

基于分割策略的特征选择算法

焦 娜

(华东政法大学信息科学与技术系 上海 201620)

摘 要 特征选择是粗糙集理论中最基本、最重要的研究内容之一。已有的大多数特征选择算法对小规模数据表较为有效。在信息时代,数据表的规模越来越大,传统的特征选择方法对于大规模数据表的计算效率非常低。因此,文中引入分割策略的思想,将大规模数据表分割成若干个较小规模的数据表,然后通过合并所得结果来解决原数据表的特征选择问题。在标准数据集上的实验结果表明了所提算法的有效性。

关键词 特征选择,分割,核表,冗余表,粗糙集理论

中图分类号 TP181 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.10.008

Feature Selection Algorithm Based on Segmentation Strategy

JIAO Na

(Department of Information Science and Technology, East China University of Political Science and Law, Shanghai 201620, China)

Abstract Feature selection is a key issue in rough sets. The theory of rough sets is an efficient tool for reducing redundancy. At pre-sent, there are many items and features in a large table, but few methods can gain better performance for big data table. The idea of segmentation was introduced in this paper. A big data table is divided into several small tables, and selection results are joined together to solve feature selection problem of the original table. To evaluate the performance of the proposed method, this paper applied it to the benchmark data sets. Experimental results illustrate that the proposed method is effective.

Keywords Feature selection, Segmentation, Core-table, Redundant-table, Rough set theory

1 引言

随着大数据时代的到来,数据更新积累的速度远超人类的现有处理能力。数据挖掘是一门重要的研究学科,主要目的是在大量数据中发现其蕴含的有用信息。粗糙集理论^[1-8]是一种有效的处理不精确、不确定问题的数学工具,已被广泛应用于机器学习、数据挖掘及模式识别等领域。特征选择是粗糙集理论中最基本、最重要的问题,因此一直是粗糙集理论研究工作者重点关注的问题。目前已有许多特征选择算法被提出^[1],主要分为基于正区域的特征选择算法、基于信息论的特征选择算法和基于差别矩阵的特征选择算法等。基于差别矩阵的特征选择算法受到众多学者的关注,他们提出了一些改进差别矩阵的方法,在一定程度上提高了小数据集上差别矩阵属性约简算法的效率。当面对海量数据时,目前提出的差别矩阵属性约简算法都无法进行特征选择。在信息时代,数据表的规模越来越大,而对于大规模数据表,常用的特征选择方法的计算效率将变得很低。

大数据呈现出的大体积、复杂结构、低价值密度和实时性等特征给传统决策理论带来了巨大挑战。一些典型的用于统计学的特征选择算法包括不借助于外部算法的 Filter 算法^[9]和使用外部学习算法作为评价准则的 Wrapper 算法^[10]。

Wrapper 算法根据分类器的某种性能来评价特征或特征子集的重要性,但该方法在特征选择过程中需要反复地调用分类算法来评估特征的分类性能,从而极大地增加了计算量。

只考虑数据体量的大小而不关注特征集的复杂程度已不能够解决实际决策问题。本文从特征集的角度出发,引入分割思想。对初始表进行特征选择,把一个决策表分割成一个核表和几个冗余表,核表由决策特征集和几个连接特征组成,连接特征是冗余表中的关键字,而冗余表由条件特征的子集及连接特征构成。分割的方法能够使原来的初始表变得更容易解决并且耗时更少。

本文研究的主要目的是基于分割策略的思想设计一种能够处理大规模数据表的特征选择方法。分割策略的思想^[11-16]是把一个大的数据表分割成若干个小的数据表,并用现有的方法对这些小的数据表进行处理,再把得到的结果合并以解决原来数据表的特征选择问题。根据这种分割思想,本文提出了基于分割策略的求核方法和特征选择方法。最后,在标准数据集上进行了实验,结果表明,本文提出的特征选择算法不仅能有效提取特征,而且计算效率有了明显提高。

2 背景知识

本节首先介绍基本概念,并对分割特征选择方法涉及到

的表的概念和性质做详细介绍。

2.1 基本概念

定义 1 决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$, 其中 U 为非空有限论域; C 为条件特征集, D 为决策特征集; $V = \bigcup_{a \in C \cup D} V_a$ 为特征值域, V_a 为特征 a 的值域; $f: U \times (C \cup D) \rightarrow V$ 为信息函数^[4]。

定义 2 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle, B \subseteq C \cup D$, 论域 U 关于不可分辨关系^[5] B 的定义为:

$$IND(B) = \{ \langle x, y \rangle \in U \times U \mid \forall b \in B, b(x) = b(y) \}$$

显然, $IND(B)$ 是一个等价关系。

定义 3 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle, B \subseteq C \cup D$, 论域 U 关于不可分辨关系 B 的划分^[5] 定义为:

$$U/IND(B) = \{ [x_i]_B : x_i \in U \}$$

其中, $[x_i]_B$ 表示 U 中所有与 x_i 在关系 $IND(B)$ 下等价的元素构成的集合。

定义 4 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle, X \subseteq U, B \subseteq C$, X 关于 B 的上、下近似集^[5] 分别记为: $\overline{BX}, \underline{BX}$:

$$\overline{BX} = \bigcup \{ [x_i]_B \mid [x_i]_B \cap X \neq \emptyset \}$$

$$\underline{BX} = \bigcup \{ [x_i]_B \mid [x_i]_B \subseteq X \}$$

上近似集由可能属于 X 的对象集构成, 下近似集由肯定属于 X 的对象集构成。上、下近似集从两个侧面对概念 X 进行逼近, 即概念 X 可用两个精确的概念近似描述, 若概念 X 本身模糊或不确定, 则这种近似描述具有重要意义。

定义 5 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$, 决策特征集 D 相对条件特征集 C 的分类质量^[5] 定义为:

$$\gamma_C(D) = |POS_C(D)| / |U|$$

其中, $POS_C(D) = \bigcup_{X \in U/IND(D)} CX$, 表示决策特征集 D 相对特征集 C 的正区域。

分类质量是对决策表分类能力的一种定量描述, 其实质上度量了决策表中可确定分类对象占整个论域的比率。显然, $0 \leq \gamma_C(D) \leq 1$ 。

定义 6 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle, B \subseteq C$, 对任意特征 $a \in C - B$ 的重要性^[5] 定义为:

$$SIG_\gamma(a, B, D) = \gamma_{B \cup \{a\}}(D) - \gamma_B(D)$$

定义 7 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle, B \subseteq C$, 若:

$$1) POS_B(D) = POS_C(D);$$

$$2) \forall a \in B, POS_{(B-\{a\})}(D) \neq POS_C(D)$$

则称特征集 B 为决策表 T 的一个特征选择^[5]。

定义 8 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$, 核被定义为:

$$Core = \bigcap_{j \leq r} W_j$$

其中, $\{W_j \mid j \leq r\}$ 是特征选择集合^[5]。

定义 9 给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$ 。

1) 冗余表 $T^{B_i} = \langle U^{B_i}, B_i \cup \{b_i\}, V^{B_i}, f^{B_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, m)$ 。其中, U 为非空有限论域; $B_i \subseteq C (i = 1, 2, \dots, m), C = \bigcup_{i=1}^m B_i, B_i \cap B_j = \emptyset, i \neq j; b_i$ 是冗余表与核表的连接特征, 它是 T^{B_i} 的关键字; $V^{B_i} = \bigcup_{a \in B_i} V_a^{B_i}$, 其中 $V_a^{B_i}$ 为特征 a 的值域; $f^{B_i}: U^{B_i} \times B_i \rightarrow V^{B_i}$ 为信息函数。

2) 核表 $T^S = \langle U, S \cup D, V^S, f^S \rangle$ 。其中, U 为非空有限论域; $S = \bigcup_{i=1}^m \{b_i\}$ 是连接特征集, D 为决策特征集; $V^S = \bigcup_{a \in S \cup D} V_a^S$,

其中 V_a^S 为特征 a 的值域; $f^S: U \times (S \cup D) \rightarrow V^S$ 为信息函数。

3) 过渡表 $T^{M_i} = \langle U, M_i \cup D, V^{M_i}, f^{M_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, m)$ 。其中, U 为非空有限论域; $M_i = (S - \{b_i\}) \cup B_i (i = 1, 2, \dots, m), D$ 为决策特征集; $V^{M_i} = \bigcup_{a \in M_i \cup D} V_a^{M_i}$, 其中 $V_a^{M_i}$ 为特征 a 的值域; $f^{M_i}: U \times (M_i \cup D) \rightarrow V^{M_i}$ 为信息函数。

2.2 基本性质

根据 2.1 节的定义, 给出如下性质。

给定决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$, 冗余表 $T^{B_i} = \langle U^{B_i}, B_i \cup \{b_i\}, V^{B_i}, f^{B_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, m)$, 核表 $T^S = \langle U, S \cup D, V^S, f^S \rangle$, 过渡表 $T^{M_i} = \langle U, M_i \cup D, V^{M_i}, f^{M_i} \rangle (i = 1, 2, \dots, m)$ 。

性质 1 核表 T^S 的连接特征 b_i 是不必要的, 即 $POS_{(S-\{b_i\})}(D) = POS_{(S)}(D) (SIG_\gamma(b_i, S - \{b_i\}, D) = 0)$, 当且仅当决策表 T 的与连接特征 b_i 相对应的条件特征集 B_i 是不必要的, 即 $POS_{(C-B_i)}(D) = POS_{(C)}(D) (SIG_\gamma(B_i, C - B_i, D) = 0)$ 。

性质 2 过渡表 T^{M_i} 的条件特征 a 是不必要的, 即 $\exists a \in B_i, POS_{(M_i-\{a\})}(D) = POS_{(M_i)}(D) (SIG_\gamma(a, M_i - \{a\}, D) = 0)$, 当且仅当决策表 T 的条件特征 a 是不必要的, 即 $POS_{(C-\{a\})}(D) = POS_{(C)}(D) (SIG_\gamma(a, C - \{a\}, D) = 0)$ 。

性质 3 若核表 T^S 的连接特征 b_i 是必要的, 即 $POS_{(S-\{b_i\})}(D) \neq POS_{(S)}(D) (SIG_\gamma(b_i, S - \{b_i\}, D) > 0)$, 那么在决策表 T 中一定存在与连接特征 b_i 相对应的条件特征集 B_i 的子集 A 是必要的, 即 $A \subseteq B_i, POS_{(C-A)}(D) \neq POS_{(C)}(D) (SIG_\gamma(A, C - A, D) > 0)$ 。

性质 4 若过渡表 T^{M_i} 的条件特征 a 是必要的, 即 $POS_{(M_i-\{a\})}(D) \neq POS_{(M_i)}(D) (SIG_\gamma(a, M_i - \{a\}, D) > 0)$, 那么决策表 T 的条件特征 a 是必要的, 即 $POS_{(C-\{a\})}(D) \neq POS_{(C)}(D) (SIG_\gamma(a, C - \{a\}, D) > 0)$ 。

3 基于分割的特征选择算法

3.1 基于分割策略的求核方法

计算条件特征的重要性, 重要性大于零的特征是必要的特征, 即核特征。把核特征放在一个冗余表中, 而将剩余特征平均分配到其他冗余表中。

首先, 根据决策表的条件特征的重要性找出核特征。由于传统的求核方法耗时较长, 因此本文给出一种基于分割策略的求核方法。

假设冗余表的个数为 k , 把决策表分割成一个核表和 k 个冗余表。决策表的条件特征集被平均分配到 k 个冗余表中。若核表中的连接特征是必要的, 则将核表与该连接特征所在的冗余表构成一个过渡表。若过渡表的条件特征是必要的, 则该特征是核特征, 否则继续下一次循环。最后, 得到所有的核特征。

算法 1 给出基于分割策略的求核方法的具体描述。

算法 1 基于分割策略的求核算法

输入: 决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$

输出: 核 Core

Step1 设冗余表个数为 k 。

Step2 将决策表 T 分割成一个核表和 k 个冗余表。

Step3 确定 k 个冗余表中的连接特征 b_i , 并确定核表 $T^S = \langle U, S \cup$

D, V^S, f^S 和 k 个冗余表 $T^{B_i} = \langle U^{B_i}, B_i \cup \{b_i\}, V^{B_i}, f^{B_i} \rangle (i=1, 2, \dots, k)$ 。

Step4 令 $Core = \emptyset$ 。

Step5 对核表 $T^S = \langle U, S \cup D, V^S, f^S \rangle$ 中的每个连接特征 $b_i (i=1, 2, \dots, k)$ 进行判断, 计算去掉该连接特征 b_i 后的重要性是否大于零。

- 1) 若大于零, 即 $SIG_{\gamma}(b_i, S - \{b_i\}, D) > 0$, 则继续执行 Step6;
- 2) 若不大于零, 则转到 Step5。

Step6 将一个冗余表 T^{B_i} 与核表 T^S 合并成过渡表 T^{M_i} 。

Step7 对过渡表 $T^{M_i} = \langle U^{M_i}, \Lambda^{M_i}, V^{M_i}, f^{M_i} \rangle (i=1, 2, \dots, k)$ 中的每个特征 α 进行判断, 计算去掉该特征 α 后的重要性是否大于零。

- 1) 若大于零, 即 $SIG_{\gamma}(\alpha, M_i - \{\alpha\}, D) > 0$, 则继续执行 Step8。
- 2) 若不大于零, 则转到 Step7。

Step8 α 是不必要的特征并且在 T^{M_i} 中删除该特征; $Core = Core \cup \{\alpha\}$; 转到 Step7。

Step9 循环结束。

3.2 基于分割策略的特征选择方法

根据 3.1 节中的求核方法, 核被放到第一个冗余表中, 其他特征被平均分割到 $k-1$ 个冗余表中。循环条件从第二个连接特征开始。如果连接特征是不必要的, 那么与连接特征相对应的条件特征子集也是不必要的, 这个条件特征子集能够被一次性全部删除, 条件特征子集中的每个特征不必再逐一进行判断。即使连接特征是必要的, 也因需要把核表和冗余表转化成为过渡表而使得过渡表的比例被压缩很多。最后, 所有被选择的特征构成一个特征选择集合。

依据上述分析, 算法 2 给出基于分割策略的特征选择算法的具体描述。

算法 2 基于分割策略的特征选择算法

输入: 决策表 $T = \langle U, C \cup D, V, f \rangle$

输出: 特征选择结果 Red

Step1 根据算法 1, 计算核 $Core$ 。

Step2 判断决策特征集 D 相对条件特征集 $Core$ 的正区域与决策特征集 D 相对条件特征集 C 的正区域是否相同。

- 1) 若相同, 即 $POS_{(Core)}(D) = POS_{(C)}(D)$, 则 $Red = Core$, 结束, 输出特征选择结果;
- 2) 若不同, 即 $POS_{(Core)}(D) \neq POS_{(C)}(D)$, 则转到 Step3。

Step3 令 $Red = C$ 。

Step4 将决策表 T 分割成一个核表 $T^S = \langle U, S \cup D, V^S, f^S \rangle$ 和 k 个冗余表 $T^{B_i} = \langle U^{B_i}, B_i \cup \{b_i\}, V^{B_i}, f^{B_i} \rangle (i=1, 2, \dots, k)$ (核被放到第一个冗余表中, 其他特征被平均分到 $k-1$ 个冗余表中)。

Step5 对于核表 $T^S = \langle U, S \cup D, V^S, f^S \rangle$ 中的每个连接特征 $b_i (i=1, 2, \dots, k)$, 计算 $POS_{(S - \{b_i\})}(D)$ 和 $POS_{(S)}(D)$ 是否相同。

- 1) 若相同, 即 $POS_{(S - \{b_i\})}(D) = POS_{(S)}(D)$, 则继续执行 Step6;
- 2) 若不同, 即 $POS_{(S - \{b_i\})}(D) \neq POS_{(S)}(D)$, 则转到 Step5。

Step6 b_i 是不必要的特征, 在 T^S 中删除该特征, 即 $S = S - \{b_i\}$ 。

Step7 $Red = Red - B_i$, 合并相同的对象, 转到 Step5。

Step8 将一个冗余表 T^{B_i} 与核表 T^S 合并成过渡表 T^{M_i} 。

Step9 对过渡表 $T^{M_i} = \langle U^{M_i}, \Lambda^{M_i}, V^{M_i}, f^{M_i} \rangle (i=1, 2, \dots, k)$ 中的每个特征 α 进行判断, 计算决策特征集 D 相对去掉特征的正区域与决策特征集 D 相对条件特征集的正区域是否相同。

- 1) 若相同, 即 $PSO_{(\Lambda^{M_i} - D - \{\alpha\})}(D) = POS_{(\Lambda^{M_i} - D)}(D)$, 则继续执行 Step10。

2) 若不同, 即 $PSO_{(\Lambda^{M_i} - D - \{\alpha\})}(D) \neq POS_{(\Lambda^{M_i} - D)}(D)$, 则转到 Step9。

Step10 α 是不必要的特征, 在 T^{M_i} 中删除该特征, 即 $B_i = B_i - \{\alpha\}$ 。

$Red_i = Red_i - \{\alpha\}$, 转到 Step9。

Step11 循环结束。

4 实验结果与分析

为了验证算法的有效性, 选用两种传统的特征选择方法^[5]即基于正域的特征选择方法(简称正域)和基于信息熵的特征选择方法(简称信息熵)进行对比测试。根据本文提出的基于分割策略的特征选择算法(简称分割), 假设子表的个数为 4。在 UCI 数据库的公开数据集上选取 4 个数据集。Audiology 数据集包含 69 个条件特征, 1 个决策特征, 226 个对象; Breast 数据集包含 31 个条件特征, 1 个决策特征, 569 个对象; Mushroom 数据集包含 22 个条件特征, 1 个决策特征, 8124 个对象; SPECT 数据集包含 44 个条件特征, 1 个决策特征, 267 个对象。对于有缺失值的数据, 使用文献[17]的方法进行完备化; 对于连续的特征值, 用文献[18]的方法进行离散化。实验结果如表 1 所列, 其中前 4 列是数据集的基本描述, 分别是名称、条件特征数、决策特征数和对象数; 其他列表示各个算法的运行时间, 实验结果是 10 次实验的平均值。实验运行在 Intel Dual E2140 1.60 GHz (处理器), 1 GB (内存), windows XP (操作系统) 的个人计算机上, 其运行环境为 C# 和 SQL Server 2000。

表 1 不同特征选择方法的运行时间的对比

Table 1 Running time comparison of different feature selection algorithms

数据集	条件特征	决策特征	对象	正域/s	信息熵/s	分割/s
Audiology	69	1	226	44	286	5
Breast	31	1	569	6	45	1
Mushroom	22	1	8124	596	1536	57
SPECT	44	1	267	15	109	3

如表 1 所列, 在两种传统特征选择方法中, 基于正域的特征选择方法的运行时间是最短的; 基于信息熵的特征选择方法的性能是最差的。与两种传统方法相比, 本文提出的基于分割策略的特征选择算法的运行时间最少, 效率也最高。

结束语 粗糙集是进行特征选择的有效数学工具。但是在大数据时代, 数据规模较大且特征个数较多, 常用的粗糙集特征选择方法已不能满足在海量数据中进行特征选择的要求。本文引入分割的思想, 把一个大规模的数据表分割成小规模的数据表, 提出了基于分割策略的求核算法及特征选择算法。在 4 个标准数据集上的实验结果表明, 本文提出的算法有较高的计算性能。

参考文献

- [1] PAWLAK Z. Rough sets[J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982, 11(5): 341-356.
- [2] WU W Z, ZHANG W X, XU Z B. Characterizing Rough Fuzzy Sets in Constructive and Axiomatic Approaches [J]. Chinese Journal of Computers, 2004, 27(2): 197-203. (in Chinese)
吴伟志, 张文修, 徐宗本. 粗糙模糊集的构造与公理化方法[J].

计算机学报,2004,27(2):197-203.

- [3] SHI Z Z, CHANG L. Reasoning about Semantic Web Services with an Approach Based on Dynamic Description Logics [J]. Chinese Journal of Computers, 2008, 31(9): 1599-1611. (in Chinese)
史忠植, 常亮. 基于动态描述逻辑的语义 Web 服务推理[J]. 计算机学报, 2008, 31(9): 1599-1611.
- [4] WANG G Y, YAO Y Y, YU H. A Survey on Rough Set Theory and Applications [J]. Chinese Journal of Computers, 2009, 32(7): 1229-1247. (in Chinese)
王国胤, 姚一豫, 于洪. 粗糙集理论与应用研究综述[J]. 计算机学报, 2009, 32(7): 1229-1247.
- [5] 王国胤. Rough 集理论与知识获取[M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2001.
- [6] MIAO D Q, ZHOU J, ZHANG N, et al. Research of Attribute Reduction Based on Algebraic Equations [J]. Acta Electronica Sinica, 2010, 38(5): 1021-1028. (in Chinese)
苗夺谦, 周杰, 张楠, 等. 基于代数方程组的属性约简研究[J]. 电子学报, 2010, 38(5): 1021-1028.
- [7] DENG D Y, LU K W, MIAO D Q, et al. Study on Entire-Granulation Rough Sets and Concept Drifting in a Knowledge System [J]. Chinese Journal of Computers, 2016, 39(177): 1-18. (in Chinese)
邓大勇, 卢克文, 苗夺谦, 等. 知识系统中全粒度粗糙集及概念漂移的研究[J]. 计算机学报, 2016, 39(177): 1-18.
- [8] MARIA S, MAITE L. Rough set based approaches to feature selection for Case-Based Reasoning classifiers [J]. Pattern Recognition Letters, 2011, 32(2): 280-292.
- [9] TIBSHIRANI R, HASTIE T, NARAS HIMAN B, et al. Diagnosis of multiple cancer types by shrunken centroids of gene expression [C] // Proceedings of the National Academy of Sciences. USA, 2002: 6567-6572.
- [10] KOHAVI R, JOHN G H. Wrappers for feature subset selection [J]. Artificial Intelligence, 1997, 97(1/2): 273-324.
- [11] ROKACH L. Decomposition methodology for classification tasks: a meta decomposer framework [J]. Pattern Analysis and Applications, 2006, 9(2/3): 257-271.
- [12] WANG M, LIU B, TANG J H, et al. Metric learning with feature decomposition for image categorization [J]. Neurocomputing, 2010, 73(10-12): 1562-1569.
- [13] SHE Y H, HE X L, QIAN Y H. A multiple-valued logic approach for multigranulation rough set model [J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2017, 82: 270-284.
- [14] BAZAN J G, LATKOWSKI R, SZCZUKA M. Missing template decomposition method and its implementation in rough set exploration system [C] // Proceedings of the Fifth International Conference on Rough Sets and Current Trends in Computing. Kobe, LNAI, 2006: 254-263.
- [15] ZHANG Q Z. An Approach to Rough Set Decomposition of Incomplete Information Systems [C] // IEEE Conference on Industrial Electronics and Applications. Harbin, IEEE, 2007: 2455-2460.
- [16] ZHANG H Y, YANG S Y. Feature selection and approximate reasoning of large-scale set-valued decision tables based on α -dominance-based quantitative rough sets [J]. Information Sciences, 2017, 378: 328-347.
- [17] GRZYMALA-BUSSE J W, GRZYMALA-BUSSE W J. Handling missing attribute values [M] // Data Mining and Knowledge Discovery Handbook, 2005: 37-57.
- [18] GRZYMALA-BUSSE J W. Discretization of numerical attributes [M] // Data Mining and Knowledge Discovery Handbook. Oxford: Oxford University Press, 2002: 218-225.
- (上接第 26 页)
- [6] GANTER B, WILLE R. Formal Concept Analysis: Mathematical Foundations [M]. Berlin Heidelberg: Springer-Verlag, 1999.
- [7] YAO Y Y. Interval Sets and Three-way Concept Analysis in Incomplete context [J]. International Journal of Machine Learning & Cybernetics, 2017, 8(1): 3-20.
- [8] REN R S, WEI L, YAO Y Y. An Analysis of Three Types of Partially-known Formal Concepts [J/OL]. International Journal of Machine Learning & Cybernetics. <http://doi.org/10.1007/s13042-017-0743-z>.
- [9] 张文修, 仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [10] LI J H, LV Y J. Attribute Reduction and Rules Extraction in Decision Formal Context based on Concept Lattice [J]. Mathematics in Practice and Theory, 2009, 39(7): 182-188. (in Chinese)
李金海, 吕跃进. 基于概念格的决策形式背景属性约简及规则提取[J]. 数学的实践与认识, 2009, 39(7): 182-188.
- [11] LI J H, MEI C L, LV Y J. A Heuristic Knowledge-reduction Method for Decision Formal Contexts [J]. Computers and Mathematics with Applications, 2011, 61(4): 1096-1106.
- [12] LI J H, WANG J H, MEI C L, et al. Weakly Closed Label Concept Lattice and Its Application to Rule Acquisition in Decision Formal Contexts [C] // Proceedings of International Conference on Machine Learning and Cybernetics. Piscataway: IEEE, 2013: 658-663.
- [13] LI T. Knowledge Acquisition in Formal Decision Context [D]. Xi'an: Northwest University, 2013. (in Chinese)
李涛. 决策形式背景的知识获取 [D]. 西安: 西北大学, 2013.
- [14] ZHU Z C, WEI L. Two-way Rules Acquisition based on Class Contexts [J]. Journal of Northwest University (Natural Science Edition), 2015, 45(4): 517-524. (in Chinese)
朱洽春, 魏玲. 基于类背景的双向规则的获取 [J]. 西北大学学报 (自然科学版), 2015, 45(4): 517-524.
- [15] PREDIGER S. Formal Concept Analysis for General Objects [J]. Discrete Applied Mathematics, 2003, 127(2): 337-355.
- [16] LIU L, QIAN T, WEI L. Rules Extraction in Formal Decision Contexts based on Attribute-induced Three-way Concept Lattices [J]. Journal of Northwest University (Natural Science Edition), 2016, 46(4): 481-487. (in Chinese)
刘琳, 钱婷, 魏玲. 基于属性导出三支概概念的决策背景规则提取 [J]. 西北大学学报 (自然科学版), 2016, 46(4): 481-487.