函数P-集合与信息规律的属性控制

林 蓉[1,2] 史开泉[2]
(三明学院数学与信息工程学院 三明 365004)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

摘 要 函数P-集合(Function Packet sets)是一个新的数学模型与新的数学结构,是研究动态信息系统信息规律的一个新理论与新方法。函数P-集合是由函数内P-集合$S^{\bar{F}}$(function internal packet set $S^{\bar{F}}$)与函数外P-集合S^F(function outer packet set S^F)构成的函数集合对。函数P-集合具有规律(函数)特征、动态特性。利用这一特性,研究信息规律属性控制,给出函数P-集合与信息规律生成,实现信息规律属性控制定理及信息规律的属性控制在信息图像边界稳定中的应用。

关键词 函数P-集合,信息规律,属性控制
中图法分类号 O144 **文献标识码** A

Function P-sets and Attribute Control of Information Laws

LIN Rong[1,2] SHI Kai-quan[2]
(Department of Mathematics and Information Engineering, Sanming University, Sanming 365004, China)[1]
(School of Mathematics and Systems Science, Shandoang University, Jinan 250100, China)[2]

Abstract Function P-Sets (function packet sets) are a new mathematical model and structure, and are a new theory and methodology in the research of the laws of dynamic information system. Function packet sets are a pair of function sets composed of function internal P-set $S^{\bar{F}}$ (function internal packet set $S^{\bar{F}}$) and function outer p-set S^F (function outer packet set S^F). Function P-sets have the functional and dynamic characteristics. By virtue of these characteristics, this paper explored the attribute control of information laws and presented the generation of function packet sets and information laws, and attained the theorem of the attribute control of information laws, and achieved the application of attribute control of information laws in image border information stabilization.

Keywords Function P-sets, Information laws, Attribute control

1 引言

文献[1]把函数概念引入到P-集合(packet sets)[2]中,改进了P-集合,提出了函数P-集合(Function packet sets),给出了函数P-集合的结构与动态特性。函数P-集合的元素是一个关于x的连续函数(或离散函数)。函数P-集合为研究信息系统中的动态信息规律提供了理论支持。

解读函数P-集合[1]的结构得到:给定有限函数集$S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$是$S$的属性集。若在$\alpha$内补充部分属性,则$S$变成$S^{\bar{F}}$,$S^{\bar{F}}\subseteq S$;若在$\alpha$内删除部分属性,则$S$变成$S^F$,$S\subseteq S^F$。这里$\forall s_k\in S$是$x$的函数,$k=1,2,\cdots,q$。属性的补充与删除,使得函数集合生成的规律曲线上移或下移。在信息系统的应用中,人们如何使信息图像在传输过程中保持图像的形状不变,不产生失真?或者人们如何使得信息图像在从A传递给B的过程中,图像不走样?换句话说,如何控制信息图像的两个曲线边界稳定?人们想得到这些问题的答案。本文利用函数P-集合讨论这些问题。

P-集合是由内P-集合$X^{\bar{F}}$(internal packet set $X^{\bar{F}}$)与外P-集合X^F(outer packet set X^F)构成的集合对;或者$(X^{\bar{F}},X^F)$是P-集合。P-集合具有动态特征。在一定条件下,P-集合能够回到有限普通集合X的“原点”。P-集合的特性与应用见文献[2-18]。

为了便于讨论,又能使读者容易接受本文给出的结果,把函数P-集合的概念简单地引入到第2节中,作为本文讨论的理论准备与预备知识。

2 函数P-集合

文献[1]给出:

约定 在第2—4节的讨论中,$U(x)$是有限函数论域,$V(\alpha)$是有限属性论域;$S(x)=\{s_1(x),s_2(x),\cdots,s_m(x)\}$是$U(x)$上的有限函数集;$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$V(\alpha)$上的有限属性集;$s_i(x)$,$r_i(x)$是$x$的函数。为了简单,$U(x)$,$V(\alpha)$,$s_i(x)$,$r_i(x)$分别记作$U$,$V$,$s_i$,$r_i$,不引起误解。

给定函数集$S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U$,$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是$S$的属性集,称$S^{\bar{F}}$是$S$生成的函数内P-集合(Function internal packet set $S^{\bar{F}}$),而且

到稿日期:2011-08-04 返修日期:2011-12-09 本文受福建省自然科学基金(2008J0026),福建省教育厅科技项目(JA11255),福建省教育厅高等学校教学质量工程(ZL0902/TZ(SJ))资助。

林 蓉(1962—),女,副教授,主要研究方向为信息系统理论与应用,E-mail:smlr2007@163.com;史开泉(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为粗集理论与应用、信息系统与信息识别理论与应用。

$$S^{\bar{F}}=S-S^{-} \tag{1}$$

S^{-}称作 S 的 $\overline{F}$-函数(元素)删除集合,而且

$$S^{-}=\{r_i \mid s_i\in S,\overline{f}(s_i)=r_i\overline{\in}S,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{2}$$

如果 $S^{\bar{F}}$ 具有的属性集合 $\alpha^{\bar{F}}$ 满足

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha\cup\{\alpha_i{}' \mid f(\beta_i)=\alpha_i{}'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式中,$\beta_i\in V,\beta_i\overline{\in}\alpha,f\in F$ 把 β_i 变成 $f(\beta_i)=\alpha_i{}'\in\alpha$;在应用中,$S^{\bar{F}}\neq\phi$。式(1)中,$S^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\},p\leqslant q;p,q\in N^{+}$。

给定函数集 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}\subset U,\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 S 的属性集,称 S^F 是 S 生成的函数外 P-集合(Function outer packet set S^F),而且

$$S^F=S\cup S^{+} \tag{4}$$

S^{+}称作 S 的 F-函数(元素)补充集合,而且

$$S^{+}=\{s_i{}' \mid r_i\in U,r_i\overline{\in}S,f(r_i)=s_i{}'\in S,f\in F\} \tag{5}$$

如果 S^F 具有的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha-\{\beta_i \mid \overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{6}$$

式中,$\alpha_i\in\alpha,\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_i 变成 $\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$;$\alpha^F\neq\phi$。式(4)中,$S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\},q\leqslant r,q,r\in N^{+}$。

由 $S^{\bar{F}}$ 与 S^F 构成的函数集合对,称作函数集合 S 生成的函数 P-集合,而且

$$(S^{\bar{F}},S^F) \tag{7}$$

有限函数集合 S,称作函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$基集合(基础集合)。

利用式(3),不断地对 α 内给予属性补充,得到

$$\alpha_1^{\bar{F}}\subseteq\alpha_2^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\alpha_n^{\bar{F}} \tag{8}$$

由式(8)得到函数内 P-集合串

$$S_n^{\bar{F}}\subseteq S_{n-1}^{\bar{F}}\subseteq\cdots\subseteq S_2^{\bar{F}}\subseteq S_1^{\bar{F}} \tag{9}$$

利用式(6),不断地对 α 内给予属性删除,得到

$$\alpha_n^F\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^F\subseteq\alpha_1^F \tag{10}$$

由式(10)得到函数外 P-集合串

$$S_1^F\subseteq S_2^F\subseteq\cdots\subseteq S_{n-1}^F\subseteq S_n^F \tag{11}$$

称

$$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

是函数 P-集合的函数集合对族,如果任意的$(S_k^{\bar{F}},S_\lambda^F)$是函数 P-集合。

式中,$(S_k^{\bar{F}},S_\lambda^F)\in\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$;$I,J$ 是指标集。

这里指出:1)式(12):$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$是函数 P-集合式(7)的一般表示形式;2)$S_k^{\bar{F}}$ 与 S_λ^F 的有序搭配$(S_k^{\bar{F}},S_\lambda^F)$是函数 P-集合;3)函数 P-集合式(7)与函数 P-集合式(12)具有动态特性、规律特性。换句话说,$(S^{\bar{F}},S^F)$,$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$的动态特性来自式(8)、式(10)。

由式(1)—式(12)得到:

命题 1 函数 P-集合具有动态特性与规律特性。

命题 2 函数 P-集合存在非唯一。

命题 3 函数 P-集合是 P-集合的一般形式,P-集合是函数 P-集合的特例。

命题 4 函数 P-集合的存在依赖于函数集 S 的属性集 α 内的属性补充-删除。

定理 1(函数集合与函数 P-集合第一关系定理) 函数集合 S 与函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$满足

$$(S^{\bar{F}},S^F)_{F=\bar{F}=\phi}=S \tag{13}$$

式中,$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$是函数迁移族;$f\in F$ 是函数迁移;$f\in F$ 的特征是 $\exists r_i\in U,r_i\overline{\in}S,f\in F$ 把 r_i 变成 $f(r_i)=s_i{}'\in S$;$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2,\cdots,\overline{f}_n\}$是函数迁移族,$\overline{f}\in\overline{F}$ 是函数迁移;$\overline{f}\in\overline{F}$ 的特征是 $\exists s_j\in S,\overline{f}\in\overline{F}$ 把 s_j 变成 $f(s_j)=r_j\overline{\in}S$。

证明:若 $\overline{F}=\phi$,则式(2)$S^{-}=\{r_i \mid s_i\in S,\overline{f}(s_i)=r_i\overline{\in}S,\overline{f}\in\overline{F}\}=\phi$,式(1)成为 $S^{\bar{F}}=S$;若 $F=\phi$,则式(5)$S^{+}=\{s_i{}' \mid r_i\in U,r_i\overline{\in}S,f(r_i)=s_i{}'\in S,f\in F\}=\phi$,式(4)成为 $S^F=S$;显然,若 $F=\overline{F}=\phi$,则$(S^{\bar{F}},S^F)=S$;或者 $S^{\bar{F}}=S=S^F$,得到式(13)。

定理 1 指出,函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$在 $F=\overline{F}=\phi$ 的条件下回到函数集合 S 的"原点"。换句话说,函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$丢失了动态特性,函数 P-集合$(S^{\bar{F}},S^F)$是函数集合 S。

定理 2(函数集合与函数 P-集合第二关系定理) 函数集合 S 与函数 P-集合$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$满足

$$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}_{F=\bar{F}=\phi}=S \tag{14}$$

证明与定理 1 类似,略。

定理 2 指出,构成函数 P-集合$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$的每一个$(S_\lambda^{\bar{F}},S_k^F)$,在 $F=\overline{F}=\phi$ 的条件下$(S_\lambda^{\bar{F}},S_k^F)$回到函数集合 S 的"原点",即函数 P-集合$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$在 $F=\overline{F}=\phi$ 条件下回到函数集合 S 的"原点"。换句话说,函数 P-集合$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$丢失了动态特性,函数 P-集合$\{(S_i^{\bar{F}},S_j^F) \mid i\in I,j\in J\}$是函数集合 S。

利用第 2 节中的结果,给出第 3 节。

3 函数 P-集合与信息规律生成

定义 1 给定函数集 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\},\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}$是 S 的属性集,$\forall s_i\in S$ 的离散化形式为

$$s_i(1),s_i(2),\cdots,s_i(n) \tag{15}$$

得到 $S=\{s_1,s_2,\cdots,s_q\}$的离散形式为

$$\sum_{i=1}^{q}s_i(1),\sum_{i=1}^{q}s_i(2),\cdots,\sum_{i=1}^{q}s_i(n) \tag{16}$$

由式(16)得到数据点$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$与多项式函数:

$$\begin{aligned}P(x)&=\sum_{j=1}^{n}y_j\prod_{\substack{i,j=1\\i\neq j}}^{n}\frac{x-x_i}{x_j-x_i}\\&=a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_1x+a_0\end{aligned} \tag{17}$$

称 $P(x)$是 S 生成区间$[a,b]$上的规律,$x\in[a,b]$。

定义 2 称 $P(x)^{\bar{F}}$ 是 $P(x)$的下规律,如果 $P(x)^{\bar{F}}$ 是

$$S^{\bar{F}}=\{s_1,s_2,\cdots,s_p\} \tag{18}$$

生成区间$[a,b]$上的规律,而且

$$P(x)^{\bar{F}}=b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0 \tag{19}$$

定义 3 称 $P(x)^F$ 是 $P(x)$的上规律,如果 $P(x)^F$ 是

$$S^F=\{s_1,s_2,\cdots,s_r\} \tag{20}$$

生成区间$[a,b]$上的规律,而且

$$P(x)^F=c_{n-1}x^{n-1}+c_{n-2}x^{n-2}+\cdots+c_1x+c_0 \tag{21}$$

定义 4 由 $P(x)^{\bar{F}}$ 与 $P(x)^F$ 构成的规律对称作函数 P-集合生成区间$[a,b]$上的规律,而且

$$(P(x)^{\bar{F}},P(x)^F) \tag{22}$$

定义 5 设 $P(x)$是由数据点$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$生成的规律,$P(x)^{\bar{F}}$ 是由数据点$(x_1,y_1^{\bar{F}}),(x_2,y_2^{\bar{F}}),\cdots,(x_n,y_n^{\bar{F}})$生成的规律,称$\nabla$是规律 $P(x)$的下误差,而且

$$\nabla=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|y_i-y_i^{\bar{F}}| \tag{23}$$

定义 6 设 $P(x)$是由数据点$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$生成的规律,$P(x)^F$ 是由数据点$(x_1,y_1^F),(x_2,y_2^F),\cdots,(x_n,y_n^F)$生成的规律,称 Δ 是规律 $P(x)$的上误差,而且

$$\Delta=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|y_i^F-y_i| \tag{24}$$

式(23),式(24)中,$y_i^F, y_i, y_i^F \in [a,b]$。

定义 7 称 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 是二边信息图像,如果 $P(x)^F$ 是图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 的上边界,$P(x)^F$ 是图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 的下边界,a,b 是图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 的两个不相同的边界公共点。

命题 5 函数 P-集合生成的规律存在非唯一。

定理 3 设 S^F,S^F 生成的规律分别是 $P(x)^F,P(x)^F$,则

$$P(x)^F \leqslant P(x)^F \tag{25}$$

证明:由式(15)—式(17)得,S^F 通过数据点

$$(x_1,\sum_{i=1}^{p}s_i(1)),(x_2,\sum_{i=1}^{p}s_i(2)),\cdots,(x_n,\sum_{i=1}^{p}s_i(n)) \tag{26}$$

利用 Lagrange 插值函数,得到式(19):

$$P(x)^F=b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0$$

$\forall s_i \in S^F$。类似地,S^F 通过数据点

$$(x_1,\sum_{i=1}^{r}s_i(1)),(x_2,\sum_{i=1}^{r}s_i(2)),\cdots,(x_n,\sum_{i=1}^{r}s_i(n)) \tag{27}$$

利用 Lagrange 插值函数,得到式(21):

$$P(x)^F=c_{n-1}x^{n-1}+c_{n-2}x^{n-2}+\cdots+c_1x+c_0$$

因为 $p \leqslant r$,由式(26)、式(27)得到

$$P(x)^F=b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0 \leqslant c_{n-1}x^{n-1}+c_{n-2}x^{n-2}+\cdots+c_1x+c_0=P(x)^F$$

即得到式(25)。

定理 4 设 S^F,S,S^F 生成的规律分别是 $P(x)^F,P(x),P(x)^F$,则

$$P(x)^F \leqslant P(x) \leqslant P(x)^F \tag{28}$$

证明:类似定理 3,略。

命题 6 具有 $\nabla=0$ 的 $P(x)^F$ 是稳定的,反之亦真。

命题 7 具有 $\Delta=0$ 的 $P(x)^F$ 是稳定的,反之亦真。

4 信息规律的属性控制

定理 5 设 S^F,S^F 的属性集分别是 α^F,α^F,则有 $\alpha^F \subseteq \alpha^F$。

定理 6(第一属性控制定理) 设 S,S^F 的属性集分别是 α,α^F,则下误差 $\nabla=0$ 的充分必要条件是 α 与 α^F 满足

$$(\alpha^F-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})-\alpha=\phi \tag{29}$$

证明:1)由 $\nabla=0$,得 $y_i=y_i^F$,有 $P(x)^F=P(x)$,从而有 $S^F=S$,得到 $\alpha^F=\alpha$,说明被迁入的属性又被迁出,因此 $(\alpha^F-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})-\alpha=\phi$,即式(29)成立;2)由 $(\alpha^F-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})-\alpha=\phi$,得到 $(\alpha^F-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})=\alpha$,即被迁入的属性又被迁出,有 $\alpha^F=\alpha$,所以 $S^F=S$,有 $P(x)^F=P(x)$,因此 $y_i=y_i^F$,即 $\nabla=0$。

由定理 6 直接得到推论 1、推论 2。

推论 1 若 $(\alpha^F-\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})-\alpha=\phi$,则信息系统规律是稳定的。

推论 2 若 S,S^F 的属性集 α,α^F 满足 $\alpha^F=\alpha$,则信息系统规律是稳定的。

定理 7(第二属性控制定理) 设 S^F,S 的属性集分别是 α^F,α,则上误差 $\Delta=0$ 的充分必要条件是 α^F 与 α 满足

$$(\alpha^F\cup\{\alpha'|\beta\in V,\beta\overline{\in}\alpha^F,f(\beta)=\alpha'\in\alpha^F,f\in F\})-\alpha=\phi \tag{30}$$

证明:1)由 $\Delta=0$,得到 $y_i^F=y_i$,即 $P(x)^F=P(x)$,从而有 $S^F=S$,得到 $\alpha^F=\alpha$,说明被迁出的属性又被迁入,因此 $(\alpha^F\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha^F,f\in F\})-\alpha=\phi$,即式(30)成立;2)由 $(\alpha^F\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha^F,f\in F\})-\alpha=\phi$,有 $(\alpha^F\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha^F,f\in F\})=\alpha$,即被迁出的属性又被迁入,有 $\alpha^F=\alpha$,所以 $S^F=S$,有 $P(x)^F=P(x)$,因此 $y_i^F=y_i$,即 $\Delta=0$。

由定理 7 直接得到推论 3、推论 4。

推论 3 若 $(\alpha^F\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha^F,f\in F\})-\alpha=\phi$,则信息系统规律是稳定的。

推论 4 若 S^F,S 的属性集 α^F,α 满足 $\alpha^F=\alpha$,则信息系统规律是稳定的。

定理 8(第三属性控制定理) 二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 下边界稳定的充分必要条件是

$$\overline{f}(\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\})=\beta_i\overline{\in}\alpha^F \tag{31}$$

证明:1)由于二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 下边界稳定,有 $\beta_i\in V,\beta_i\overline{\in}\alpha^F,f\in F$ 把 β_i 变成 α_i' 迁入到属性集 α^F 中又被 $\overline{f}\in\overline{F}$ 迁出,即有 $\overline{f}(\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\})=\beta_i\overline{\in}\alpha^F$,式(31)成立;2)由式(31),$\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\}$ 表示 β_i 被 $f\in F$ 变成 α_i' 迁入到属性集 α^F 中,$\overline{f}(\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\})=\beta_i\overline{\in}\alpha^F$ 表示被迁入的 α_i' 又被 $\overline{f}\in\overline{F}$ 迁出,因此二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 下边界稳定。

定理 9(第四属性控制定理) 二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 上边界稳定的充分必要条件是

$$f(\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})=\alpha_i\in\alpha^F \tag{32}$$

证明:1)由二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 上边界稳定,有 $\alpha_i\in V,\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}$ 把 α_i 变成 β_i 迁出属性集 α^F 后又被 $f\in F$ 迁入,即有 $f(\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})=\alpha_i\in\alpha^F$,式(32)成立;2)由式(32),$\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\}$ 表示 α_i 被 $\overline{f}\in\overline{F}$ 变成 β_i 迁出属性集 α^F,$f(\{\beta_i|\alpha_i\in\alpha^F,\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\})=\alpha_i\in\alpha^F$ 表示被迁出的 β_i 又被 $f\in F$ 迁入,因此二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 下边界稳定。

由定理 8、定理 9 直接得到推论 5—推论 7。

推论 5 若 $\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\}=\phi$,则二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 下边界稳定。

推论 6 若 $\{\beta_i|\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\}=\phi$,则二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 上边界稳定。

推论 7 若 $\{\alpha_i'|f(\beta_i)=\alpha_i'\in\alpha^F,f\in F\}=\{\beta_i|\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha^F,\overline{f}\in\overline{F}\}=\phi$,则二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 边界稳定。

5 属性控制在信息图像边界稳定中的应用

利用第 3、第 4 节中的讨论,本节给出一个二边信息图像边界稳定的讨论。例子来自这样的背景:若 A 把信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 传给 B,B 希望得到 A 传给它的真实图像。但在实际的传输过程中,往往会受到某些因素(属性)的干扰,使得图像的边界曲线形状变化,B 得不到真实的图像。

下面通过一组具体数据来说明规律图像的属性控制。表 1 中 y_i^F,y_i^F 分别是 S^F,S^F 离散化、经过技术处理后的数据。

表 1 离散数据$(x_i,y_i^F),(x_i,y_i^F)$

x_i	1	2	3	4	5	6
y_i^F	1.2453	1.7673	1.6854	1.8560	1.7652	1.6754
y_i^F	1.2453	1.3286	1.2586	1.5560	1.6999	1.6754

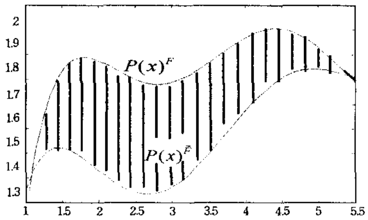
由表 1 中数据(x_i,y_i^F)与式(15)—式(17),生成二边信息图像 $O(a,P(x)^F,P(x)^F,b)$ 的上边界曲线:

$$
\begin{aligned}
p(x)^F &= c_5x^5+c_4x^4+c_3x^3+c_2x^2+c_1x+c_0 \\
&= 0.0179x^5-0.3254x^4+2.2342x^3-7.1816x^2+ \\
&\quad 10.7541x-4.2539 \qquad (33)
\end{aligned}
$$

由表 1 中数据(x_i, y_i^F)与式(15)—式(17)，生成二边信息图像$O(a, P(x)^F, P(x)^F, b)$的下边界曲线：

$$
\begin{aligned}
p(x)^F &= b_5x^5+b_4x^4+b_3x^3+b_2x^2+b_1x+b_0 \\
&= 0.0129x^5-0.2368x^4+1.6170x^3-5.0181x^2+ \\
&\quad 6.9716x-2.1012 \qquad (34)
\end{aligned}
$$

式(33)、式(34)构成的二边信息图像$O(1, P(x)^F, P(x)^F, 5.5)$如图 1 所示。



$O(1, P(x)^F, P(x)^F, 5.5)$用阴影表示；$P(x)^F$，$P(x)^F$分别是$O(1, P(x)^F, P(x)^F, 5.5)$的上边界曲线(规律)，下边界曲线(规律)，$a=1$，$b=5.5$分别是$O(1, P(x)^F, P(x)^F, 5.5)$的二个不相等的公共点。

图 1 $P(x)^F$，$P(x)^F$，$a=1$，$b=5.5$构成二边信息图像$O(1, P(x)^F, P(x)^F, 5.5)$，

属性控制准则

被补充到α内的属性与从α内删除的属性满足

$$
\{\alpha_i' \mid f(\beta_i)=\alpha_i' \in \alpha^F, f\in F\} - \{\beta_i \mid \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i \overline{\in} \alpha^F, \bar{f}\in \bar{F}\} = \phi \qquad (35)
$$

属性控制算法：

Step1 $\exists \beta_i \in V, \beta_i \overline{\in} \alpha^F, f(\beta_i)=\alpha' \in \alpha^F$

Step2 $\bar{f}(f(\beta_i)=\alpha')=\beta_i \overline{\in} \alpha^F$

Step3 $\exists \alpha_i \in \alpha^F, \bar{f}(\alpha_i)=\beta_i \overline{\in} \alpha^F$

Step4 $f(\bar{f}(\alpha_i)=\beta_i)=\alpha_i \in \alpha^F$

Step1—Step2 使得$\nabla=0$

Step3—Step4 使得$\Delta=0$

END

属性控制算法框图略。

结束语 文献[2]给出 P-集合及其结构，P-集合具有动态特征；文献[3-18]给出 P-集合在信息系统中的应用。因为 P-集合不具有规律特性，P-集合的应用受到限制。基于这个事实，文献[1]改进了 P-集合，给出函数 P-集合的结构与特征，使得 P-集合得到推广。本文利用函数 P-集合，讨论函数 P-集合与信息规律的属性控制，给出属性控制在图像边界稳定中的应用。

在金融投资系统中，利润规律(利润分布折线)经常是上、下浮动的。显然，下-浮动规律与本文中的$P(x)^F$相似，上-浮动规律与本文中的$P(x)^F$相似。简言之，$(P(x)^F, P(x)^F)$才是符合实际的金融投资系统的规律。因为金融投资系统的利润规律不是一成不变的，它应该是动荡的。利润规律动荡来自投资环境的变化，这是一般人都知道的事实。如果把函数 P-集合引入到利润规律控制中，能够得到一些符合实际的结果。利用函数 P-集合所具有的动态特性和规律特性去研究金融投资系统的利润规律的变化，可使人们看到金融投资系统的风险性。

在本文的应用例子中，给出信息图像$O(a, P(x)^F, P(x)^F, b)$边界稳定性的讨论。把这个例子再作引申得到：如果把α^F中的一些属性删除，删除的这些属性不被人们知道；把α^F中再补充一些属性，补充的这些属性不被人们知道，则信息图像$O(a, P(x)^F, P(x)^F, b)$生成信息图像$O^*(a, P(x)^{F,*}, P(x)^{F,*}, b)$，则$O^*(a, P(x)^{F,*}, P(x)^{F,*}, b)$被隐藏在$O(a, P(x)^F, P(x)^F, b)$内，这又是函数 P-集合在信息系统中的一个应用。函数 P-集合是研究具有动态特性的信息系统信息规律的一个新理论、新方法。

参 考 文 献

[1] 史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2011，46(2)：62-69

[2] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(11)：77-84

[3] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International JournalAdvances in Systems Science and Applications，2009，9(2)：209-219

[4] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学，2010，37(8)：1-8

[5] Shi Kai-quan，Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：157-167

[6] 史开泉，张丽. 内 P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2009，44(4)：8-14

[7] Lin Hong-kang，Li Yu-ying. P-sets and its P-separation theorems[J]. AnInter-national Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10 (2)：209-215

[8] 张丽，崔玉泉，史开泉. 外 P-集合与数据内-恢复[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(6)：1233-1238

[9] 周玉华，张冠宇，史开泉. P-集合与双信息规律生成[J]. 数学的实践与认识，2010，40(13)：71-80

[10] Wang Yang，Geng Hong-qin，Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：234-240

[11] Zhang Guan-yu，Li En-zhang. Information gene and identification of its information Knock-out/Knock-in[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：308-315

[12] 周玉华，张冠宇，张丽. 内外数据圆与动态数据-恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(8)：21-26

[13] Zhang Li，Cui Yu-quan. Outer P-sets and data internalrecovery[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：189-199

[14] Huang Shun-liang，Wang Wei，Geng Dian-you. P-sets and its internal Pmemory characteristics[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：216-222

[15] Liu Ji-qin. P-Probabilities and its application [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：200-208

[16] 于秀清. P-集合的识别与筛选[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(1)：94-98

[17] 汤积华，陈保会，史开泉. P-集合与$(\bar{F}, F)$-数据生成-辨识[J]. 山东大学学报：理学版，2009，44(11)：83-92

[18] 李豫颖，谢维奇，史开泉. $\bar{F}$-残缺数据的辨识与恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(9)：57-64