

针对设备差异性问题的增量式室内定位方法

夏俊 刘军发 蒋鑫龙 陈益强

(中国科学院大学 北京 100049)

(中国科学院计算技术研究所泛在计算系统研究中心 北京 100190)

(北京市移动计算与新型终端重点实验室 北京 100190)

摘要 随着 WLAN 的普及,基于 RSS(Received Signal Strength)的室内定位方法逐渐成为研究与应用的热点。其中,基于指纹的定位方法已成为主流,此类方法的特点之一在于要求离线训练数据与在线测试数据满足独立同分布,然而,在实际环境中,现有的指纹定位方法或系统存在以下 3 个问题:1)不同终端设备的无线通讯硬件存在差异性,训练数据和测试数据的采集设备之间的差异性将严重影响定位精度;2)环境中的无线信号呈现高动态性,采集的数据存在显著的时效性,因此由训练数据得到的模型的定位性能将随着时间的推移不断下降;3)传统增量式定位模型需要大量的标定数据,不具有实际可用性。为解决以上问题,提出了一种针对设备差异性问题的增量式室内定位方法,利用终端在持续定位服务中采集的无标记数据来实时更新定位模型。实验表明,在实际蓝牙定位数据集上,相比于传统的定位模型方法,所提方法的整体定位精度更高,误差距离为 3~5 m 时,其优势更为明显;同时,该方法具有时效优势,能够长时间保持有效定位。

关键词 室内定位,设备差异性,增量学习,极速学习机,物联网

中图分类号 TP311 文献标识码 A DOI 10.11896/j.issn.1002-137X.2018.10.014

Incremental Indoor Localization for Device Diversity Issues

XIA Jun LIU Jun-fa JIANG Xin-long CHEN Yi-qiang

(University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

(Research Center for Ubiquitous Computing Systems, Institute of Computing Technology, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China)

(Beijing Key Laboratory of Mobile Computing and Pervasive Device, Beijing 100190, China)

Abstract With the rapid development of Wireless Local Area Network(WLAN), the Received Signal Strength(RSS) based indoor localization becomes a hot area in research and application fields. Among various kinds of up-to-date indoor localization methods, fingerprint based methods are most widely used because of its good performance, and one feature of those methods is that the accuracy is determined by the identification of the training and the testing dataset. However, in practical applications, there are three problems in existing fingerprint based methods or system. Firstly, the localization error caused by device variance is a severe problem. Secondly, the wireless data are changing as the time passed, leading to the reduction of the prediction accuracy. Thirdly, traditional fingerprint based methods or system cannot avoid the dependency on a large amount of labeled data to keep effective positioning performance, which usually involves high cost in labor and time. To solve these problems, this paper proposed a incremental indoor localization method for device diversity issues, which keeps real-time update by training uncalibrated data that collected in localization. Experimental results show that the proposed method can increase the precision of overall indoor localization system, especially when error distance is between 3 and 5 meters. What's more, this method possesses good advantage of timeliness compared with traditional indoor localization method on real BLE dataset.

Keywords Indoor localization, Device diversity, Incremental learning, Extreme learning machine, Internet of things

到稿日期:2018-03-03 返修日期:2018-06-25 本文受国家自然科学基金面上项目:面向可穿戴用户行为识别的增量学习方法研究(61572471),国家自然科学基金面上项目:融合多元传播模型和指纹模型的免标定室内定位方法研究(61472399),国家自然科学基金面上项目:递归深度神经网络的多极限环神经动力学模型及方法研究(61572004),广东省科技计划项目:面向健康监护的新型智能贴片关键技术研发及产业化(2015B010105001)资助。

夏俊(1993-),男,硕士生,主要研究方向为机器学习、室内定位、行为识别等,E-mail:xiajun15@mails.ucas.ac.cn;刘军发(1973-),男,博士,副研究员,硕士生导师,主要研究方向为普适计算、虚拟现实、数据挖掘等,E-mail:liujunfa@ict.ac.cn(通信作者);蒋鑫龙(1989-),男,博士生,主要研究方向为室内定位、可穿戴计算等,E-mail:jiangxinlong@ict.ac.cn;陈益强(1973-),男,博士,研究员,博士生导师,主要研究方向为普适计算、人工智能、人机交互等,E-mail:yqchen@ict.ac.cn.

近年来,物联网(Internet of Things, IoT)的发展越来越迅猛,定位技术作为物联网的关键技术之一,受到了研究人员的广泛关注。一些成熟的定位系统,如GPS定位系统、北斗卫星定位系统等,已实现了覆盖范围大、精度高的室外定位^[1]。然而,受建筑物屏蔽以及室内复杂环境的影响,GPS信号无法进行有效的室内定位。由此,许多室内定位技术不断涌现^[2],如基于低功耗蓝牙等短距离无线信号的室内定位技术^[3]、基于运动传感器^[4]或低功耗蓝牙技术与运动传感器两者相结合的室内定位技术^[5]等,其中基于指纹定位的算法已成为研究的主流^[6-7]。然而,现有指纹定位算法依然存在3个关键问题:终端设备硬件差异性、训练样本集标定问题及模型时效性问题。针对这些问题,本文提出一种针对设备差异性问题的增量式室内定位算法,利用实时采集的无标定数据对终端上已训练好的定位模型进行更新。

本文第1节介绍室内定位领域的相关工作;第2节介绍基于极速学习机的机器学习算法;第3节介绍本文提出的针对设备差异性问题的增量式室内定位算法;第4节从实验角度来验证本文算法的有效性;最后总结全文,并对未来工作进行展望。

1 相关工作

目前,主流的基于无线信号的室内定位算法主要分为基于测距和非测距两大类。其中,基于测距的算法主要包括时间到达法(Time Of Arrival, TOA)、时间到达差法(Time Difference Of Arrival, TDOA)、信号强度测距法(Received Signal Strengths Indicator, RSSI)、到达角度差法(Angle Of Arrival, AOA)等^[8-9]。这几种方法需要建立信号传播模型,并对其中的参数进行估计,但是复杂的室内环境导致信号的多径传播会产生反射和折射,模型参数难以确定。为此,Hoene等^[10]提出了基于往返时延RTT(Round-Trip Time)的方法来优化TOA的性能。然而,在此类方法中,依旧存在定位延迟较大和可扩展性不足的问题^[11-12];同时,在实际环境中难以获得AP在空间中的准确坐标信息。针对这个问题,Sathyan等^[13]提出了一种基于TOA的无线传感器网络定位系统,其室内定位精度达0.5m,但该系统需要部署特殊的硬件,成本高,适用性不强。基于非测距的算法主要是指位置指纹算法^[14],该方法包括离线训练阶段和在线预测阶段,如图1所示。

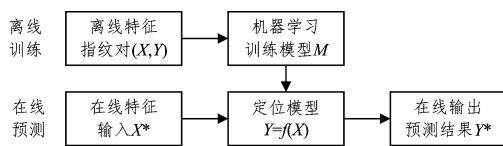


图1 位置指纹算法的框架

Fig. 1 Framework of fingerprint model localization method

离线训练阶段首先需要在所选定位区域建立RSSI指纹数据库,然后利用机器学习的方法挖掘出信号量 X 与真实物理位置 Y 之间的映射关系 $Y=f(X)$;在线预测阶段将在线采集的无线信号量 X^* 输入到映射关系中,从而得到设备当前所在位置 Y^* 。已有的研究通过不同的方法来提升模型的精

度。He等^[15]提出最小化终端到各AP信号等值线距离的方法,该方法结合指纹定位法和三角测量法进行定位,有效提升了定位精度。Sjoberg等^[16]结合支持向量机(Support Vector Machine, SVM)和计算机视觉技术,取得了良好的定位效果。Wu等^[17]引入信道状态信息(Channel State Information, CSI)作为稳定参数来丰富定位特征,取得了较好的定位效果。Sen等^[18]通过细粒度的SCI特征实现了波长级别的定位效果,同时降低了系统功耗。

相比于测距算法,基于非测距的位置指纹算法具有以下优势:1)无需知道AP的空间位置;2)无需使用信号传播模型公式;3)固定物件的遮挡与信号的折射和反射不会对定位结果产生不利的影响。此类方法的定位模型的预测精度十分依赖于离线训练数据与在线测试数据是否满足同一个模型分布。然而,在实际环境中,一方面,室内的短距离无线信号如蓝牙信号、WiFi信号等具有高动态性,室内环境的固件变化、人流、温湿度、时间等因素的变化都会使同一位置接收到的RSSI发生明显的变化,导致由离线数据训练的模型难以适用于最新的在线测试数据。对此,Fang等^[19]通过主成分分析(Principal Component Analysis, PCA)来提取无线信号中最主要的成分,将其作为特征以训练定位模型,最终使平均定位误差降低了33.75%。Zheng等^[20]通过迁移学习处理静态Radio Map在不同时间段的适用性,提出了基于迁移的隐马尔科夫模型来动态调整Radio Map。Sun等^[21]将源数据和部分标定数据进行结合,并通过流形对齐(Manifold Alignment)来处理时间和设备上的差异,同时保证了数据的精度。针对信号的高动态性问题,上述学习预测模型考虑了时间维度,但并未对环境中无线信号发生结构性的变异情况给予处理。另一方面,不同终端设备的无线通讯硬件模块的质量参差不齐,同一位置、同一时刻接收的RSSI各不相同,使得将某一品牌终端设备训练出的模型应用在其他品牌终端设备时会出现较大的定位偏差。图2显示了各品牌终端扫描蓝牙信号的正态分布,不同均值显示了不同品牌终端扫描的性能差异,而不同方差则反映了不同品牌终端的稳定性差异。

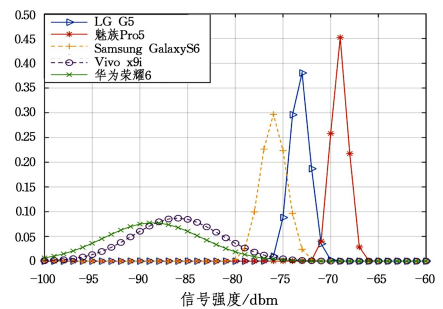


图2 不同终端在同一地点和同一时段采集的信号变化情况

Fig. 2 Changes of RSSI collected by different terminals at same place and same time

针对这个问题,学者们已展开了很多相关工作。Haebleren等^[22]通过分析得出不同硬件设备获取的信号强度之间存在线性关系,并基于此提出手动标定、准自动标定和自动标定的方法来处理设备的差异性。Kjaergaard等^[23]提出免标定的

双曲线指纹定位方法来消去线性变换中斜率项的影响,使定位精度得到一定提升。Gu 等^[24]利用特征融合的方式同时消除线性变换中截距和斜率的影响,使定位精度提升了 10%~20%。Tsui 等^[25]在传统的离线训练和在线定位阶段增加了一个在线调整阶段,以解决设备间的信号差异性。上述方法主要通过提取设备无关性的特征来解决设备差异性问题,较为简便,但是它们还存在一些不足。传统的设备差异性处理方法没有与模型的时效性解决方案结合,不具有时效性,随着时间的推移,模型的精度将不断下降。

本文在已有的指纹定位算法的基础上,提出一种针对设备差异性问题的增量式学习模型。相比于已有工作,本文在增量方法中使用实时接收的无标定数据进行模型的在线更新,大大减少了标定工作量;同时,使得模型在不断更新中越来越适配于终端,有效避免了设备的差异性问题,从而不断提高定位精度。

为了实现基于无标定数据的增量式学习,本文先引入极速学习机(Extreme Learning Machine, ELM)模型、扩展的半监督极速学习机(Semi-supervised ELM, SS-ELM)及增量式极速学习机(Online Sequential ELM, OS-ELM)模型。然后,针对设备差异性问题,提出了半监督增量学习算法(Semi-supervised Online Sequential ELM, SOS-ELM)。

2 极速学习机模型

2.1 极速学习机

极速学习机是由 Huang 等^[26-28]提出的一种快速、高效的机器学习方法。ELM 属于神经网络的范畴,是一种前向单隐层神经网络(Single Hidden Layer Feed-forward Neural Network, SLFN),具有训练时间短、网络结构简单等特点(见图 3)。对于一个输入向量 $x \in R^n$ 和具有 L 个隐层节点的 SLFN,其输出形式定义为:

$$f_L(x) = \sum_{i=1}^L \beta_i G(a_i, b_i, x), a_i \in R^L, b_i \in R, \beta_i \in R^m \quad (1)$$

其中, $a_i = [a_{i1}, a_{i2}, \dots, a_{im}]^T$ 表示输入节点与第 i 个隐层节点的权值, b_i 表示第 i 个隐层节点的偏置参数, $G(a_i, b_i, x)$ 表示第 i 个隐层节点的输出, $\beta = [\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{m1}]^T$ 表示连接第 i 个隐层节点与输出节点的权值。

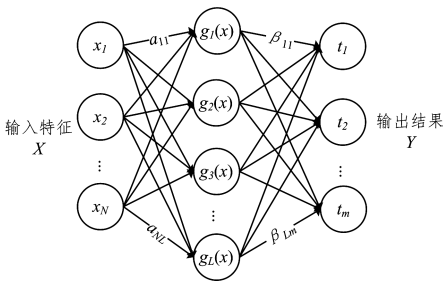


图 3 单隐层前馈网络 SLFN 的结构

Fig. 3 Structure of SLFN

选取隐层节点的激活函数(Activation Function)为 $g(x)$, 则:

$$G(a_i, b_i, x) = g(a_i \cdot x + b_i), a_i \in R^n, b_i \in R \quad (2)$$

对于输入的 N 个训练样本数据集 $\{(x_j, t_j) | j = 1, 2, \dots,$

$N\}, x_j = [x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jn}]^T$, 其中, $x_j \in R^n$ 代表输入的信号特征向量, $t_j \in R^m$ 代表样本点对应的物理坐标, 则有:

$$G(a_i, b_i, x_j) = g(a_i \cdot x_j + b_i), a_i \in R^n, b_i \in R, j = 1, 2, \dots, N \quad (3)$$

综上,用矩阵表示 SLFN 的各分量为:

$$H = \begin{Bmatrix} G(a_1, b_1, x_1) & \cdots & G(a_L, b_L, x_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ G(a_1, b_1, x_N) & \cdots & G(a_L, b_L, x_N) \end{Bmatrix}_{N \times L} \quad (4)$$

$$\beta = \begin{Bmatrix} \beta_{11}^T \\ \vdots \\ \beta_{L1}^T \end{Bmatrix}_{L \times m}, T = \begin{Bmatrix} t_1^T \\ \vdots \\ t_N^T \end{Bmatrix}_{N \times m}$$

根据式(1),可得:

$$H\beta = T \quad (5)$$

式(5)表示构建的 SLFN 将以零误差训练模型参数。

根据文献[29],参数 a_i, b_i 无需在训练过程中调整,只需在初始阶段随机赋值。因此, H 和 T 已知,故 β 为待求解参数。上述方程可被视为一个线性系统,可通过求解该系统的最小均方误差来实现,即等价于求解式(6):

$$\arg \min_{\beta} (\| H\beta - T \|) \quad (6)$$

求解得:

$$\beta = H^\dagger T = (H^T H)^{-1} H^T T \quad (7)$$

其中, H^\dagger 是 H 的广义逆矩阵。

2.2 半监督极速学习机

SS-ELM 是一种基于 ELM 的扩展方法,它结合标定样本和未标定样本进行训练来提升模型的预测效果,其主要目标是通过发掘无标记样本的信息来消除标记样本不足带来的影响。为了使 SS-ELM 取得比 ELM 更好的预测精度,同时避免过拟合,提高泛化能力,根据结构风险最小化理论,模型需要在经验风险和学习函数 f 的复杂度之间进行平衡。本文引入图的拉普拉斯(Laplacian)算子^[30]做流性约束,文献[31]中使用图的平滑度函数 $S(f)$ 来表示模型的复杂性,定义为:

$$S(f) = \sum_{i,j} W_{ij} (f_i - f_j)^2 = f^T L_a f \quad (8)$$

其中, L_a 代表图的拉普拉斯算子。根据文献[32],有:

$$L_a = D - W, D_{ii} = \sum_{j=1}^{l+u} W_{ij}, W_{ij} = e^{-|x_i - x_j|^2 / 2\sigma^2} \quad (9)$$

为了均衡经验风险和学习函数的复杂度,模型引入损失函数,损失函数可表示:

$$\arg \min_f \frac{1}{2} (\| f - T \|^2 + \lambda f^T L_a f) \quad (10)$$

为计算简便,令 $J = \text{diag}(1, 1, \dots, 0, 0)$, 1 的个数为标定数据量 l , 0 的个数为未标定数据量 u 。由 $H\beta = f$ 可得:

$$\arg \min_{\beta} l(\beta) = \arg \min_{\beta} l \frac{1}{2} (\| JH\beta - T \|^2 + \lambda (H\beta)^T L_a H\beta) \quad (11)$$

对 β 求导,即 $\frac{\partial l}{\partial \beta} = 0$, 可得最优解为:

$$\beta = (H^T JH + \lambda H^T L_a H)^{-1} H^T J T \quad (12)$$

式(10)和式(12)中, λ 被置为 0, 意味着非标定样本数据被忽略,则 β 退化为式(7)的结果。

2.3 增量式极速学习机

增量式学习方法采用最新到达的数据对预测模型进行更新,能更好地体现预测模型的结构调整。为了获得增量式实时学习效果,可以将新增加的训练数据 X^* 与旧的训练样本组合成一个新的训练集,然后重新按照位置指纹算法的训练过程获得模型。这种做法的问题在于,对旧数据重复计算将造成模型的时空复杂度不断增加,从而使得模型的实用性较低。为此,文献[33]提出了一种增量式 ELM 学习方法,即用新数据 X^* 贡献的 $\Delta\beta$ 去修正已有的训练模型参数 β_0 ,从而获取新的模型参数 β^* ,如式(13)所示:

$$\beta^* = \beta_0 + \Delta\beta(X^*) \quad (13)$$

具体而言,根据式(7),假设现有学习系统的 $\beta_0 = K_0^{-1} H_0^T T_0$,其中 $K_0 = H_0^T H_0$ 。若新增加 N_1 个样本点数据集 $\mathfrak{N}_1 = \{(x_i, t_i)\}_{i=N_0+1}^{N_0+N_1}$,则 β 通过式(14)求解:

$$\arg \min_{\beta} \left\| \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \end{bmatrix} \beta - \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \end{bmatrix} \right\| \quad (14)$$

可得:

$$\beta_1 = K_1^{-1} \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} T_0 \\ T_1 \end{bmatrix} \quad (15)$$

其中:

$$K_1 = \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} H_0 \\ H_1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

从而, β_1 的迭代公式可表示为:

$$\beta_1 = \beta_0 + K_1^{-1} H_1^T (T_1 - H_1 \beta_0) \quad (17)$$

$$K_1 = K_0 + H_1^T H_1 \quad (18)$$

式(17)正符合式(13)的结构, β_1 的计算基于 β_0 ,不需要再重新计算所有的原始数据,从而大大减小了计算量;另外, $K_1^{-1} H_1^T (T_1 - H_1 \beta_0)$ 体现出了新增样本信息 (H_1, T_1) 对训练模型的修正。

为了使 β 的迭代式能够运用在多次更新计算中,需要将其扩展为递归式:

$$\beta_{k+1} = \beta_k + K_{k+1}^{-1} H_{k+1}^T (T_{k+1} - H_{k+1} \beta_k) \quad (19)$$

$$K_{k+1} = K_k + H_{k+1}^T H_{k+1}$$

3 针对设备差异性问题的增量式定位方法

3.1 针对设备差异性问题的增量式定位方法

上文所述的基于极速学习机的方法可完全适用于室内定位领域。对于 ELM 算法,需要事先利用手机等终端采集一批位置标定的信号数据样本集 (X, T),然后离线训练得到隐层输出权值矩阵 β ,接着在在线预测阶段,终端在待定位的位置采集信号特征数据 X^* ,利用 $T = H\beta$ 即可计算出预测的定位结果。而 SS-ELM 和 OS-ELM 分别从不同角度对 ELM 进行了优化。一方面,实际环境中,通过人工采集标定的信号数据样本集的成本很高,而未标定的信号数据却很容易获得,用户只要在定位区域内使用手机定位软件进行定位就可以同时采集到无标定的信号数据。为此,SS-ELM 充分利用了训练数据结构性平滑的特点,将无标定的数据加入到训练样本集中,丰富了训练样本集,提高了模型的精度。另一方面,由于

无线信号在时间轴上具有高动态性的特点,因此 RSSI 指纹样本库的时效性将影响模型的定位精度。为此,OS-ELM 通过新增训练样本数据持续对模型进行迭代更新,从而有效地保证了模型的时效性,提升了定位精度。然而,上面 3 种模型仍存在以下问题。

1) SS-ELM 算法没有解决模型的时效性问题,随着时间的推移,定位精度将不断下降。

2) 利用手机等终端进行定位时存在设备的差异性,而 SS-ELM 算法并没有考虑这一因素,模型训练之后,不同终端使用的是完全相同的模型,因此即使在同一位置,也会由于不同终端设备采集的无线信号数据不一致而导致定位结果存在较大的差异性,定位可信度差。

3) OS-ELM 虽然能够利用终端采集的数据更新模型,使模型逐渐适配于该终端,但这种标定的增量数据的采集成本过高,不具有实际可用性。

为了解决上述问题,本文基于上述 3 种算法提出一种半监督增量式极速学习机 (SOS-ELM)。该学习机不仅继承了 ELM 算法的优点,而且利用无标定的信号数据进行模型的迭代更新,从而解决了模型的时效性问题和数据标定问题;而且随着模型的不断更新,设备终端硬件的差异性特征将不断突出,模型将越来越适配于该终端,定位精度也将不断提高。

针对设备差异性问题的增量式室内定位方法的原理如图 4 所示。

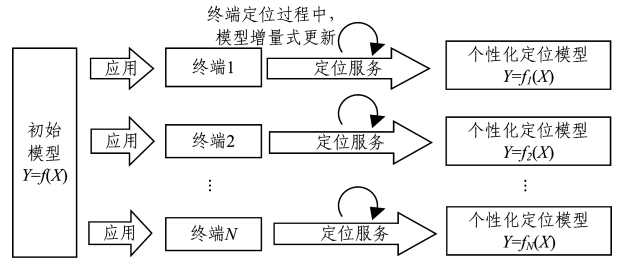


图 4 针对设备差异性问题的增量式定位方法的原理图

Fig. 4 Diagram of incremental indoor localization method for device diversity issues

3.2 半监督增量式极速学习机

本文通过修改 SS-ELM 算法,结合增量式框架提出半监督增量式极速学习机 (SOS-ELM)。

为计算方便,令 $K = (H^T J H + \lambda H^T L H)$,则式(12)转化为:

$$\beta = K^{-1} H^T J T \quad (20)$$

现假设初始训练样本集为 $\mathfrak{N}_0 = \{(x_i, t_i) \text{ or } x_i'\}_{i=1}^{N_0}$,其中包括标定样本 (x_i, t_i) 与未标定样本集 x_i' 。为了使训练误差最小化,由式(12)可得首次训练的输出权重矩阵为:

$$\beta_0 = K_0^{-1} H_0^T J_0 T_0 \quad (21)$$

其中:

$$K_0 = (H_0^T J_0 H_0 + \lambda H_0^T L_{\mathfrak{N}_0} H_0)$$

假设现得到一批新的样本数据集 $\mathfrak{N}_1 = \{(x_i, t_i) \text{ or } x_i'\}_{i=N_0+1}^{N_0+N_1}$,其中也包括标定样本和未标定样本。根据 SS-ELM,在融合旧样本和新样本的数据集时,新的输出权重矩阵可表示为:

$$\beta_1 = K_1^{-1} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} J_0 & \\ & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ T_1 \end{pmatrix} \quad (22)$$

其中:

$$K_1 = \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} J_0 & \\ & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T L_{\mathcal{N}_0 \cup \mathcal{N}_1} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix} \quad (23)$$

$$L_{\mathcal{N}_0 \cup \mathcal{N}_1} = \begin{pmatrix} L_{\mathcal{N}_0} + D_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1} & -W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1} \\ -W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}^T & L_{\mathcal{N}_1} + D_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1} \end{pmatrix} \quad (24)$$

对于式(23),由上文可知, J_0 和 J_1 是元素为0或1的对角矩阵,容易获得; T_0 和 T_1 是样本集的位置坐标矩阵,如果是未标定数据集,则位置坐标未知,为了满足矩阵运算的维度要求,需要随意填充坐标值,使得矩阵为 $(N_0 + N_1) \cdot m$ 维,由于矩阵 J 的作用,填充的坐标值并不会影响预测结果; H_0 和 H_1 也可以直接计算求解。而对于式(24),出现了融合旧样本数据和新样本数据的参数 $D_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}$, $W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}$, $W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}^T$ 。这些项要求我们需要再次计算旧样本数据,这与我们在 OS-ELM 中的分析思路相违背,从而造成时间和计算资源的浪费。对此,从式(8)出发,通过最小化均方损失函数加上平滑度惩罚来计算输出权重矩阵,因此忽略 $D_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}$, $W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}$, $W_{\mathcal{N}_0 \mathcal{N}_1}^T$ 项虽然会对最终结果产生微弱的影响,但将极大地减少计算量,此时式(24)转化为:

$$L_{\mathcal{N}_0 \cup \mathcal{N}_1} = \begin{pmatrix} L_{\mathcal{N}_0} & \\ & L_{\mathcal{N}_1} \end{pmatrix} \quad (25)$$

将式(25)代入式(23)中,求解得到 K_1 的表达式为:

$$\begin{aligned} K_1 &= \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} J_0 & \\ & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix} + \lambda \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T \\ &\quad \begin{pmatrix} L_{\mathcal{N}_0} & \\ & L_{\mathcal{N}_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix} \\ &= H_0^T J_0 H_0 + \lambda H_0^T L_{\mathcal{N}_0} H_0 + H_1^T J_1 H_1 + \lambda H_1^T L_{\mathcal{N}_1} H_1 \\ &= K_0 + H_1^T (J_1 + \lambda L_{\mathcal{N}_1}) H_1 \end{aligned} \quad (26)$$

另外,

$$\begin{aligned} \begin{pmatrix} H_0 \\ H_1 \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} J_0 & \\ & J_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_0 \\ T_1 \end{pmatrix} &= H_0^T J_0 T_0 + H_1^T J_1 T_1 \\ &= K_0 K_0^{-1} H_0^T J_0 T_0 + H_1^T J_1 T_1 \\ &= K_0 \beta_0 + H_1^T J_1 T_1 \end{aligned} \quad (27)$$

将式(26)、式(27)代入式(22),得 β_1 的迭代式为:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= K_1^{-1} (K_0 \beta_0 + H_1^T J_1 T_1) \\ &= K_1^{-1} \{ [K_1 - H_1^T (J_1 + \lambda L_{\mathcal{N}_1}) H_1] \beta_0 + H_1^T J_1 T_1 \} \\ &= \beta_0 + K_1^{-1} H_1^T [J_1 T_1 - (J_1 + \lambda L_{\mathcal{N}_1}) H_1 \beta_0] \end{aligned} \quad (28)$$

至此,我们得到了形如式(13)的基于半监督样本的增量式模型。与 OS-ELM 类似,式(28)可以扩展为递归表达式:

$$\beta_{k+1} = \beta_k + K_{k+1}^{-1} H_{k+1}^T [J_{k+1} T_{k+1} - (J_{k+1} + \lambda L_{\mathcal{N}_{k+1}}) H_{k+1} \beta_k] \quad (29)$$

$$K_{k+1} = K_k + H_{k+1}^T (J_{k+1} + \lambda L_{\mathcal{N}_{k+1}}) H_{k+1} \quad (30)$$

上述模型中,利用初始样本集进行模型训练之后,对于每次新增的标定或者未标定样本数据,通过 SOS-ELM 方法进行模型的实时修正,因为每次只计算新增的样本数据,所以训练速度将大大提高;同时,该方法既保证了模型的时效性,又

极大地减小了数据标定的工作。

综上,半监督增量式极速学习算法 SOS-ELM 的具体流程如图 5 所示。训练过程总结如下:对于一批训练数据集,包括标定数据集 $\{(x_i, t_i) | x_i \in R^n, t_i \in R^m, i=1, 2, \dots, N_i\}$ 、未标定数据集 $\{x_i' | x_i' \in R^n, i=1, 2, \dots, N_u\}$,确定系统参数,如隐层节点个数 L 、平滑度惩罚系数 λ 和激活函数形式 $g(x)$ (如选择“*rbf*”)。由文献[29]可知,对于实际问题,ELM 的隐层节点数 L 一般取足够多(如 1000)即可,本文实验取 $L=1000$ 。接下来的训练过程将分为两步。

1)初始阶段。利用少量的初始训练样本集 $\mathcal{N}_0 = \{(x_i, t_i) \text{ or } x_i'\}_{i=1}^{N_0}$ 来计算输出权重矩阵 β_0 和 K_0 ,具体如下:

①通过随机方式给输入权重 a_i 和偏置 b_i 赋值, $i=1, 2, \dots, L$;

②计算初始矩阵 J_0 、图的拉普拉斯矩阵 $L_{\mathcal{N}_0}$ 以及隐层输出矩阵 H_0 ;

③计算矩阵 K_0 和初始输出权重矩阵 β_0 。

2)增量阶段。当新增一批样本数据 $\mathcal{N}_{k+1} = \{(x_i, t_i) \text{ or } x_i'\}_{i=N_k+1}^{N_k+N_{k+1}}$ 时,将迭代计算输出权重 β_{k+1} ,具体如下:

①统计新增样本中标定数据的个数 l 和未标定数据的个数 u ,然后计算矩阵 J_{k+1} , $L_{\mathcal{N}_{k+1}}$ 以及 H_{k+1} ;

②利用式(29)计算更新的输出权重矩阵 β_{k+1} 。

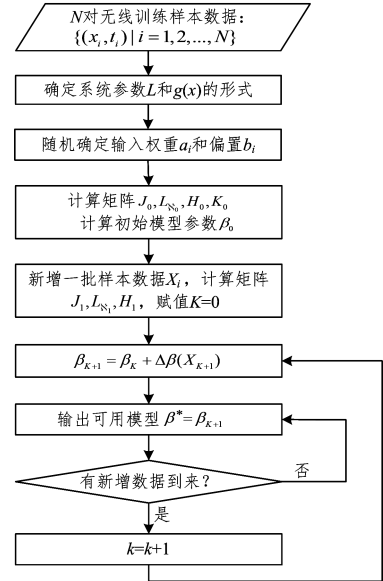


图 5 SOS-ELM 算法流程图

Fig. 5 Flowchart of SOS-ELM algorithm

4 实验验证及分析

本节通过仿真实验来验证本文提出的 SOS-ELM 模型的有效性。算法的运行环境为 MATLAB R2013a, Windows 10 操作系统;硬件环境为 Inter(R) Core(TM) i7-4790 CPU @ 3.60 GHz。

实验分为两部分:1)基于 SinC 函数模拟数据,比较 SOS-ELM 模型算法与其他模型算法的预测精度;2)基于实际环境中采集的定位样本数据,比较不同模型的实际定位精度。观察各模型在实际定位数据集上的表现和随着时间的推移

SOS-ELM 模型定位精度的变化情况,然后将不同终端的测试数据与不同终端的个性化模型进行交叉测试,以检验本文所提增量式室内定位方法是否有效地解决了设备差异性问题的。

4.1 基于 SinC 函数模拟数据集的算法对比实验

4.1.1 SinC 函数模拟数据集的生成

SinC 函数在数学领域的非归一化定义为:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \quad (31)$$

实验中 x 取 5000 个范围在 $(-10, 10)$ 之间的随机值。为了更好地观察并比较不同模型的回归能力,在获取训练样本集时,给标定值加入一定的噪声干扰,本实验中的噪声干扰取 $(-0.2, 0.2)$ 间的随机数。图 6 显示了带噪声的标定值与真实值的关系。

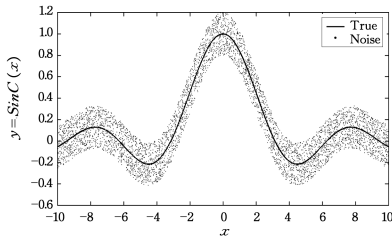


图 6 带噪声的标定值与真实值的关系

Fig. 6 Relationship between labels with noise and true labels

4.1.2 SOS-ELM 模型参数的调优

平滑度惩罚系数 λ 体现了 SOS-ELM 模型的经验风险和学习函数 f 的复杂度之间的均衡关系,在应用前需要进行调优。实验采用 SinC 模拟数据集。初始训练部分, λ 值以步长 0.05 从 0 遍历到 1,标定的训练数据量取值 100,无标定数据量分别取 300, 500, 700, 900, 1100, 对 5 次预测绝对误差取均值作为每个 λ 的预测误差,不考虑增量部分。实验结果如图 7 所示。可以看出,预测误差与 λ 近似为凸函数关系,当取 $\lambda = 0.35$ 时,模型有最低的预测误差。

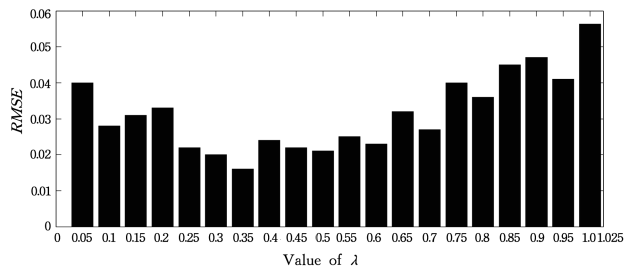


图 7 模型预测绝对误差与 λ 的关系

Fig. 7 Relationship between RMSE and λ

4.1.3 SOS-ELM 与其他算法的对比

为了验证本文所提 SOS-ELM 模型的有效性,选取 ELM 算法、BP 神经网络、支持向量机算法(SVM) 3 种传统的非增量式算法与其进行对比。从生成的 5000 个训练样本数据集中随机取 500 个数据作为初始训练样本数据,其中标定数据量 and 无标定数据量的比例为 1:1。模型参数 λ 根据 4.1.2 节的实验结果取值 0.35。对于 SOS-ELM 的增量部分,每次取

500 个无标定数据进行增量更新,实验结果如图 8 所示。分析可知, SOS-ELM 与 ELM 具有相近的均方根误差,且都明显优于另外两种方法;同时, SOS-ELM 优于 ELM 算法,这是由于本文方法基于 ELM,保留了 ELM 算法的优势,同时基于无标定的数据对模型进行增量更新,使预测精度更高。对于表现较好的 SOS-ELM 算法和 ELM 算法,它们在 SinC 数据集上的回归分布如图 9 所示。

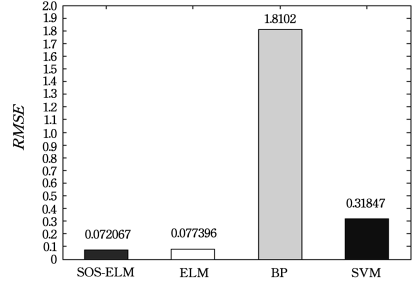


图 8 各算法在 SinC 数据集上的预测误差比较

Fig. 8 Comparison of test error of four algorithms on SinC dataset

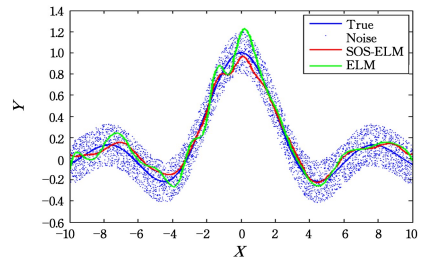


图 9 SOS-ELM 模型与 ELM 模型的回归分布

Fig. 9 Distribution of SOS-ELM and ELM

4.2 基于定位数据集的算法对比实验

4.2.1 定位数据集的采集

实验数据的采集场景设于某研究所的二楼展厅。该实验场景的覆盖范围长约 52.99m,宽约 8.53m,总体布局如图 10 所示。为了处理不同的采集设备带来的信号差异,本文使用了 4 种不同的智能终端:华为荣耀 6、红米 note3、魅族 Pro5、Vivo X9I。整个数据采集过程的时间跨度为 7 周,每周在固定时间采集一次数据。在该实验场景下,手持多种终端设备在环境中缓慢且匀速地行走来采集数据,最终采集到 10112 条有效数据。

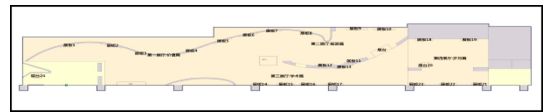


图 10 训练数据采集和算法测试场景

Fig. 10 Data acquisition and algorithm test sites

4.2.2 SOS-ELM 模型参数的调优

由于 SinC 样本集和实际定位样本集满足的分布不同,因此无标定样本对模型学习能力的改进程度是不同的,故在不同样本集下需要对 SOS-ELM 的平滑度惩罚系数 λ 进行调优。与 4.1.2 节类似,本节对 SOS-ELM 在实际定位数据集上的参数 λ 进行调优。实验采用第一周采集的合并数据集(共 1810 条有效数据)进行调参,初始训练部分, λ 值以步长

0.05 从 0 遍历到 1,标定的训练数据量取值 500,无标定的训练数据量分别取 500,700,900,1100,1300,对 5 次均方根误差取均值作为每个 λ 的均方根误差,不需考虑增量部分。实验结果如图 11 所示。可以看出,当 λ 取 0.45 时,模型的均方根误差最低。

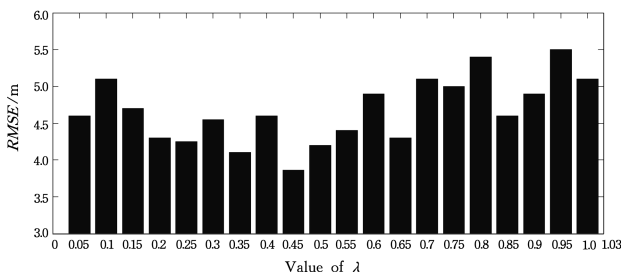
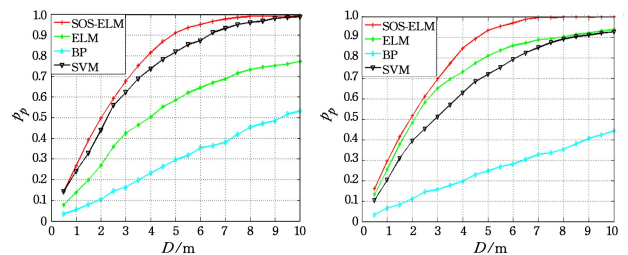


图 11 模型预测均方根误差与 λ 的关系

Fig. 11 Relationship of RMSE and λ

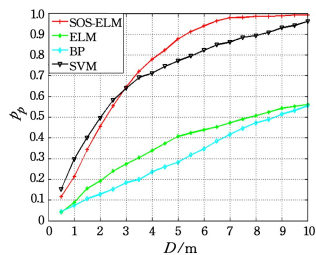
4.2.3 SOS-ELM 与其他算法的对比

为了验证不同指纹模型算法在实际定位数据集上的优劣,我们同样选取 ELM,BP,SVM 算法与 SOS-ELM 算法进行对比实验。将第一周采集的 1810 条有效数据作为 SOS-ELM 模型的初始训练样本,这些样本同时也作为非增量模型的全部训练样本,其中标定数据量和无标定数据量的比例为 1:1。模型参数 λ 根据 4.2.2 节的实验结果取值 0.45。在 SOS-ELM 模型的增量阶段,分别利用 4 种终端对第二周至第六周的数据进行增量式学习,最终训练出 4 种不同的 SOS-ELM 模型。测试数据集选取第七周的数据,其中华为荣耀 6 共采集 338 条有效数据,红米 note3 共采集 285 条有效数据,魅族 Pro5 共采集 339 条有效数据,Vivo X9I 共采集 340 条有效数据。不同终端的 SOS-ELM 模型选用对应终端的测试数据集进行测试,实验结果如图 12 所示。

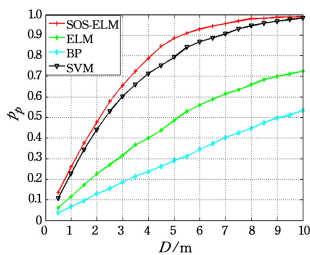


(a) 基于华为荣耀 6 手机终端数据的对比

(b) 基于红米 note3 手机终端数据的对比



(c) 基于魅族 Pro5 手机终端数据的对比



(d) 基于 Vivo X9I 手机终端数据的对比

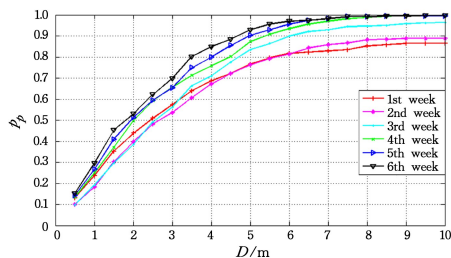
图 12 各算法在 4 种终端蓝牙定位数据集上的定位精度比较

Fig. 12 Comparison of localization precision of four algorithms on BLE dataset of different terminals

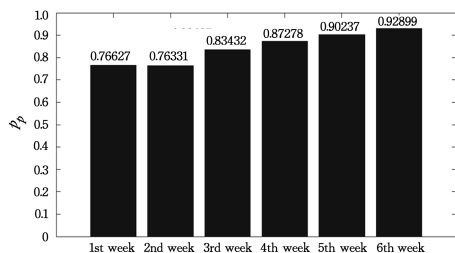
分析图 12 可知,SOS-ELM 算法在各终端上的整体定位精度优于其他算法,特别当误差距离为 3~5m 时,优势更加明显。

4.2.4 SOS-ELM 模型的时效性验证

为了验证本文所提 SOS-ELM 算法的时效性优势,本节在 4.2.3 节实验的基础上比较 SOS-ELM 在不同时间的定位精度。选取红米 note3 手机终端,对每周采集的数据生成一个 SOS-ELM 模型。其中,初始训练样本与 4.2.3 节实验中的相同。增量部分,选取第二周到当前周采集到的数据,如第一周 SOS-ELM 模型的增量数据为空,第二周模型的增量数据为第二周采集的数据,第三周模型的增量数据为第二周和第三周采集的数据,以此类推。测试数据与 4.2.3 节实验中的相同。实验结果如图 13 所示。分析图 13 可知,随着时间的推移,SOS-ELM 模型的整体定位精度不断提升;在误差距离为 5m 时,第一周至第六周间模型的定位精度提升尤为明显,从而有效验证了 SOS-ELM 算法的时效性优势。



(a) 随时间推移,SOS-ELM 定位精度的变化情况



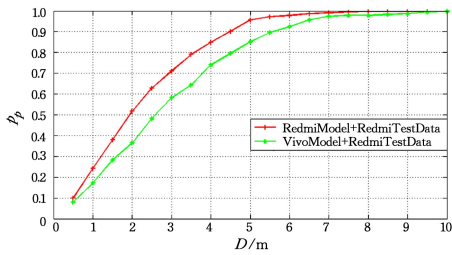
(b) 误差距离为 5m 时 SOS-ELM 在不同时间的定位精度比较

图 13 SOS-ELM 模型随时间推移的定位精度比较

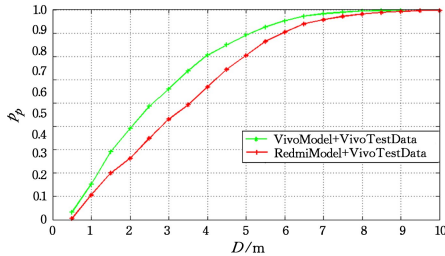
Fig. 13 Comparison of localization precision of SOS-ELM model as time lapses

4.2.5 终端个性化模型的有效性对比

为了验证 SOS-ELM 算法有效解决了设备差异性问题的,本节在 4.2.3 节实验的基础上,使用非本终端的测试数据集对不同终端的 SOS-ELM 模型进行测试。实验选用 Vivo X9I 终端的 SOS-ELM 模型和红米 note3 终端的 SOS-ELM 模型,对两个终端的测试数据集进行交叉测试,实验结果如图 14 所示。分析图 14 可知,特定终端模型在其他终端测试数据集上的定位效果明显不如在本终端测试数据集上的定位效果,这是因为不同终端的 SOS-ELM 模型具有差异性,特定终端模型更能反映特定终端采集的数据的分布特点。实际应用中,终端使用定位服务时会在定位软件中对实时采集的无标定数据进行在线增量式学习,结合 4.2.4 节的实验结论,随着时间的推移,终端的定位模型将越来越能够反映终端无线通讯硬件的特点,从而有效解决了设备差异性的问题。



(a) 小米测试数据集在不同终端模型下的对比



(b) Vivo 测试数据集在不同终端模型下的对比

图 14 不同终端模型在不同测试数据集上的定位精度比较

Fig. 14 Comparison of localization precision of different terminal models on different test datasets

结束语 针对基于指纹模型的无线信号室内定位方法存在的 3 个关键问题(设备差异性、模型时效性问题及增量数据标定问题),本文提出基于无标定数据的增量式 SOS-ELM 指纹定位算法。该算法利用终端设备在定位过程中采集的无标定数据实时更新自身定位模型,有效解决了模型的时效性问题及增量数据的标定问题;同时,由于无线通讯硬件等的差异性,不同的终端设备采集的无标定数据是不同的,因此终端模型在不断更新中将越来越适配于终端,定位精度将不断得到提升。在真实室内环境下的实验表明,相比于传统非增量式方法,本文方法的整体定位效果更优,特别是在定位精度要求为 3~5m 时,本文方法更具优势。同时,本文方法只需在模型的初始训练过程中采集标定样本,增量过程基于无标定数据,在保证模型时效性的前提下,大大减少了数据标定的工作量。综上,本文方法以定位精度高、简单便捷的优势解决了无线信号室内定位的设备差异性问题,提升了定位系统的实际可用性。

后续考虑将基于特征提取的设备差异性解决方案与本文的方法相结合,以进一步解决设备差异性问题。

参考文献

[1] WU T T, YUN Z, LIU Y, et al. BeiDou /GPS combination positioning methodology [J]. *Journal of Remote Sensing*, 2014, 18(5): 1087-1097.

[2] JAKUBSTREIT J. Summary of available indoor location techniques[J]. *IFAC-PapersOnLine*, 2016, 49(25): 311-317.

[3] ZHU J, LUO H, CHEN Z, et al. RSSI based Bluetooth low energy indoor positioning[C]// *International Conference on Indoor Positioning and Indoor Navigation*. IEEE, 2015: 526-533.

[4] HE X, ALOI D N, LI J. Probabilistic Multi-Sensor Fusion Based Indoor Positioning System on a Mobile Device [J]. *Sensors*, 2015, 15(12): 31464-31481.

[5] LI W L, ILTIS R A, WIN M Z. A smartphone localization algorithm using RSSI and inertial sensor measurement fusion[C]// *Global Communications Conference*. IEEE, 2014: 3335-3340.

[6] LUO Z J, WU W J, YANG M. Mobile Internet: Terminal devices, networks and services[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2011, 34(11): 2029-2051. (in Chinese)

罗舟军, 吴文甲, 杨明. 移动互联网: 终端、网络与服务[J]. *计算机学报*, 2011, 34(11): 2029-2051.

[7] ZHOU A Y, YANG B, JIN C Q, et al. Location-based services: Architecture and progress[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2011, 34(7): 1155-1171. (in Chinese)

周傲英, 杨彬, 金澈清, 等. 基于位置的服务: 架构与进展[J]. *计算机学报*, 2011, 34(7): 1155-1171.

[8] PAHLAVAN K, LI X, MAKELA J P. *Indoor geolocation science and technology*[M]. IEEE Press, 2002.

[9] GÜNTHER A, HOENE C. Measuring Round Trip Times to Determine the Distance Between WLAN Nodes[C]// *International Conference on Research in Networking*. Springer Berlin Heidelberg, 2005: 768-779.

[10] HOENE C, WILLMANN J. Four-way TOA and software-based trilateration of IEEE 802.11 devices[C]// *International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*. IEEE, 2008: 1-6.

[11] LLOMBART M, CIURANA M, BARCELO-ARROYO F. On the scalability of a novel WLAN positioning system based on time of arrival measurements[C]// *Workshop on Positioning, Navigation and Communication*, 2008(Wpnc 2008). IEEE, 2008: 15-21.

[12] CIURANA M, BARCELO-ARROYO F, LLOMBART M. Improving the Performance of TOA Over Wireless Systems to Track Mobile Targets[C]// *IEEE International Conference on Communications Workshops*, 2009. IEEE, 2009: 1-6.

[13] SATHYAN T, HUMPHREY D, HEDLEY M. WASP: A System and Algorithms for Accurate Radio Localization Using Low-Cost Hardware[J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part C*, 2011, 41(2): 211-222.

[14] YOUSSEF M A, AGRAWALA A, SHANKAR A U. WLAN location determination via clustering and probability distributions [C]// *IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications*. IEEE, 2003: 143-150.

[15] HE S, HU T, CHAN S H G. Contour-based Trilateration for Indoor Fingerprinting Localization[C]// *ACM Conference on Embedded Networked Sensor Systems*. ACM, 2015: 225-238.

[16] SJOBERG M, KOSKELA M, VIITANIEMI V, et al. Indoor location recognition using fusion of SVM-based visual classifiers [C]// *IEEE International Workshop on Machine Learning for Signal Processing*. IEEE, 2010: 343-348.

[17] WU K, XIAO J, YI Y, et al. Fila: Fine-grained indoor localization[C]// *2012 Proceedings IEEE INFOCOM*. IEEE, 2012: 2210-2218.

[18] SEN S, RADUNOVIC B, CHOUDHURY R R, et al. You are facing the Mona Lisa: spot localization using PHY layer information[C]// *International Conference on Mobile Systems, Applications, and Services*. ACM, 2012: 183-196.

- [19] FANG S H, LIN T. Principal Component Localization in Indoor WLAN Environments[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2011, 11(1): 100-110.
- [20] ZHENG V W, XIANG E W, YANG Q, et al. Transferring localization models over time[C]//National Conference on Artificial Intelligence. AAAI Press, 2008: 1421-1426.
- [21] SUN Z, CHEN Y, QI J, et al. Adaptive Localization through Transfer Learning in Indoor Wi-Fi Environment[C]//International Conference on Machine Learning and Applications. IEEE, 2008: 331-336.
- [22] HAEBERLEN A, FLANNERY E, LADD A M, et al. Practical robust localization over large-scale 802.11 wireless networks[C]//ACM MOBICOM 2004, the 10th Annual International Conferences on Mobile Computing and Networking. Philadelphia: ACM Press, 2004: 70-84.
- [23] KJAERGAARD M B, MUNK C V. Hyperbolic location fingerprinting: A calibration-free solution for handling differences in signal strength[C]//Proc. of the IEEE Int'l Conf. on Pervasive Computing. Hong Kong: IEEE Press, 2008: 110-116.
- [24] GU Y, JIANG X L, LIU J F, et al. Device adaptive wireless signal feature extraction and localization method[J]. Journal of Software, 2014, 25(Suppl. 2): 12-20. (in Chinese)
谷洋, 蒋鑫龙, 刘军发, 等. 设备自适应的无线信号特征提取与定位方法[J]. 软件学报, 2014, 55(Suppl. 2): 12-20.
- [25] TSUI A W, CHUANG Y H, CHU H H. Unsupervised Learning for Solving RSS Hardware Variance Problem in WiFi Localization[J]. Mobile Networks and Applications, 2009, 14(5): 677-691.
- [26] HUANG G B, ZHU Q Y, SIEW C K. Extreme learning machine: a new learning scheme of feedforward neural networks [C]//IEEE International Joint Conference on Neural Networks, 2004. IEEE, 2005: 985-990.
- [27] HUANG G B, ZHU Q Y, SIEW C K. Extreme learning machine: Theory and applications [J]. Neurocomputing, 2006, 70(1-3): 489-501.
- [28] HUANG G B, CHEN L, SIEW C K. Universal approximation using incremental constructive feedforward networks with random hidden nodes[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2006, 17(4): 879.
- [29] HUANG G B, ZHOU H, DING X, et al. Extreme learning machine for regression and multiclass classification [J]. IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Part B Cybernetics A Publication of the IEEE Systems Man & Cybernetics Society, 2012, 42(2): 513-529.
- [30] CHUNG R K. Spectral graph theory[M]. American Mathematical Society, 1997.
- [31] BELKIN M, MATVEEVA I, NIYOGI P. Regularization and Semi-supervised Learning on Large Graphs[M]//Learning Theory. Springer Berlin Heidelberg, 2004: 624-638.
- [32] BELKIN M, NIYOGI P, SINDHWANI V. Manifold Regularization: A Geometric Framework for Learning from Labeled and Unlabeled Examples[M]. JMLR.org, 2006.
- [33] LIANG N Y, HUANG G B, SARATCHANDRAN P, et al. A fast and accurate online sequential learning algorithm for feedforward networks[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2006, 17(6): 1411-1423.

(上接第 58 页)

- [19] ZADEH L A. Fuzzy sets[J]. Information and Control, 1965(8): 338-353.
- [20] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[M]. Heidelberg, German: Springer-Verlag Telos, 1999: 1-324.
- [21] ATANASSOV K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets System, 1986, 20(1): 87-96.
- [22] ATANASSOV K T. New operations defined over the intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets System, 1994, 61(2): 137-142.
- [23] SHAFER G. A Mathematical theory of evidence [M]. Princeton: Princeton University Press, 1976.
- [24] WU W Z, LEUNG Y, MI J S. On generalized fuzzy belief functions in infinite spaces[J]. IEEE Transactions on Fuzzy Systems, 2009, 17: 385-397.
- [25] YAO Y Y, WONG S K M, LINGRAS P. A decision theoretic rough set model[C]//Proceedings of the 5th International Symposium on Methodologies for Intelligent System. New York: North-Holland, 1990: 17-24.
- [26] TAN A H, et al. Evidence-theory-based numerical characterization of multigranulation rough sets in incomplete information systems[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2015, 294(C): 18-35.
- [27] CHEN D G, LI W L, ZHANG X, et al. Evidence-theory-based numerical algorithms of attribute reduction with neighborhood-covering rough sets[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2014, 55(3): 908-923.
- [28] CHE X Y, MI J S, CHEN D G. Information fusion and numerical characterization of a multi-source information system [J]. Knowledge-Based Systems, 2018(145): 121-133.
- [29] HU Q, MI J S, LI L J. The fuzzy belief structure and attribute reduction based on multi-granulation fuzzy rough operator[J]. Journal of Shandong University, 2017, 52(7): 30-36. (in Chinese)
胡谦, 米据生, 李磊军. 多粒度模糊粗糙近似算子的信任结构与属性约简[J]. 山东大学学报(理学版), 2017, 52(7): 30-36.
- [30] XU Z S. Intuitionistic preference relations and their application in group decision making [J]. Information Sciences, 2007, 177(11): 2363-2379.
- [31] KLIR G J, YUAN B. Fuzzy sets and Fuzzy logic: Theory and Applications[M]. Prentice Hall of India, 2008.
- [32] ZHANG X, CHEN D, TSANG C E C. Generalized dominance rough set models for the dominance intuitionistic fuzzy information systems[J]. Information Sciences, 2017, 378: 1-25.
- [33] LIANG M S, MI J S, ZHAO T N. Generalized dominance-based multi-granularity intuitionistic fuzzy rough set and acquisition of decision rules[J]. CAAI Transactions on Intelligent Systems, 2017, 12(6): 883-888. (in Chinese)
梁美社, 米据生, 赵天娜. 广义优势多粒度直觉模糊粗糙集及规则获取[J]. 智能系统学报, 2017, 12(6): 883-888.