\phi$;$(\overline{x})_{k+1}^F$ 在 $(\overline{x})_k^F$ 内被内-搜索发现,$(\overline{x})_{k+1}^F$ 在 $(\overline{x})_k^F$ 外被外-搜索发现,而且

$(\overline{x})_{k+1}^F=(\overline{x})_k^F-\nabla(\overline{x})_k^F$,$(\overline{x})_{k+1}^F=(\overline{x})_k^F\cup\Delta(\overline{x})_k^F$　　(28)

推论 3　若 $((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$ 是 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_k^F)$ 的逆 P-推理搜索生成,则 $((\overline{x})_{k+1}^F,(\overline{x})_{k+1}^F)$ 的属性集合 $(\alpha_{k+1}^F,\alpha_{k+1}^F)$ 与 $((\overline{x})_k^F,(\overline{x})_k^F)$ 的属性集合 (α_k^F,α_k^F) 满足

$\alpha_k^F-\alpha_{k+1}^F\neq\phi$,$\alpha_{k+1}^F-\alpha_k^F\neq\phi$　　(29)

定理 5—定理 7、推论 1—推论 3 的证明由第 2 节中的式(1)—式(6)、第 3 节中的式(16)—式(18)得到,略。

5　逆 P-推理的几何特征

定义 4　称 o 是信息 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 生成的信息单位圆,如果坐标原点 o 是 o 的圆心,γ 是 o 的半径,而且

$\gamma=\|y\|/\|y\|$　　(30)

这里:$\|y\|=(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_q^2)^{1/2}$ 是向量 $y=(y_1,y_2,\cdots,y_q)^T$ 的 2-范数,$y=(y_1,y_2,\cdots,y_q)^T$ 是 $y=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}$ 生成的向量,$y=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}$ 是 $(x)=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$ 的信息值集合,$\forall y_k\in y$ 是 $x_k\in(x)$ 的信息值,$k=1,2,\cdots,q$;$q\in N^+$。

定义 5　称 o_k^F 是内逆 P-信息 $(\overline{x})_k^F$ 生成的信息圆,如果坐标原点 o 是 o_k^F 的圆心,γ_k^F 是 o_k^F 的半径,而且

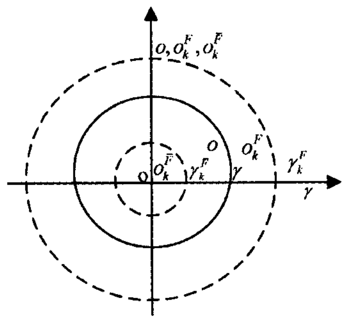
$\gamma_k^F=\|y_k^F\|/\|y\|$　　(31)

称 o_k^F 是外逆 P-信息 $(\overline{x})_k^F$ 生成的信息圆,如果坐标原点 o 是 o_k^F 的圆心,γ_k^F 是 o_k^F 的半径,而且

$\gamma_k^F=\|y_k^F\|/\|y\|$　　(32)

这里:$\|y_k^F\|=(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_r^2)^{1/2}$ 是向量 $y_k^F=(y_1,y_2,\cdots,y_r)^T$ 的 2-范数,$y_k^F=(y_1,y_2,\cdots,y_r)^T$ 是 $y_k^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_r\}$ 生成的向量,$y_k^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_r\}$ 是 $(x)_k^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$ 的信息值集合,$\forall y_k\in y_k^F$ 是 $x_k\in(x)_k^F$ 的信息值,$k=1,2,\cdots,r$;$q\leqslant r$;$q,r\in N^+$。式(32)中,$\|y_k^F\|=(y_1^2+y_2^2+\cdots+y_p^2)^{1/2}$ 是向量 $y_k^F=(y_1,y_2,\cdots,y_p)^T$ 的 2-范数,$y_k^F=(y_1,y_2,\cdots,y_p)^T$ 是 $y_k^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_p\}$ 生成的向量,$y_k^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_p\}$ 是 $(x)_k^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$ 的信息值集合,$\forall y_\eta\in y_k^F$ 是 $x_\eta\in(x)_k^F$ 的信息值,$\eta=1,2,\cdots,p$;$p\leqslant q$;$p,q\in N^+$。

图 1 给出信息圆 o,o_k^F,o_k^F 的直观表示。



o 是 (x) 生成的信息单位圆,γ 是 o 的半径,o 用实线表示;o_k^F 是 $(\overline{x})_k^F$ 生成的信息圆,γ_k^F 是 o_k^F 的半径,o_k^F 用虚线表示;o_k^F 是 $(\overline{x})_k^F$ 生成的信息圆,γ_k^F 是 o_k^F 的半径,o_k^F 用虚线表示;o 是 o,o_k^F,o_k^F 的圆心。

图 1

定理 8(内逆 P-推理外-同心圆定理)　若 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 是 $(\overline{x})_k^F$ 的内逆 P-推理生成,则 $(\overline{x})_{k+1}^F$ 生成的 o_{k+1}^F 是 $(\overline{x})_k^F$ 生成的 o_k^F 的一个外-同心圆,而且

$o_k^F\sqsubset o_{k+1}^F$　　(33)

这里:"$\sqsubset$"是一个特别的记号,"$\sqsubset$"表示 o_k^F 被 o_{k+1}^F 外包围,o_k^F

与o_{k+1}^F具有相同的圆心o。

证明：由内逆P-推理式(15)：If $\alpha_k^F \Rightarrow \alpha_{k+1}^F$, then $\overline{X}_k^F \Rightarrow \overline{X}_{k+1}^F$得到：$(\overline{x})_k^F \subseteq (\overline{x})_{k+1}^F$；或者，$(\overline{x})_k^F$的信息值集合$y_k^F=\{y_1,y_2,\cdots,y_q\}\subseteq\{y_1,y_2,\cdots,y_r\}=y_{k+1}^F$，显然有$\|y_k^F\|\leqslant\|y_{k+1}^F\|$，由式(30)、式(31)得到：$\gamma_k^F\leqslant\gamma_{k+1}^F$，得到式(33)。

推论4 若$(\overline{x})_{k+1}^F$生成的信息圆o_{k+1}^F与$(\overline{x})_k^F$生成的信息圆o_k^F满足$o_k^F\subset o_{k+1}^F$，则$(\overline{x})_{k+1}^F$在$(\overline{x})_k^F$外被内逆P-推理外-搜索发现。

定理9(外逆P-推理内-同心圆定理) 若$(\overline{x})_{k+1}^F$是$(\overline{x})_k^F$的外逆P-推理生成，则$(\overline{x})_{k+1}^F$生成的o_{k+1}^F是$(\overline{x})_k^F$生成的o_k^F的一个内-同心圆，而且

$$o_{k+1}^F\subset o_k^F \tag{34}$$

推论5 若$(\overline{x})_{k+1}^F$生成的信息圆o_{k+1}^F与$(\overline{x})_k^F$生成的信息圆o_k^F满足$o_{k+1}^F\subset o_k^F$，则$(\overline{x})_{k+1}^F$在$(\overline{x})_k^F$内被外逆P-推理内-搜索发现。

定理10(逆P-推理环-离散区间定理) 若$o_{k+1}^F-o_{k+1}^F$是外逆P-推理生成的信息圆o_{k+1}^F与内逆P-推理生成的信息圆o_{k+1}^F构成的信息环，则o_{k+1}^F的半径γ_{k+1}^F与o_{k+1}^F的半径γ_{k+1}^F构成离散区间，而且

$$[\gamma_{k+1}^F,\gamma_{k+1}^F] \tag{35}$$

信息单位圆o的半径γ是$[\gamma_{k+1}^F,\gamma_{k+1}^F]$的内点。这里：$0<\gamma_{k+1}^F<1<\gamma_{k+1}^F$；$o_{k+1}^F-o_{k+1}^F$的直观表示在图1中给出。

事实上，由定理8、定理9得到$o_{k+1}^F-o_{k+1}^F$，由式(31)、式(32)得到离散区间$[\gamma_{k+1}^F,\gamma_{k+1}^F]$，$0<\gamma_{k+1}^F<1<\gamma_{k+1}^F$；由式(30)—式(32)得到$\gamma\in[\gamma_{k+1}^F,\gamma_{k+1}^F]$，证明略。

6 逆P-推理与未知信息搜索-辨识应用

为了简单，又不失理论与应用的一般性，在本节中，只给出未知的外逆P-信息推理搜索-辨识应用；应用例子取自计算机视觉识别系统，为了简化，视觉识别系统的方框图略。

(x)是计算机视觉识别系统采集到的信息元x_k构成的信息，α是(x)的属性集合(信息特征)，而且

$$(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\} \tag{36}$$

$$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6\} \tag{37}$$

y是(x)的信息值集合，而且

$$y=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6\}=\{1.37,1.62,1.83,1.44,1.17,1.76\} \tag{38}$$

这里：y_1-y_6是被采集到的信息元x_1-x_6的值，经系统中的传感器转换给出的输出(传感器输出的电压信号)；同时y_1-y_6被定义成属性$\alpha_1-\alpha_6$的属性值。

给定阈值$\lambda=1.50$(识别系统中滤波网络的门限值)；识别系统选择出满足$y_k>\lambda$的信息值，系统输出给出：

$$y^F=\{y_2,y_3,y_6\}=\{1.62,1.83,1.76\} \tag{39}$$

由式(39)得到满足$y_k>\lambda$的$(\overline{x})^F$与α^F，而且

$$(\overline{x})^F=\{x_2,x_3,x_6\} \tag{40}$$

$$\alpha^F=\{\alpha_2,\alpha_3,\alpha_6\} \tag{41}$$

$(\overline{x})^F$是视觉系统在过滤门限λ的限定下，系统给出的输出；显然，$(\overline{x})^F$是外逆P-信息，满足第2节中的式(4)—式(6)；$(\overline{x})^F$与(x)满足

$$IDE((\overline{x})^F,(x)) \tag{42}$$

这里：IDE=identification。

例子的分析：事实上，式(36)、式(37)；式(40)、式(41)满足外逆P-推理式(16)：If $\alpha^F\Rightarrow\alpha$, then $(\overline{x})^F\Rightarrow(x)$；$(\overline{x})^F$是被逆P-推理中的外逆P-推理搜索发现的，而且$(\overline{x})^F$在$(x)$内被发现，$(\overline{x})^F\subseteq(x)$。利用式(30)、式(32)得到：$\gamma^F=\|y^F\|/\|y\|=3.01/3.79=0.79<\|y\|/\|y\|=1=\gamma$；利用定理9得到：$(\overline{x})^F$生成的信息圆$o^F$是$(x)$生成的信息单位圆$o$的一个内同心圆；或者，$o^F\subset o$。再回到第2节中的外逆P-集合式(4)—式(6)中，属性集合$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6\}$内被删除$\alpha_1,\alpha_4,\alpha_5$；$\alpha$变成$\alpha^F=\{\alpha_2,\alpha_3,\alpha_6\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_5,\alpha_6\}-\{\alpha_1,\alpha_4,\alpha_5\}$；信息$(x)=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}$被删除信息元$x_1,x_4,x_5$；$(x)$变成$(\overline{x})^F=\{x_2,x_3,x_6\}=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6\}-\{x_1,x_4,x_5\}$；$(\overline{x})^F$是外逆P-信息满足条件$\lambda<y_2,y_3,y_6$；$y_2,y_3,y_6$分别是$x_2,x_3,x_6\in(\overline{x})^F$的信息值。

应当特别指出，为了使系统的结构简单，例子中，信息(x)的属性集合α内的属性$\alpha_k\in\alpha$，它的属性值ρ_k取与信息元$x_k\in x$相同的值y_k，使得识别系统网络结构简化，系统中的一些模块可以共享，这些细节略。

结束语 2008年，文献[3]把动态特性引入到有限普通集合X内，改进有限普通集合X，提出P-集合(packet sets)，P-集合的动态特征与一类信息系统的动态特征相同，P-集合在一类信息系统的多个领域中获得了应用[3-14]。2011年，文献[6]利用P-集合提出P-推理(packet reasoning)，给出P-推理的结构与应用。P-集合与P-推理的联合能够应用到一类智能信息系统理论与应用研究中。2012年，文献[1]改进了P-集合，提出了逆P-集合(inverse packet sets)，给出了逆P-集合的结构、应用与逆P-集合存在的背景和事实。逆P-集合的动态特征与另一类信息系统的动态特征相同。2012年，文献[2]给出逆P-推理(inverse packet reasoning)，本文利用逆P-集合的结构与逆P-推理(inverse packet reasoning)联合，给出逆P-推理与未知信息推理-搜索与发现的讨论，给出一些基本理论结果与应用，给出逆P-推理的直观几何特征讨论，使得公式结论图形化。逆P-推理是逆P-集合之后的又一个新的动态模型，逆P-集合与逆P-推理在动态信息系统中的应用前景看好。

参 考 文 献

[1] 史开泉. 逆P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2012，47(1)：98-109

[2] 史开泉. P-集合，逆P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学，2012，39(4)：1-13

[3] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(11)：77-84

[4] SHI Kai-quan. P-sets and its applications [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2009，9(2)：209-219

[5] 史开泉. P-集合与它的应用特征[J]. 计算机科学，2010，37(8)：1-9

[6] 史开泉. P-推理与信息的P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学，2011，38(7)：1-9

[7] Shi Kai-quan，Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its application [J]. An International Journal Advanced in Systems Science and Applications，2010，10(2)：157-167

[8] 张丽，崔玉泉，史开泉. 外P-集合与数据内-恢复[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(6)：1233-1238

[9] 耿红琴，张冠宇，史开泉. F-信息伪装与伪装-还原辨识[J]. 计

算机科学,2011,38(2):241-245

[10] 李豫颖,范成贤,史开泉.混合记忆信息与记忆信息筛选[J].系统工程与电子技术,2011,33(8):1824-1828

[11] 史开泉.函数 P-集合[J].山东大学学报:理学版,2011,46(2):62-69

[12] Shi Kai-quan. Function P-sets [J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics,2011,2(4):281-288

[13] Fan Cheng-xian,Lin Hong-kang. P-sets and the reasoning-identification of disaster information [J]. International Journal of Convergence Information Technology,2012,7(1):337-345

[14] Lin Hong-kang,Fan Cheng-xian. The dual of P-reasoning and identification of unknown attribute [J]. International Journal of Digital Content Technology and Its Applications, 2012, 6(1):121-131

(上接第 258 页)

$$
\begin{aligned}
g^{(j)}(k)=&[A^{T}+f_{x}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]\{I-PBS^{-1}(k+1)\\
&[B^{T}+f_{u}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]\}[g^{(j)}(k+1)+\\
&Pf(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]+[A^{T}+f_{x}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]\\
&PBu^{(j-1)}(k)+\{f_{x}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})\{I-PBS^{-1}\\
&(k+1)[B^{T}+f_{u}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]\}-A^{T}PBS^{-1}\\
&(k+1)f_{u}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})\}PAx^{(j-1)}(k)\\
g^{(j)}(N)=&0,j=2,3,\cdots
\end{aligned}
\tag{33}
$$

式(33)中的 $x^{(j-1)}$ 由下式确定:

$$
\begin{aligned}
&x^{(0)}(k)=0,k=0,1,2,\cdots,N\\
&x^{(j-1)}(k+1)=\{I+BR^{-1}[B^{T}+f_{u}^{T}(x^{(j-1)},u^{(j-1)})]P\}^{-1}\\
&\quad\{Ax^{(j-1)}(k)-BR^{-1}[B^{T}+f_{u}^{T}(x^{(j-1)},\\
&\quad u^{(j-1)})]g^{(j-1)}(k+1)+f(x^{(j-2)},u^{(j-2)})\}\\
&x^{(j-1)}(0)=x_{0},j=2,3,\cdots
\end{aligned}
\tag{34}
$$

4 系统仿真实例与结论

在动态投入产出系统最优控制器的实际设计中,最优控制律式(29)中 M 的确定方法如下:

i)由式(32)求出 P,给定 $\varepsilon>0$,令 $x^{(0)}(k)=g^{(0)}(k)=g^{(1)}(k)=0,j=1$;

ii)由式(33)计算 $g^{(j)}(k)$;

iii)令 $j=M$,由式(30)计算 $u_s(k)$,并由式(31)计算出 J_M;

iv)若 $\|(J_M-J_{M-1})/J_M\|<\varepsilon$,则输出动态投入产出系统最优控制律 $u_s(k)$,结束;

v)否则,由式(34)计算 $x_j(k)$,令 $j=j+1$,转至 ii)。

为了验证系统设计算法的有效性,在实际的应用中最优控制器的参数设定如下:

$$
\begin{aligned}
x(k+1)=&0.9x(k)-0.6x(k-1)/(1+x^{2}(k-1))+\\
&0.7u_{1}(k)+0.4u(k-1)+0.1x_{1}^{2}(k-1)x_{2}^{2}(k)
\end{aligned}
$$

在系统测试中控制目标使输出跟踪 $u(k)=0.3\sin(\pi k/100)+0.1\cos(\pi k/30)$。系统的原点为平衡点,在系统的原点处将系统进行 Taylor 展开,可得:

$A(z^{-1})=1-0.8z^{-1}+0.5z^{-2}$

$B(z^{-1})=0.7+0.5z^{-1}$

系统极点配置为 $z_{1,2}=\pm0.2i$,则有 $t(z^{-1})=0.03z^{-2}+1$,$G(z^{-1})=0.7678z^{-2}-1.810z^{-1}+1.9648$,$h_1=0.5073$;系统的初始状态:$x(0)=0,u(0)=0,\lambda=0.0001,g(0)=0$。系统仿真结果如图 1 实线所示,由此可以看出,本系统的算法能够取得较好的控制效果,实现了系统最优控制的目的。

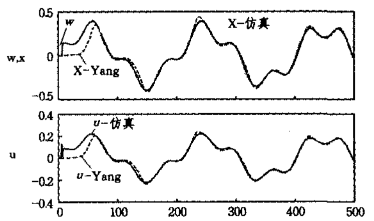


图 1 系统控制量与系统输出

在此采用逐次逼近法研究非线性离散动态投入产出的系统最优控制问题,获得了最优控制律。在实际经济活动的过程控制中,其对于控制方案的选择具有一定的现实指导意义;此方法研究也为非线性离散动态投入产出系统的最优控制问题的解决提供了一套合理的、完整的算法策略。

参考文献

[1] 陈锡康,薛新伟.一类非线性实物型投入产出模型及其在经济工作中的应用[J].中国经济问题,1981(9):47-52

[2] 何剑鸣,王冬,薛新伟.全国种植业非线性投入产出模型的研究[J].系统工程理论与实践,1996(6):64-72

[3] 李桥兴,刘思峰,李影.多项式形的静态非线性投入产出模型解的存在性研究[J].运筹与管理,2006,15(2):91-93

[4] 姜超,张金水.考虑税收的可计算非线性动态投入产出模型及其参数设定[J].系统工程理论与实践,2004(8):32-37

[5] Sharp J K,Perkins W R. A new approach to dynamic input-output models [J]. Automatica,1978(14):77-79

[6] Yan J,Cheng Z,Zhao K,et al. The consumption-tracking problem of singular dynamic input-output models [J]. IFAC Symposia Series,1993(9):23-27

[7] 蒯国胜,张政伟,李龙.一种非双曲型非线性离散系统次最优建模方案[J].计算机仿真,2010,27(2):122-125

[8] 王士同.神经模糊系统及其应用[M].北京:北京航空航天大学出版社,1998

[9] 罗亚中,唐国金,田蕾.基于模拟退火算法的最优控制问题全局优化[J].南京理工大学学报,2005,29(2):144-148

[10] 赖晓平.混合模型神经网络在短期负荷预测中的应用[J].控制理论与应用,2000(1):69-72

[11] 杨帆,张庆灵.基于动态投入产出控制系统的最优跟踪[J].计算技术与自动化,2004,23(4):14-16

[12] 白云霄.动态投入产出系统结构稳定的充要条件[J].陕西科技大学学报,2008,26(3):153-156

[13] Liao F, Wang J, Yang G. LMI-based reliable robust preview tracking control against actuator faults [J]. AsianJournal of Control,2003,5(1):124-131

[14] Tang G Y,Wang H H. Successive approximation approach of optimal control for nonlinear discrete-time systems[J]. International Journal of Systems Science,2005,36(3):153-161

[15] 龙健生,舒永录,杨洪亮.一个多维混沌系统的最终有界集和正向不变集及其在同步之中的应用[J].重庆工商大学学报:自然科学版,2011,28(6):551-557

[16] 王芹,张天平,文慧.具有非线性输入的鲁棒自适应模糊滑模控制[J].电机与控制学报,2008(1):52-57

[17] 陆瑶,张杰,冯英浚.非线性动态系统的模糊神经网络自适应H∞鲁棒控制[J].哈尔滨工程大学学报,2009,30(9):1082-1086