

# 基于多样性向导的自适应重采样粒子滤波研究

于金霞 汤永利 许景民

(河南理工大学计算机科学与技术学院 焦作 454003)

**摘要** 由于在非线性和非高斯系统和多模态处理能力上的优越性,粒子滤波算法已经被广泛应用。针对粒子滤波算法现有缺陷分析,提出一种基于多样性向导的自适应重采样粒子滤波。首先,基于多样性向导自适应调整重采样阈值。在基于有效样本大小的自适应重采样技术之上,借助了另一多样性测度即种群多样性因子来自适应地调整有效样本大小的阈值;而且,在重采样之后引入样本变异操作来确保样本的多样性。然后,提出了一种改进的部分分层重采样算法。该算法借鉴部分分层重采样执行快、时间短的优点,同时结合权重优化的思想改进重采样的样本权重计算。最后,通过仿真实验验证了所提粒子滤波算法的性能和有效性。

**关键词** 粒子滤波,自适应重采样,多样性,改进的部分分层重采样

**中图分类号** TP18 **文献标识码** A

## Research on Particle Filter with Adaptive Resampling Based on Diversity Measure

YU Jin-xia TANG Yong-li XU Jing-min

(College of Computer Science and Technology, Henan Polytechnic University, Jiaozuo 454003, China)

**Abstract** As its advantage in non-linear non-Gaussian system and multi-mode processing, particle filter (PF) has widely been applied into many fields in recent years. With the deficiency analysis of existing algorithm, a particle filter with adaptive resampling based on diversity guidance was presented. Firstly, it adaptively tuned the resampling threshold by diversity guidance. Based on the adaptive resampling techniques on effective sample size, other diversity measure, population factor, was used to adjust the resampling threshold. Moreover, the operation of particle mutation after resampling was integrated into PF so as to assure the diversity of particle sets. Then, an improved partial stratified resampling (PSR) in PF was proposed. It drew from the advantage of PSR in implementation speed and time. In addition, it combined with the weights optimal idea to improve the performance of PF. With the simulation experiments, the validity of the proposed method was verified.

**Keywords** Particle filter, Adaptive resampling, Diversity guidance, Improved partial stratified resampling

## 1 引言

粒子滤波(Particle Filter, PF)<sup>[1]</sup>,也称序列蒙特卡罗,通过非参数化的蒙特卡罗求解积分的方法来实现递推贝叶斯滤波,是基于采样理论的贝叶斯估计的一种近似算法。其核心思想是使用一组随机加权的样本(又称粒子)表达任意分布包括多模的概率密度函数。原理上说,粒子滤波可以应用于任何非线性非高斯多模态系统。因而,近年来其已经应用于机器人定位、目标跟踪等诸多领域。尽管粒子滤波在递推贝叶斯估计中具有很大的优点,但其由于基于序列重要性采样(Sequential Importance Sampling, SIS),潜在的问题是样本退化<sup>[2]</sup>。所以,大量时间浪费在更新小权重的样本。该问题可以通过增加样本数目  $N_t$  至无限大来解决,但却不太现实。因而,两种重要方法即选择好的建议分布和执行重采样算法

被提出来<sup>[3]</sup>。

重采样阶段也会删除好的样本,造成样本有效性和多样性的损失,导致样本贫化。因而,监控采样的有效性来确定重采样的次数是一个关键问题。频繁执行重采样会导致样本衰竭,而过少执行重采样会导致滤波发散。为确保有合适的重采样次数,以提高滤波的估计性能,许多评估样本多样性的测度被提出<sup>[4-6]</sup>。此外,重采样策略的改进对粒子滤波而言也是非常重要的,目前提出的4种基本重采样算法包括残差重采样、分层重采样、系统重采样和多项式重采样<sup>[7,8]</sup>。尽管这些重采样方法能够在一定程度上解决样本退化,但不可避免地增加了计算复杂度和重采样方差。为此,部分分层重采样被提出<sup>[9]</sup>。其优点在于执行快、时间短,缺点在于重采样后样本权重不一致。

结合上述分析,提出了一种基于多样性向导的自适应重

到稿日期:2011-08-05 返修日期:2011-11-05 本文受河南省高校科技创新人才支持计划(2009HASTIT021),河南省高等学校青年骨干教师资助计划(2010GGJS-059),河南理工大学青年骨干教师基金资助。

于金霞(1974-),女,博士,副教授,主要研究方向为人工智能、机器学习, E-mail: melissa2002@163.com; 汤永利(1972-),男,博士,副教授,主要研究方向为信息安全、信息融合等; 许景民(1986-),男,硕士生,主要研究方向为目标跟踪、图像处理。

采样粒子滤波。首先回顾了基本粒子滤波算法;接着介绍本文所提算法,在有效样本大小和种群多样性因子的分析基础上自适应调整重采样阈值,并结合权重优化思想改进部分分层重采样算法。最后通过单机目标跟踪的仿真实验,验证了所提粒子滤波算法的性能和有效性。

## 2 一般粒子滤波算法

粒子滤波是贝叶斯滤波的变种,它采用  $N_p$  个随机加权的样本集合  $\{x_t^i, w_t^i\}_{i=1, \dots, N_p}$  来近似表征后验概率密度函数  $p(x_t | z_{1:t}) = \sum_{i=1}^{N_p} w_t^i \delta(x_t - x_t^i)$ 。一般的粒子滤波如算法 1 所示。

### 算法 1 一般粒子滤波算法

步骤 1 初始化,粒子样本数目  $i=1, \dots, N_p$ , 时间步长  $t=1, \dots, T$ , 等。

对于每个时间步  $t$ , 执行步骤 2—步骤 5。

步骤 2 重要性采样及权重更新:

对于粒子样本数目  $i=1, \dots, N_p$ , 执行

(1) 重要性采样: 从建议分布 (状态转移建议分布)  $q(x_t^i | x_{t-1}^i, u_{t-1})$  采样样本  $x_t^i$ 。

(2) 权重更新: 对于每个粒子样本  $x_t^i (i=1, \dots, N_p)$ , 分配相应的权重  $w_t^i \propto w_{t-1}^i \frac{p(z_t | x_t^i, u_t) p(x_t^i | x_{t-1}^i, u_t)}{q(x_t^i | x_{t-1}^i, u_t)}$ 。

步骤 3 权重归一化:

(1) 计算权重和:  $\sum_{i=1}^{N_p} w_t^i$ 。

(2) 权重归一化: 对每个粒子样本  $x_t^i (i=1, \dots, N_p)$  的相应权重计算, 执行  $\tilde{w}_t^i \propto w_t^i / \sum_{i=1}^{N_p} w_t^i$ 。

步骤 4 重采样:

(1) 重采样 (残差重采样算法): 从当前样本集合, 依据粒子样本  $x_t^i$  的对应概率权重重采样  $\tilde{w}_t^i$  重新采样  $N_p$  个粒子, 并用新的样本集合  $\tilde{x}_t^i$  取代当前样本集合  $x_t^i$ 。

(2) 重新分配权重: 对于每个粒子样本  $x_t^i (i=1, \dots, N_p)$ , 分配相应的权重  $w_t^i = \tilde{w}_t^i = 1/N_p$ 。

步骤 5 状态预测:

(1) 状态预测: 依据状态方程进行状态预测  $\hat{x}_t = \sum_{i=1}^{N_p} w_t^i \tilde{x}_t^i$ 。

使时间步长  $t=t+1$ , 取代原来的粒子样本及其权重, 转向步骤 2 继续执行。

## 3 基于多样性向导的自适应重采样粒子滤波算法

### 3.1 基于多样性向导自适应调整重采样阈值 (AMPF)

对于算法 1 中步骤 4 的重采样, 频繁或过少进行重采样均会出现负面效应。为此, Doucet 基于有效样本大小 (Effective Sample Size, ESS) 提出重采样自适应技术, 用来确保有合适的重采样次数<sup>[2]</sup>。其中, 有效样本大小 ESS 是用来评定粒子滤波算法的样本多样性测度, 表示当前样本集中近似后验的好坏<sup>[4]</sup>。但是, 由于真实权重很难评估, 实践中通常采用

ESS 的估计值  $\hat{N}_{eff}$  来评估当前样本集。

$$\hat{N}_{eff} = \frac{1}{\sum_{i=1}^{N_p} (w_t^{(i)})^2} \quad (1)$$

式中,  $w_t^{(i)}$  代表第  $i$  个样本的标准化权重。

Doucet 提出的自适应重采样的主要思想是将 ESS 的估计值  $\hat{N}_{eff}$  和固定阈值  $N_{thres}$  进行比较, 如果小于固定阈值, 说明样本权重退化程度比较大, 则执行重采样, 否则不执行。该算法也存在不足之处,  $\hat{N}_{eff}$  由于是近似值, 不能准确地反映所需 ESS 的个数, 而且该方法是通过阈值比较来决定重采样时间, 阈值的选择对算法有很大影响, 为此, 这里将遗传算法中的多样性测度即种群多样性因子 (Population Diversity Factor, PDF) 引入到粒子滤波样本集多样性评估<sup>[5,6]</sup>。种群多样性因子定义为:

$$S = k(w_{max} - w_{av}) / w_{av} \quad (2)$$

式中,  $w_{max}$  代表样本权重的最大值,  $w_{av}$  代表样本较高权重前 50% 的平均值,  $k$  代表尺度因子 (在 3~6 之间取值)。

如前所述, 基于有效样本大小的自适应重采样<sup>[2]</sup>, 在有效样本大小  $\hat{N}_{eff}$  低于预设的阈值  $N_{thres}$  (一般  $N_{thres} = N_p/2$ ) 时执行重采样。这里, 改进基于有效样本大小的自适应重采样, 借助种群多样性因子自适应地调整有效样本大小的阈值, 即在  $\hat{N}_{eff}$  和  $P_s N_{thres}$  满足一定条件时执行重采样,  $P_s$  为调整因子。

基于种群多样性因子自适应地调整有效样本大小阈值的方法描述如下。首先, 初始化有效样本大小的阈值  $N_{thres} = 0.5 N_p$ , 即调整因子  $P_s = 0.5$ 。对于更新阶段获得的观测数据, 有效样本大小和种群多样性因子被分别计算, 其对应关系见文献<sup>[10]</sup>。当  $\hat{N}_{eff} > P_s N_{thres}$  时, 如果  $S < S_{thres1}$ , 即样本集的多样性比较好不需要执行重采样, 同时增大调整因子  $P_s$ , 这样可以降低计算代价; 如果  $S > S_{thres1}$ , 执行重采样, 不需要改变有效样本大小阈值。当  $\hat{N}_{eff} < P_s N_{thres}$  时, 如果  $S < S_{thres2}$  则执行重采样, 不需改变  $P_s$ ; 如果  $S > S_{thres2}$  并且  $P_s > 0.5$ , 降低  $P_s$  可使样本集获得更好的多样性; 如果  $S > S_{thres2}$  并且  $P_s = 0.5$ , 此时样本集多样性较差, 在重采样后增加粒子变异步骤。粒子变异如式 (3) 所示。

$$x_t^{mutation, i} = f(x_{t-1}^{(i)}, u_{t-1}) + p_m N(0, (\sigma_t^i)^2) \quad (3)$$

式中,  $P_m$  代表变异因子,  $\sigma_t^i$  代表过程噪声  $u_{t-1}$  的标准偏差。  $P_m$  通过非归一化的样本权重计算获得<sup>[6]</sup>, 即  $p_m = c_x (1 - \eta_p w_t^i)$ , 其中  $\eta_p = \sum_{i=1}^{N_p} w_t^i$  代表归一化因子;  $c_x$  代表相对因子, 一般通过实验预先设置。

### 3.2 改进的部分分层重采样算法 (简称 oPSR)

部分分层重采样 (Partial Stratified Resampling, PSR) 中<sup>[9]</sup>, 样本按照权重门限值  $T_h, T_l$  被分割成两部分, 一部分是权重适中的粒子, 权重适中的样本被认为是稳健的, 不需要执行重采样; 另一部分是权重较大和较小的部分, 重采样只在权重较大和较小的样本中执行。PSR 算法的权重计算如式 (4) 所示。

$$\tilde{w}_t^{(j)} = \begin{cases} 1/S_M, & \text{当 } w_t^{(j)} > T_h \text{ 或者 } w_t^{(j)} < T_l \\ w_t^{(j)2}, & \text{否则} \end{cases} \quad (4)$$

式中,  $S_M = \sum_{i=1}^{N_h + N_l} w_t^i$ 。

PSR 算法的优点之一是重采样的时间加快,计算复杂度降低,因为只有少数样本参加重采样;优点之二是通过控制权重的门限值来增加样本的多样性,减少样本退化。缺点在于重采样后的样本权重不一致,沿用上一时刻的权重作为重采样后新样本的权重,会导致权重计算的累积误差。这里基于权重优化的思想<sup>[11]</sup>,对 PSR 重采样前权重计算的方法进行改进。假设权重较大和较小的部分样本集合在重采样前为  $\{x_i^j, w_i^j\}$ , 其中  $i=1, \dots, N_h + N_l$ , 样本集合的权重均值为  $\bar{w}$ , 则权重优化的组合如式(5)所示。

$$\bar{w}_i = \frac{S_{th}}{N_h + N_l}; \psi_i^j = \frac{K-1}{K} w_i^j + \frac{1}{K} \bar{w} \quad (5)$$

接下来,对这些部分样本执行系统重采样,重采样后部分样本的权重计算如式(6)所示。

$$\zeta_i^j = 1/S_{th} \quad (6)$$

式中,比例系数  $K > 1$ , 新的权重较大和较小的部分样本集合为  $\{x_i^j, \zeta_i^j\}$ ,  $i=1, \dots, N_h + N_l$ 。

在执行 PSR 重采样后,整个样本集合的权重不再采用式(4)的方法计算,而是对于重新采样后权重较大和较小的部分样本,以及权重适中的样本统一采用归一化方法计算权重。

经过权重优化组合,权重偏小的样本得到了提高,在对新的样本集合  $\{x_i^j, \zeta_i^j\}$ ,  $i=1, \dots, N_h + N_l$  进行重采样过程中,更多的样本将被复制。由于权重优化组合没有改变权重系数的比例关系,因此概率密度分布在重采样前后是近似的。此外,对于权重适中的样本不再沿用上一时刻的权重作为重采样后新样本的权重,而是与经过重采样后的新样本统一归一化计算权重,使样本权重保持一致。

## 4 实验与分析

为了评估所提改进策略的有效性,使用 matlab7.0 进行仿真,仿真实验执行的硬件处理器为 Intel(R) Core(TM)2 Duo CPU, 2.6Ghz, 内存 4G, 操作系统为 Windows XP Professional SP3。对固定观测点的单机动目标跟踪的仿真程序进行测试,跟踪采用恒速运动模型,状态方程为

$$X(t) = \begin{bmatrix} 1 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} X(t-1) + \begin{bmatrix} 0.5T^2 & 0 \\ T & 0 \\ 0 & 0.5T^2 \\ 0 & T \end{bmatrix} m(t-1) \quad (7)$$

式中,状态  $X(t) = [x(t) \quad v_x(t) \quad y(t) \quad v_y(t)]^T$  的各参数分别表示目标在时刻  $t$  的  $x$  坐标、 $x$  方向的速度、 $y$  坐标和  $y$  方向的速度,  $T$  为采样时间间隔,  $m(t)$  为服从高斯分布的白噪声。

测量方程为

$$Z(t) = \arctan(x(t)/y(t)) + n(t) \quad (8)$$

式中,  $Z(t)$  为观测到的目标在极坐标上的航向角;  $n(t)$  为服从高斯分布的白噪声。实验中采用的参数为:样本数目  $N_p$  为 1000, 采样时间间隔  $T=1$ 。

### 4.1 基于多样性向导自适应调整重采样阈值的算法评估

为验证所提方法的有效性,采用不同算法进行比较,分别

是所提 AMPF(3.1 节描述)、一般 PF(算法 1 描述)及 pdfPF(仅仅使用种群多样性因子 PDF 来自适应调整重采样的阈值,即 AMPF 不执行重采样后的样本变异)。实验中重采样为残差重采样 RR, 相关参数:初始  $P_s$  为 0.5,  $S_{thres1}$  为 0.02,  $S_{thres2}$  为 0.05,  $c_x$  为 8。基于上述 3 种不同算法,实验中平均有效样本大小分别是 702、504、668, 平均种群多样性因子分别是 2.29、6.14、3.09。这也证实了原来实验的结论,即有效样本越大或种群多样性因子越小,样本的多样性就越好。此外,基于 3 种不同算法的目标跟踪的距离误差曲线( $y$  轴)如图 1 所示,从中可看出 AMPF 的误差最小。

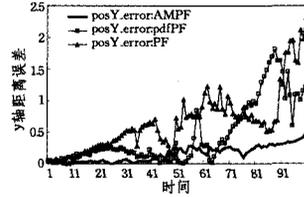


图 1 基于多样性向导自适应调整重采样阈值算法的距离误差

### 4.2 改进的部分分层重采样的性能评估

采用常用的残差重采样(RR)、部分分层重采样(PSR)和改进的部分分层重采样(oPSR)的粒子滤波算法进行目标跟踪,建议分别采用状态转移函数对上述算法性能进行评估。依据文献[9],权重划分的高阈值  $T_h$  取值范围为  $\{2/N_p, 5/N_p, 10/N_p\}$ , 低阈值  $T_l$  取值范围为  $\{1/2N_p, 1/5N_p, 1/10N_p\}$ 。权重优化中的优化因子  $K$  取值为 3, 时间步长为 50。实验结果如表 1 所列,从表 1 可以看出,所提的改进部分分层重采样在跟踪性能上优于部分重采样算法,在时间代价上优于残差和部分重采样算法。

表 1 不同阈值范围的重采样算法的追踪性能比较

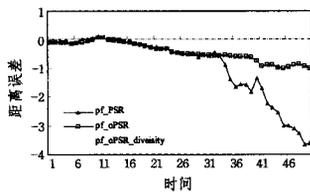
重采样算法	时间(s)	均方根误差		
		距离(m)	角度(rad)	
Th=2/N <sub>p</sub> , Tl=1/2N <sub>p</sub>	RR	0.12500	1.32496	0.00784
	PSR	0.10938	2.27573	0.01588
	oPSR	0.06250	0.82809	0.00796
Th=5/N <sub>p</sub> , Tl=1/5N <sub>p</sub>	RR	0.10938	0.47002	0.00752
	PSR	0.07812	0.82417	0.01841
	oPSR	0.06250	0.29703	0.00934
Th=10/N <sub>p</sub> , Tl=1/10N <sub>p</sub>	RR	0.09375	0.57154	0.00766
	PSR	0.07812	2.03274	0.01120
	oPSR	0.06250	0.77833	0.00804

### 4.3 所提算法总体性能评估

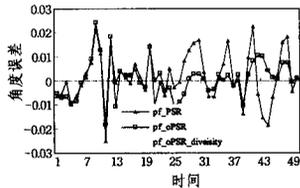
基于上面的实验参数,部分重采样算法权重划分的高阈值  $T_h$  取值为  $2/N_p$ , 低阈值  $T_l$  取值范围为  $1/2N_p$ , 时间步长为 50, 基于不同算法对所提算法的性能进行评估。算法包括基于部分重采样算法的粒子滤波(PSR)、基于部分重采样算法和权重优化思想的粒子滤波(oPSR)、基于多样性向导自适应调整重采样阈值 AMPF 的 oPSR 粒子滤波(oPSRdiversity)。3 种不同算法的位置误差包括距离和角度误差的比较曲线如图 2 所示,算法的总体性能比较如表 2 所列,从中可以看出所提的基于多样性向导自适应调整重采样阈值 AMPF 的 oPSR 粒子滤波(oPSRdiversity), 尽管时间代价略有增加,但却具有相对好的跟踪性能。

表2 所提算法的性能比较

粒子滤波算法 ( $Th=2/Np, Tl=1/2Np$ )	时间 (s)	均方根误差	
		距离 (m)	角度 (rad)
Based on PSR	0.04687	1.44059	0.01041
Based on oPSR	0.06250	0.54157	0.00773
Based on oPSRdiversity	0.07812	0.21341	0.00704



(a) 距离误差



(b) 角度误差

图2 所提算法的位置/角度误差

**结束语** 重采样在基于 SIS 的粒子滤波中起着重要的作用。如果样本权重分布不均,那么在动态系统中传递较小权重的样本就是浪费计算资源;当样本权重发生偏斜,重采样就可提供选择重要样本及复原采样器的途径,但重采样不仅引入额外的蒙特卡罗误差,而且可导致样本的多样性丧失以致样本耗尽。此外,频繁执行重采样会导致样本衰竭,而过少执行重采样会导致滤波发散。因而,什么时候执行重采样以及如何执行重采样是粒子滤波的重要研究内容。通过对现有粒子滤波算法的不足进行分析,本文提出了一种基于多样性向导的自适应重采样粒子滤波。该算法共包括两个方面:其一基于多样性向导自适应调整重采样阈值。在对 Doucet 提出的基于有效样本大小的自适应重采样研究之上,借助种群多样性因子来自适应地调整有效样本大小的阈值。在两种多样性测度测定的样本多样性极差的情况下,在重采样之后引入了样本变异操作用来确保样本的多样性。其二提出了一种改进的部分分层重采样算法。该算法的优点在于执行快、时间短,

缺点在于重采样后的样本权重不一致,这里结合权重优化的思想改进 PSR 重采样的样本权重计算。通过仿真实验,所提粒子滤波算法的性能和有效性均得以验证。

参考文献

[1] Gordon N J, Salmond D J, Smith A F M. Novel approach to non-linear/non-Gaussian Bayesian state estimation[J]. IEE Proceedings on Radar and Signal Processing, 1993, 140(2): 107-113

[2] Doucet A, Godsill S J, Andrieu C. On sequential Monte Carlo sampling methods for Bayesian filtering[J]. Statistics and Computing, 2000, 10(3): 197-208

[3] Arulampalam M S, Maskell S, Gordon N, et al. A tutorial on particle filters for online nonlinear/non-Gaussian Bayesian tracking[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(20): 174-188

[4] Liu J S. Metropolisized independent sampling with comparisons to rejection sampling and importance sampling[J]. Statistics and Computing, 1996, 6(1): 113-119

[5] 杨振强, 王常虹, 庄显义. 自适应复制、交叉和突变的遗传算法[J]. 电子与信息学报, 2000, 22(1): 112-117

[6] 段琢华. 基于自适应粒子滤波器的移动机器人故障诊断理论与方法研究[D]. 长沙: 中南大学信息科学与工程学院, 2007

[7] Douc R, Cappé O, Moulines E. Comparison of resampling schemes for particle filtering[C]// Proceedings of Image and Signal Processing and Analysis. Zagreb: IEEE Press, 2005: 64-69

[8] 于金霞, 蔡自兴, 段琢华. 基于粒子滤波的移动机器人定位关键技术研究综述[J]. 计算机应用研究, 2007, 24(11): 9-14

[9] Bolic M, Djuric P, Hong Sang-jin. New resampling algorithms for particle filters[C]// Proceedings of the 2003 International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. HongKong: IEEE Press, 2003: 589-592

[10] Yu Jin-xia, Tang Yong-li, Liu Wen-jing. Research on diversity measure in particle filter[C]// Proceedings of the International Conference on Intelligence Computation Technology and Automation. Changsha: IEEE Press, 2010: 1146-1149

[11] 谏剑, 严平, 张静远. 权值优化组合粒子滤波算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2009, 45(24): 33-35, 39

(上接第 225 页)

参考文献

[1] Johnson D, Perkins C. Mobility Support in IPv6[S]. RFC 3775. Arkko J, 2004

[2] 李斌, 李文峰. WSN 与 RFID 技术的融合研究[J]. 计算机应用, 2008, 34(9): 127-129

[3] ZigBee Specification 2007[S]. ZigBee Standards Organization

[4] 刘克恒. 结合 GPRS/GSM 技术的 WSN 组网策略[J]. 计算机工程与设计, 2010, 31(17): 3785-3789

[5] 王鸿磊. 基于 WSN 和 GPRS 的嵌入式远程监测系统的设计[J]. 通信与信息处理, 2010, 29(3): 44-48

[6] 马小强. 基于 ZigBee 和 GPRS 的管道监测网络设计[J]. 计算机工程, 2010, 36(5): 128-132

[7] Samsung Semiconductor. S3C2440 32-Bit RISC Microprocessor [M]. Samsung, 2007

[8] Texas Instruments. CC253x System-on-Chip Solution for 2.4 GHz IEEE 802.15.4 and ZigBee Applications[S]. Texas Instruments, 2009

[9] 董婷. 传感器网络中基于层次分析法的自适应路由算法[J]. 计算机工程, 2007, 33(18): 139-143

[10] IEEE802.15.4, Part15.4: Wireless Medium Access Control (MAC) and Physical Layer (PHY) Specifications for Low-Rate Wireless Personal Area Networks (LR-WPANs)