

基于耦合系数的无标度网络建模

郑梅容¹ 刘玉华¹ 许凯华² 代文文¹

(华中师范大学计算机科学系 武汉 430079)¹ (华中师范大学物理科学与技术学院 武汉 430079)²

摘 要 经典的无标度网络模型在全局范围内按照一定的概率选取节点进行优先连接,而现实网络很难做到这一点。为了解决这一问题,在 BA 无标度网络模型的基础上,通过新增两个参数耦合系数和吸引因子来构建基于耦合系数的无标度网络模型,并通过理论计算得出该演化模型的度分布。分析发现,它具有更明显的无标度网络特性。实验仿真结果也表明,其度分布在服从幂律分布的基础上更具有平稳性和广泛的适用性。

关键词 无标度网络,耦合系数,吸引因子,节点度,建模

中图分类号 TP393.01 **文献标识码** A

Research on Scale-free Network Model Based on Coupling Coefficients

ZHENG Mei-rong¹ LIU Yu-hua¹ XU Kai-hua² DAI Wen-wen¹

(Department of Computer Science, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)¹

(College of Physical Science and Technology, Huazhong Normal University, Wuhan 430079, China)²

Abstract The classic model of scale-free networks selects some nodes in a certain probability in the global scope, and then it will establish a fixed connection in priority among them, but as we know that it is difficult to do this in reality. To solve this problem, the paper established a model based on the scale-free network by introducing the coupling coefficients and attracting factor in the BA scale-free network, and gave the degree distribution of the evolved model by the theoretical analysis. The analysis proves that this model has a more obvious features of a scale-free network. The simulation results also show that the degree distribution based on a power-law distribution has a better stability and a wider range of applicability.

Keywords Scale-free network, Coupling coefficients, Attracting factor, Node degree, Model building

1 引言

无标度网络模型(BA 模型)^[1]阐述了复杂网络研究史上的一个重大发现:大部分现实网络(比如 Internet、WWW 以及航空网络等)的度分布函数服从幂律形式。该模型具备其他网络模型没有考虑到的两个特点:节点增长特性以及优先连接特性。这两个特性都体现了科学研究从复杂现象提取简单本质的特性。但是 BA 模型与真实网络还存在明显的差距,比如 BA 模型只能生成度分布的幂律指数固定为 3 的无标度网络,而各种实际复杂网络的幂律指数大都分布在 2 至 3 的范围内^[2]。此外,实际网络常常具有一些非幂律特征,如指数截断、小变量饱和等^[3]。为了弥补上述不足,本文在 BA 模型的基础上,新增了两个主要参数耦合系数 s 和吸引因子 β ,构建出基于耦合系数的无标度网络模型。与 BA 模型相比,本文提出的基于耦合系数的无标度网络模型(BA-S 模型)不仅与 BA 模型一样满足度的幂律分布特性,而且其度分布更具有平稳性和广泛的适用性。同时,BA-S 模型具有更高的聚类系数,更符合实际的网络特性。

2 BA 无标度网络模型研究

经典的 BA 无标度模型构造算法包括两个步骤^[4]:在网络 $G(V, E)$ 中,

1) 增长性:从一个具有 m_0 个节点的网络开始,每次引入一个新的节点,并且连接到 m 个已存在的节点上,这里 $m \leq m_0$ 。

2) 优先连接性:一个新节点与一个已经存在的节点 i 相连接的概率 Π_i 与节点 i 的度 k_i 、节点 j 的度 k_j 之间满足如下关系:

$$\Pi_i = \frac{k_i}{\sum_j k_j}, i, j \in V \tag{1}$$

经过 t 步后,按照这种算法产生了一个有 $N = t + m_0$ 个节点、 $m \cdot t$ 条边的网络。其度分布即节点具有度为 k 的概率为:

$$p(k) = \frac{2m(m+1)}{k(k+1)(k+2)} \propto 2m^2 k^{-3}, \gamma = 3$$

这表明 BA 网络的度分布函数可由幂指数 γ 为 3 的幂律函数近似描述。

经典 BA 网络模型提出后,文献[5]将 ER 网络和 BA 无

到稿日期:2011-06-26 返修日期:2011-09-03 本文受华中师范大学中央高校基本业务费专项资金项目资助。

郑梅容(1985-),女,硕士生,主要研究方向为复杂网络、无线传感器网络,E-mail:tixadt@163.com;刘玉华(1951-),女,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为计算机网络与通信技术、无线网络、复杂网络等,E-mail:yhliu@mail.cnu.edu.cn(通信作者)。

标度网络的连通性对节点去除后网络的鲁棒性进行了比较,结果表明,无标度网络对随机攻击具有高度鲁棒性,这得益于网络度分布的极端非均匀性。然而,正是这种非均匀性使得无标度网络对蓄意攻击具有高度的脆弱性,只要蓄意去除网络中少量度数集中的集散节点^[6,7],整个网络的连通性就会受到极大的影响,甚至会导致整个网络的崩溃。而 Internet 上每天都发生各种各样的故障,并经常受到黑客的攻击,在这种情况下 Internet 能否保持它的功能无疑是一个重要的课题。

近年来一些基于权重的 BA 网络模型相继被提出,主要表现为一类拓扑结构固定不变、权值不断演化的网络模型。然而这些模型与实际网络特性存在一定的差距。于是,有人提出了 BBA 权重演化模型^[8],其拓扑结构和网络的权值都按照一定的规律不断演化。这些模型的演化机制只描述了新加入节点与旧节点之间如何建立连接,而在实际的网络中两个旧节点之间也可能建立起边的关系。本文不仅描述了新加入节点之间如何建立连接的问题,而且解决了网络中已经存在的节点之间如何建立连接的问题。

3 基于耦合系数的无标度网络模型的建立

3.1 基于耦合系数的无标度网络模型的思想

在 BA 无标度网络模型中,新加入的节点与已有的 m 个节点相连,这 m 个节点是按照概率在整个网络中选取出来的^[9]。研究表明,全局优先连接机制并不适用于度数较小的节点,而在真实世界贸易网络中,存在一些只与少数国家有贸易关系的国家;在人们的社团组织中,每个人实际上也是生活在各自的局域世界里。本文将用耦合系数 s 来描述 BA 网络中的这一局域特性。另外,复杂网络模型都是采用度或者强度的优先连接机制来进行演化,这种演化机制最终使得网络产生无标度特性。它描述新加入的节点与已有节点之间建立连接的依据是度数值大的节点优先连接,从而造成“富者更富”的现象,导致了 BA 无标度网络对蓄意攻击的高度脆弱性。而真实网络中节点的度及其增长速度并非只与该节点的度有关。比如,社会网络中某些人具有较强的交友能力,他们可以轻易地把一次偶遇变为一个持续的社会连接;一些高质量的科研论文在较短时间内获得大量的超文本链接,甚至超过一些存在时间较长的站点。如果一个年轻的节点具有较高的吸引因子 β ,那么该节点就有可能在随后的网络演化过程中获取到更多边的连接。

鉴于以上研究的无标度网络局域特性的重要性,而目前的文献还未考虑这些因素,本文将这些特性抽象为耦合系数 s 和吸引因子 β ,并依此提出基于耦合系数的网络模型。该模型与其他基于度或权重的网络模型相比,不仅具有符合节点度的幂律分布规律,同时具有较高的聚类系数,因此它更符合实际的网络特性。

3.2 参数定义

耦合一词在软件工程中指的是两个或者两个以上的电路元件或电网络的输入与输出之间存在紧密配合与相互影响,并通过相互作用从一侧向另一侧传输能量的现象。简单地说,对象之间的耦合度就是对象之间的依赖性。

定义 1(耦合系数) 耦合系数 s 描述在网络的局域世界中相邻节点之间相互传输信息的能力。每个节点的耦合系数

s_i 取初值为 1。新节点加入之后,会对与之相连的邻居节点的耦合系数造成影响,其演变规则为:

$$s_i \rightarrow s_i + \Delta s_i = s_i + \delta \frac{s_i}{\sum_{l \in \Gamma_i} (s_l + k_l)}$$

式中,常数 $0 < \delta < 1$,用来调控耦合系数的演变量, Γ_i 为包括节点 i 在内的节点 i 的邻居节点的集合, k_i 为节点 i 的度。

自然界中任何两种事物之间都具有一定的吸引力,比如社会学中吸引力指的是能指导人或事沿着一定的方向前进的力量。网络中节点之间的吸引力一般表现为某个节点具有较高的聚类系数或者处于网络中多条关键路径的核心位置,新加入的节点一般会选择吸引力较高的节点进行连接。

定义 2(吸引因子) 网络中已经存在的节点对新加入的节点或者边都具有一定的吸引力,吸引因子 β 为单位时间内获得连接数量的多少,即 $\beta = \frac{n_i}{\Delta T}$,其中 ΔT 为单位时间, n_i 为 ΔT 时间内节点获得的连接数量。

3.3 扩展的无标度网络模型(BA-S 模型)算法描述

为说明问题简单起见,本文仅研究无向网络,提出一个拓扑结构和耦合系数都是随时间的推进不断演化的无标度网络模型。具体的演化模型按如下机制生成:

1)初始网络:给出一个具有 m_0 个节点、 n_0 条边的初始网络。给定所有节点的初始耦合系数 $s_i = 1$,常数 $0 < \delta < 1$ 。网络中每一个时间步按照概率 $p \in [0, 1]$ 来增加新节点,进行步骤 2);按照概率 $(1-p)$ 增加边,进行步骤 3)。

2)新节点的加入:按照概率 p ,网络中增加一个新节点 j ,每引入一个新节点都连接到 $m (m \leq m_0)$ 个已经存在的节点上,按照概率 $\Pi_{j \rightarrow i}$ 选取节点 i 进行连接。选取节点 i 的概率与节点 i 的耦合系数 s_i 成正比,如式(2)所示,其中 $\sum_{l \in \Gamma_i} (s_l + k_l)$ 表示包括节点 i 在内的以及 i 的所有邻居节点的耦合系数之和;

$$\Pi_{j \rightarrow i} = (s_i + k_i) / \sum_{l \in \Gamma_i} (s_l + k_l) \quad (2)$$

这种连接机制表明新加入的节点在一定范围内更倾向于与网络中耦合系数大的节点相连接。节点 j 的产生会对其邻居节点 i 的耦合系数产生影响,其影响规则如下:

$$s_i \rightarrow s_i + \Delta s_i = s_i + \delta \frac{s_i}{\sum_{l \in \Gamma_i} (s_l + k_l)} \quad (3)$$

3)新边的加入:按照概率 $(1-p)$,网络中仅增加边,不增加新节点。每条新边的一端随机选取,新边的另一端则按照节点吸引因子优先的原则连接。一条新边的一端与一个已经存在的节点 i 相连的概率为:

$$\Pi_i = \frac{\beta_i + k_i}{\sum_{l \in \Gamma_i} (\beta_l + k_l)} \quad (4)$$

式中, β_i 为节点 i 的吸引因子。

3.4 扩展模型的节点度分布理论分析

目前对 BA 无标度网络的度分布的理论研究方法主要有 3 种:平均场理论^[10]、主方程法和速率方程法,这 3 种方法得到的渐近结果大致相同。下面介绍由平均场理论得到的结果。

分析演化模型中网络的生成规则,根据平均场方法,在时刻 t ,节点 i 的度数 $k_i(t)$ 的增长率为:

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = pm \Pi_{j \rightarrow i} + (1-p)m \Pi_i$$

$$= pm_0 \sum_{i \in \Gamma_i} \frac{(s_i + k_i)}{(s_i + k_i)} + (1-p)m_0 \sum_{i \in \Gamma_i} \frac{(\beta_i + k_i)}{(\beta_i + k_i)} \quad (5)$$

式中,初始条件为节点 j 在 t 时刻进入系统,其度数 $k_j(t) = m$ 。右边第一项对应于耦合系数优先连接的局域网络中以概率 p 增加新的节点的度数变化率;第二项对应于以高吸引因子优先连接的网络以概率 $(1-p)$ 来增加新边之后节点 i 的度数变化率。解上述微分方程:

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = \frac{pm(s_i + k_i)}{m_0 + t - 1} + \frac{(1-p)m(\beta_i + k_i)}{m_0 + t - 1} \quad (6)$$

当 t 很大时,

$$\frac{\partial k_i}{\partial t} = p \frac{m(k_i + s_i)}{2m + ts_i} + (1-p) \frac{m(k_i + \beta_i)}{2m + t\beta_i} \quad (7)$$

该式的解为 $k_i = ct^{1/r} - (ps_i + (1-p)\beta_i)$

令 $ps_i + (1-p)\beta_i = A_i(s, \beta)$

式中, $r = \frac{2m + A_i(s, \beta)}{m}$, c 为该网络的聚类系数。由初始条件 $k_i(t_i) = m$, 上式的解为:

$$k_i = (m + A_i(s, \beta)) \left(\frac{t}{t_i} \right)^{1/r} - A_i(s, \beta) \quad (8)$$

节点 i 的度 $k_i(t)$ 小于 k 的概率为:

$$p(k_i(t) < k) = p\left(t_i > \left(\frac{m + A_i(s, \beta)}{k + A_i(s, \beta)} \right)^r t\right) \quad (9)$$

由于每一个时间步内所加入的节点数目都是 1, t_i 的概率密度为 $p(t_i) = \frac{1}{m_0 + t}$ 。代入式(9), 得到:

$$\begin{aligned} p(k_i(t) < k) &= 1 - p\left(t_i \leq \left(\frac{m + A_i(s, \beta)}{k + A_i(s, \beta)} \right)^r t\right) \\ &= 1 - \sum_{t_i=1}^{\left(\frac{m + A_i(s, \beta)}{k + A_i(s, \beta)} \right)^r t} p(t_i) \\ &= 1 - \left(\frac{m + A_i(s, \beta)}{k + A_i(s, \beta)} \right)^r \frac{t}{t + m_0} \end{aligned} \quad (10)$$

度分布概率密度为:

$$\begin{aligned} p(k) &= \frac{\partial p(k_i(t) < k)}{\partial k} \\ &= \frac{(m + A_i(s, \beta))^r t}{m_0 + t} r \frac{1}{(k + A_i(s, \beta))^{r+1}} \end{aligned} \quad (11)$$

当 $t \rightarrow \infty$ 时,

$$p(k) = r(m + A_i(s, \beta))^r \frac{1}{(k + A_i(s, \beta))^{r+1}} \quad (12)$$

当 $A_i(s, \beta) = 0$ 时,

$$p(k) = 2m^2 k^{-3} \quad (13)$$

由此可见, 当 $A_i(s, \beta)$ 越大, 即节点的耦合系数与吸引因子的函数越大时, 度分布随 k 的对数变化就越明显。

4 仿真模拟分析

本文提出的算法是在广为熟悉的 BA 无标度网络模型的基础上, 为了更接近实际网络而对其做出的修改。扩展的模型较 BA 模型和全局随机连接机制下形成的网络具有更明显的优越性: (1) 在局域网内以等概率连结新节点, 避免了“富者更富”的现象, 不会产生极少数中枢节点, 提高了网络对蓄意攻击的抵抗力; (2) 对小部分而不是极少数节点共同培养, 更接近实际网络。下面利用现有的计算机模拟生成过程, 分别从度分布、聚类系数两个复杂网络的静态统计量来对本文扩展模型与传统的 BA 模型进行对比分析。

构造一个初始小网络 $G(20, 60)$, 即带有 20 个节点、60 条边, 按照扩展的网络模型以概率 $P = 0.6$ 来增加新的节点, $P = 0.4$ 增加新的边。由图 1 和图 2 可以看出, 对度分布进行数值拟合计算, 扩展模型的度分布服从幂律分布, 其分布相对于原 BA 模型来说更加平缓; 扩展模型不仅考虑了节点本身的作用范围, 而且将节点自身的价值作为网络更新的依据, 使它更加接近现实网络。

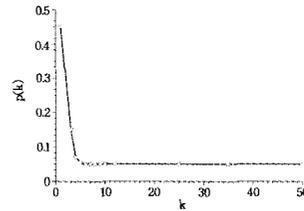


图 1 扩展模型度分布图

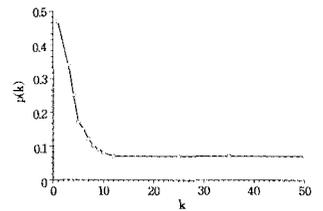


图 2 BA 模型度分布图

聚类系数 c 是用来刻画网络局域性质的量。假设网络中的一个节点 i 有 m_i 条边将它和其他节点相连, 这 m_i 个节点为节点 i 的邻居。聚类系数 c_i 为这 m_i 个节点之间实际存在的边数 E_i 和总的可能的边数 $m_i(m_i - 1)/2$ 之比。整个网络的聚类系数 c 就是所有节点 i 的聚类系数的平均值。

扩展模型与 BA 模型的聚类系数如图 3 所示。可以看出扩展模型的聚类系数均低于 BA 模型, 说明该模型具有较高的鲁棒性, 更有利于网络的稳定。

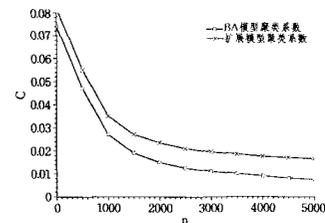


图 3 两种模型聚类系数分布图

结束语 本文在一定程度上扩展了 BA 网络模型, 新增的参数耦合系数 s 描述了网络在局域世界中相邻节点之间相互传输信息的能力, 表明在现实网络中节点度的增长并不是简单地与节点存在时间相关; 吸引因子 β 表明新增节点按照已有网络节点的吸引力大小来进行连接, 在网络中并不是节点的存在时间越长, 它的度数就会越大。

因此, 扩展的 BA-S 模型更加接近真实网络。扩展模型使得网络不是只有极少数节点在起主要中枢作用, 而是一小部分节点同时处于非常重要的地位, 这些节点的小世界现象很明显, 符合很多实际的抽象。

参考文献

- [1] Barabási A L, Albert R. Emergence of scaling in random networks[J]. Science, 1999, 286(5439): 509-512
- [2] Albert R, Barabási A L. Statistical mechanics of complex networks[J]. Reviews of Modern Physics, 2002, 74: 47-97
- [3] Jing Yuan-wei, Hao Bin-bin, Zhang Si-ying. An evolving weighted scale-free model with high clustering [J]. Complex Systems and Complexity Science, 2009, 6(3): 87-93
- [4] Almendral J A, Leyva I, Li D, et al. Dynamics of overlapping structures in modular networks [J]. Phys Rev E, 2010, 82(1): 016115

(下转第 82 页)

和噪声 w_m 的互相关函数。由此可见,本文提出的信道估计方法避免了求逆运算,只需要进行相关运算,即可估计出信道的冲击响应。

3.3 算法性能分析

由上面分析可知,本文算法的估计误差来源于噪声的影响,信道时域响应估计的平均误差和均方误差分别表示为:

$$\begin{aligned} M_h &= E\{\hat{h}_{qm}(i) - h_{qm}(i)\} \\ &= E\{R_{S_q w_m}(i)\} \\ &= E\left\{\frac{1}{K} \sum_{l=1}^K S_q(l) w_m^*(l-i)\right\} = 0 \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} MSE_h &= E\{|\hat{h}_{qm}(i) - h_{qm}(i)|^2\} \\ &= E\{|R_{S_q w_m}(i)|^2\} \\ &= E\{(R_{S_q w_m}(i))^* (R_{S_q w_m}(i))\} \\ &= E\left\{\left(\frac{1}{K} \sum_{l=1}^K S_q(l) w_m(l-i)^*\right)^* \left(\frac{1}{K} \sum_{\lambda=1}^K S_q(\lambda) w_m(\lambda-i)\right)\right\} \\ &= \frac{1}{K^2} \sum_{l=1}^K \sum_{\lambda=1}^K S_q^*(l) S_q(\lambda) E\{w_m^*(\lambda-i) w_m(l-i)\} \\ &= \frac{1}{K^2} \sum_{l=1}^K \sum_{\lambda=1}^K S_q^*(l) S_q(\lambda) \sigma^2 \delta(\lambda-l) \\ &= \frac{\sigma^2}{K^2} \sum_{l=1}^K S_q^*(l) S_q(l) \\ &= \frac{\sigma^2}{K} \end{aligned} \quad (20)$$

由上两式可以看出,本算法在时域是无偏估计的,并且其均方误差与基于最佳训练序列的 LS 相同,则其性能取决于噪声功率和训练序列的长度。

4 算法性能仿真

对两发两收的 MIMO-OFDM 系统进行仿真。载波频率为 3.5GHz,系统带宽为 20MHz,多普勒频移为 50Hz,每个 OFDM 子载波数为 128。在发送端对所有的子载波采用 QPSK 调制,并采用分层空时编码,每个子信道都按照 6 径瑞利信道建模,其采样间隔为 50ns。系统每帧发送 10 个 OFDM 符号,系统仿真共发送 10 帧数据。

图 1 和图 2 为本文算法与基于最佳训练序列 LS 时域算法、LS 频域算法和 MMSE 算法的 MSE 和 BER 性能曲线。从图中可以看出,LS 频域算法性能最差,MMSE 性能最好。但是 MMSE 算法过于复杂,不适用于实际系统。本文算法和 LS 时域算法的 MSE 和 BER 曲线均保持一致,说明本文算法与 LS 时域算法具有同样优秀的性能。而且与 LS 时域算法相比,本文算法整个估计过程均在时域内完成,不用将接收端的数据经傅里叶变换到频域。同时,本文算法不需要用矩阵

求逆等复杂度较高的计算,只需要进行一定量的相关运算即可,所以计算复杂度小。

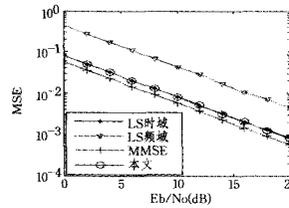


图 1 MSE 性能曲线

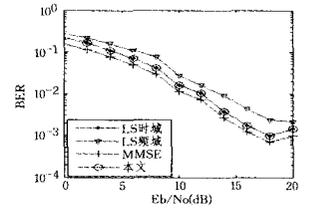


图 2 BER 性能曲线

结束语 本文给出了一种适合于 MIMO-OFDM 系统的信道估计方法。详细地说明了使用的代价函数和训练序列的构造方法,利用训练序列良好的时域相关特性可以简便精确地估计出信道的冲击响应。从理论分析和计算机仿真的结果可以看出,本文算法与使用最佳训练序列的 LS 时域估计方法具有相当的估计精度。同时,本文算法不需要进行时域和频域变换,也不需要进行矩阵求逆等复杂运算,只需要一定数量的相关运算,计算复杂度进一步降低,硬件实现方便,适用于实际中的 MIMO-OFDM 系统。

参考文献

- [1] Sampath H, Talwar S, Tellado J, et al. A fourth generation MIMO-OFDM broadband wireless system; design, performance, and field trial results[J]. IEEE Commun. Magazine, 2002, 40(9): 143-149
- [2] Li Ye, Seshadri, Ariyavistakul S. Channel estimation for OFDM system with transmitter diversity in mobile wireless channel[J]. IEEE JSAC, 2002, 17(3): 451-460
- [3] Li Y G. Simplified channel estimation for OFDM systems with multiple transmit antennas[J]. IEEE J. Select. Areas Commun., 2002, 1(1): 67-75
- [4] Jeon W G, Paik K H, Cho Y S. An efficient channel estimation technique for OFDM systems with transmitter diversity[J]. IEICE Trans. Commun., 2001(E84-B): 967-974
- [5] Yi Gong, Letaief K B. Low complexity channel estimation for space-time coded wideband OFDM systems[A]//IEEE VTC'01 Fall, Vol. 2[C]. Atlantic City: IEEE, 2001: 772-776
- [6] Zhang Zhong-shan, Zhang Wei, Tellambura C. MIMO-OFDM channel estimation in the presence of frequency offsets[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(6): 2320-2330
- [7] Chu D C. Polyphase codes with good periodic correlation properties[J]. IEEE Trans on. Information Theory, 1972, 18, : 531-532

(上接第 68 页)

- [5] Liu Xing-bin, Wang Mo-ran, Meng Ji'an, et al. Minimum entrapment dissipation principle for the optimization of transport networks [J]. International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation, 2010, 11: 113-120
- [6] Tian Bei-bei, Li Qing, Zhou Mei-lian. Simulation of cellular automata for virus propagation of complex networks [J]. Computer Engineering, 2008, 34(23): 278-282
- [7] Simonsen I, Buzna L, Peters K, et al. Transient dynamics in-

creasing network vulnerability to cascading failures [J]. Phys. Rev. Lett., 2009, 100(21): 218701-1-218701-4

- [8] Zhang Yi, Liu Yu-hua, Xu Kai-hua, et al. Modeling of scale-free network based on pagerank algorithm[C]//ICFCC 2010. Wuhan, China; IEEE Computer Society. May 2010; V3-778-782
- [9] 张翼, 刘玉华, 许凯华, 等. 一种基于互信息的复杂网络节点重要性评估方法[J]. 计算机科学, 2011, 38(6): 88-89
- [10] Ash J, Newth D. Optimizing complex networks for resilience against cascading failure [J]. Physical A, 2009(380): 673-683