P-集合与它的动态等价类特征

张景晓[1] 徐凤生[1] 史开泉[1,2]

(德州学院数学系 德州 253023)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

摘 要 P-集合(packet sets)是把动态特性引入到有限普通集合(Cantor set)内，以改进有限普通集合而提出的。P-集合具有动态特性。P-集合是由内P-集合 $X^{\overline{F}}$ (internal packet set $X^{\overline{F}}$)与外P-集合 X^F(outer packet set X^F)构成的集合对。利用P-集合，提出内P-等价类、外P-等价类、P等价类的概念；给出P-等价类还原定理、内P-等价类离散区间内点定理、外P-等价类离散区间外点定理、P-等价类离散区间子区间定理、P-等价类辨识准则；利用这些结果给出P-等价类在未知信息搜索-辨识中的应用。结果表明，P-集合与普通集合之间存在交叉、渗透空间，一些新结果潜藏在这个空间中。

关键词 P-集合，P-等价类，内点定理，外点定理，子区间定理，应用

中图法分类号 O144，TP18 **文献标识码** A

P-sets and its Dynamic Equivalence Classes Characteristics

ZHANG Jing-xiao[1] XU Feng-sheng[1] SHI Kai-quan[1,2]

(Department of Mathematics Sciences, Dezhou University, Dezhou 253023, China)[1]

(School of Mathematics and System Science, Shandong University, Jinan 250100, China)[2]

Abstract By embedding the dynamic characteristics into the finite Cantor set and improving it, P-sets were proposed. P-sets have dynamic characteristics. P-sets are a pair of sets composed of internal P-set $X^{\overline{F}}$ (internal packet set $X^{\overline{F}}$) and outer p-set X^F(outer packet set X^F). By using P-sets, the concepts of internal P-equivalence classes, outer P-equivalence classes and P-equivalence classes were presented. The theorems were obtained such as the P-equivalence classes reduction theorem, the internal point theorem of internal P-equivalence classes discrete interval, the external point theorem of outer P-equivalence classes discrete interval, the subinterval theorem of internal P-equivalence classes discrete interval, and P-equivalence classes identification criterion. Using these results, the applications of P-equivalence classes in searching-identification about unknown information were given. The paper shows that there are overlapping and osmosis spaces between P-sets and cantor sets, and some new results are hidden in them.

Keywords P-sets, P-equivalence classes, Internal point theorem, External point theorem, Subinterval theorem, Application

1 引言

文献[1,2]提出P-集合(packet sets)，其将动态特性引入到有限普通集合 X(Cantor set X)内，以改进有限普通集合 X。P-集合是由内P-集合 $X^{\overline{F}}$(internal packet set $X^{\overline{F}}$)与外P-集合 X^F(outer packet set X^F)构成的集合对；或者$(X^{\overline{F}},X^F)$是P-集合。P-集合具有动态特性，它在一类信息系统中获得了多个应用[3-26]。有限普通集合 X 是P-集合的基集(基础集合)，α 是 X 的属性集合。在P-集合中潜藏着一个重要概念，这个概念在文献[1-26]中没有给出讨论，这个概念是若属性集合 α 被定义成 X 上的一个二元关系，则有 1) $\forall x_i\in X$, $x_i\alpha x_i$；2) $\forall x_i,x_j\in X$, $x_i\alpha x_j\Rightarrow x_j\alpha x_i$；3) $\forall x_i,x_j,x_k\in X$, $x_i\alpha x_j, x_j\alpha x_k\Rightarrow x_i\alpha x_k$。显然，$\alpha$ 是 X 上的一个等价关系，X 是一个等价类，或者 $X=[x]$。内P-集合 $X^{\overline{F}}$ 是一个等价类，$X^{\overline{F}}=[x]^{\overline{F}}$，外P-集合 X^F 是一个等价类，$X^F=[x]^F$。在 $X^{\overline{F}}$ 中，1) $\forall x_i\in X^{\overline{F}}$, $x_i\alpha^F x_i$；2) $\forall x_i,x_j\in X^{\overline{F}}$, $x_i\alpha^F x_j\Rightarrow x_j\alpha^F x_i$；3) $\forall x_i,x_j,x_k\in X^{\overline{F}}$, $x_i\alpha^F x_j, x_j\alpha^F x_k\Rightarrow x_i\alpha^F x_k$。$\alpha^F$ 是 $X^{\overline{F}}$ 的属性集合。在 X^F 中，1) $\forall x_i\in X^F$, $x_i\alpha^{\overline{F}} x_i$；2) $\forall x_i,x_j\in X^F$, $x_i\alpha^{\overline{F}} x_j\Rightarrow x_j\alpha^{\overline{F}} x_i$；3) $\forall x_i,x_j,x_k$, $x_i\alpha^{\overline{F}} x_j$, $x_j\alpha^{\overline{F}} x_k\Rightarrow x_i\alpha^{\overline{F}} x_k$，$\alpha^{\overline{F}}$ 是 X^F 的属性集合。等价类$[x]^{\overline{F}}$，$[x]^F$ 具有了动态特性。利用P-集合的结构与动态特性，本文给出P-集合生成的动态等价类特征，提出动态等价类生成定理，利用这些结果，给出动态等价类在信息系统中的应用。

到稿日期：2011-06-16 返修日期 2011-08-16 本文受山东省自然科学基金(ZR2010AL019)，山东省科技攻关计划项目(2009GG20001029)资助。

张景晓(1957－)，男，教授，主要研究方向为代数学与系统理论及其应用，E-mail：zhangjingxiao2004@yahoo.com.cn；徐凤生(1965－)，男，教授，主要研究方向为粗糙集理论与应用、信息系统与信息识别理论与应用；史开泉(1945－)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为信息系统理论与应用，E-mail：shikq@sdu.edu.cn(通信作者)。

为了便于讨论，又保持本文内容的完整，把 P-集合的结构简单地引入到本文的第 2 节内，作为本文讨论的预备概念，P-集合的更多概念、特征见文献[1-26]。

2 P-集合与它的结构

约定 1 U 是有限元素论域，V 是有限属性论域，X 是 U 上的有限非空普通集合，α 是 V 上的有限属性集合；$F=\{f_1, f_2, \cdots, f_n\}$，$\overline{F}=\{\overline{f}_1, \overline{f}_2, \cdots, \overline{f}_m\}$ 是元素迁移族；$\forall f_i \in F$，$\forall \overline{f}_i \in \overline{F}$ 是元素迁移；$\forall f_i \in F$ 与 $\forall \overline{f}_i \in \overline{F}$ 的特征，见文献[1,2,4]。

2008 年，文献[1,2]给出：

给定集合 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_q\} \subset U$，$\alpha=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合，称 $X^{\overline{F}}$ 是 X 生成的内 P-集合(internal packet set $X^{\overline{F}}$)，简称 $X^{\overline{F}}$ 是内 P-集合，而且

$$X^{\overline{F}}=X-X^- \tag{1}$$

X^- 称作 X 的 $\overline{F}$-元素删除集合，而且

$$X^-=\{x \mid x \in X, \overline{f}(x)=u \overline{\in} X, \overline{f} \in \overline{F}\} \tag{2}$$

如果 $X^{\overline{F}}$ 的属性集合 α^F 满足

$$\alpha^F=\alpha \cup \{\alpha' \mid f(\beta)=\alpha' \in \alpha, f \in F\} \tag{3}$$

式中，$\beta \in V, \beta \overline{\in} \alpha$；$f \in F$ 把 β 变成 $f(\beta)=\alpha' \in \alpha$；$X^{\overline{F}} \neq \phi$。式(1)中 $X^{\overline{F}}=\{x_1, x_2, \cdots, x_p\}$，$p \leqslant q$；$p, q \in \mathbf{N}^+$。

给定集合 $X=\{x_1, x_2, \cdots, x_q\} \subset U$，$\alpha=\{\alpha_1, \alpha_2, \cdots, \alpha_k\} \subset V$ 是 X 的属性集合，称 X^F 是 X 生成的外 P-集合(outer packet set X^F)，简称 X^F 是外 P-集合，而且

$$X^F=X \cup X^+ \tag{4}$$

X^+ 称作 X 的 F-元素补充集合，而且

$$X^+=\{u \mid u \in U, u \overline{\in} X, f(u)=x' \in X, f \in F\} \tag{5}$$

如果 X^F 的属性集合 $\alpha^{\overline{F}}$ 满足

$$\alpha^{\overline{F}}=\alpha-\{\beta_i \mid \overline{f}(\alpha_i)=\beta_i \overline{\in} \alpha, \overline{f} \in \overline{F}\} \tag{6}$$

式中，$\alpha_i \in \alpha$，$\overline{f} \in \overline{F}$ 把 α_i 变成 $\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i \overline{\in} \alpha$；$\alpha^{\overline{F}} \neq \phi$；式(4)中 $X^F=\{x_1, x_2, \cdots, x_r\}$，$q \leqslant r$；$q, r \in \mathbf{N}^+$。

由内 P-集合 $X^{\overline{F}}$ 与外 P-集合 X^F 构成的集合对，称作有限普通集合 X 生成的 P-集合(packet sets)，简称 P-集合，而且

$$(X^{\overline{F}}, X^F) \tag{7}$$

X 称作 P-集合$(X^{\overline{F}}, X^F)$的基集合(ground set)。

由式(3)得到

$$\alpha_1^F \subseteq \alpha_2^F \subseteq \cdots \subseteq \alpha_{n-1}^F \subseteq \alpha_n^F \tag{8}$$

满足(8)的内 P-集合 $X^{\overline{F}}$ 是

$$X_n^{\overline{F}} \subseteq X_{n-1}^{\overline{F}} \subseteq \cdots \subseteq X_2^{\overline{F}} \subseteq X_1^{\overline{F}} \tag{9}$$

由(6)式得到

$$\alpha_n^{\overline{F}} \subseteq \alpha_{n-1}^{\overline{F}} \subseteq \cdots \subseteq \alpha_2^{\overline{F}} \subseteq \alpha_1^{\overline{F}} \tag{10}$$

满足式(10)的外 P-集合 X^F 是

$$X_1^F \subseteq X_2^F \subseteq \cdots \subseteq X_{n-1}^F \subseteq X_n^F \tag{11}$$

利用式(9)、式(11)得到 P-集合的一般表达式为

$$\{(X_i^{\overline{F}}, X_j^F) \mid i \in I, j \in J\} \tag{12}$$

式中，I, J 是指标集(index set)，式(12)是 P-集合的集合对族的形式。

3 P-等价类与它的生成

约定 2 为了符号的统一，第 2 节中的符号 $X, X^{\overline{F}}, X^F$ 在第 3、4 节的讨论中分别记作$[x]$，$[x]^{\overline{F}}$，$[x]^F$；或者 $X=[x]$，$X^{\overline{F}}=[x]^{\overline{F}}$，$X^F=[x]^F$。

定义 1 $[x]$称作 P-集合$(X^{\overline{F}}, X^F)$的基集 X 生成的等价类，如果 X 具有属性集合 α。

定义 2 $[x]^{\overline{F}}$ 称作内 P-集合 $X^{\overline{F}}$ 生成的内 P-等价类，如果 $X^{\overline{F}}$ 具有属性集合 α^F。

定义 3 $[x]^F$ 称作外 P-集合 X^F 生成的外 P-等价类，如果 X^F 具有属性集合 $\alpha^{\overline{F}}$。

定义 4 由内 P-等价类$[x]^{\overline{F}}$、外 P-等价类$[x]^F$ 构成的等价类对，称作 P-集合生成的 P-等价类，即

$$([x]^{\overline{F}}, [x]^F) \tag{13}$$

定义 5 称

$$\{([x]_i^{\overline{F}}, [x]_j^F) \mid i \in I, j \in J\} \tag{14}$$

是 P-集合生成的 P-等价类族。

定义 6 由 $\eta_k^{\overline{F}}$，η_λ^F 构成的数对，称作 P-等价类$([x]_k^{\overline{F}}$，$[x]_\lambda^F)$的动态系数，而且

$$(\eta_k^{\overline{F}}, \eta_\lambda^F) \tag{15}$$

$\eta_k^{\overline{F}}$，η_λ^F 分别称作内 P-等价类$[x]_k^{\overline{F}}$ 的动态系数与外 P-等价类$[x]_\lambda^F$ 的动态系数，而且

$$\eta_k^{\overline{F}}=\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})/\mathrm{card}([x]) \tag{16}$$

$$\eta_\lambda^F=\mathrm{card}([x]_\lambda^F)/\mathrm{card}([x]) \tag{17}$$

式中，card=cardinal number。显然，普通等价类$[x]$的动态系数 $\eta=\mathrm{card}([x])/\mathrm{card}([x])=1$。

这里指出：定义 1—定义 3 给出一个事实，即因为 P-集合的基集 X 具有属性集合 α，若把 α 看作 X 上的一个二元关系，则

1) $\forall x_i \in X, x_i \alpha x_i$

2) $\forall x_i, x_j \in X, x_i \alpha x_j \Rightarrow x_j \alpha x_i$

3) $\forall x_i, x_j, x_k \in X, x_i \alpha x_j, x_j \alpha x_k \Rightarrow x_i \alpha x_k$

X 是一个等价类$[x]$，$X=[x]$。这个事实在经典数学中可以找到。

由定义 1—定义 6 得到：

命题 1 内 P-等价类$[x]^{\overline{F}}$，外 P-等价类$[x]^F$ 具有动态特征，反之亦真。

命题 2 普通等价类$[x]$是 P-等价类$([x]^{\overline{F}}, [x]^F)$的特例，P-等价类$([x]^{\overline{F}}, [x]^F)$是普通等价类$[x]$的一般形式。

命题 3 内 P-等价类构成一个内 P-等价类族，而且

$$\{[x]_i^{\overline{F}} \mid i \in I\} \tag{18}$$

命题 4 外 P-等价类构成一个外 P-等价类族，而且

$$\{[x]_j^F \mid j \in J\} \tag{19}$$

式(18)、式(19)中的 I, J 是指标集。

利用定义 1—定义 6、命题 1—命题 4 得到：

定理 1(内 P-等价类与普通等价类关系定理) 若 $\overline{F}=\phi$，则内 P-等价类$[x]^{\overline{F}}$ 与普通等价类$[x]$满足

$$[x]^{\overline{F}}_{\overline{F}=\phi}=[x] \tag{20}$$

定理 2(外 P-等价类与普通等价类关系定理) 若 $F=\phi$，则外 P-等价类$[x]^F$ 与普通等价类$[x]$满足

$$[x]^F_{F=\phi}=[x] \tag{21}$$

定理 3(P-等价类第一还原定理)　若 $F=\overline{F}=\phi$,则 P-等价类($[x]^{\overline{F}}$,$[x]^{F}$)与普通等价类$[x]$满足

$$([x]^{\overline{F}},[x]^{F})_{F=\overline{F}=\phi}=[x] \tag{22}$$

定理 4(P-等价类第二还原定理)　若 $F=\overline{F}=\phi$,则 P-等价类($[x]^{\overline{F}}$,$[x]^{F}$)与普通等价类$[x]$满足

$$\{([x]_i^{\overline{F}},[x]_j^{F})\mid i\in I,j\in J\}_{F=\overline{F}=\phi}=[x] \tag{23}$$

定理 1—定理 4 的证明由 2 节中式(1)—式(12)以及第 3 节中的式(13)、式(14)直接得到,证明略。

定理 3、定义 4 指出:P-等价类丢失了动态特性,P-等价类就是普通等价类。

4　P-等价类动态特征定理

定理 5(内 P-等价类离散区间内点定理)　$[x]_k^{\overline{F}}$ 是内 P-等价类的充分必要条件是$[x]_k^{\overline{F}}$ 的动态系数 $\eta_k^{\overline{F}}$ 是离散区间(0,1)的一个内点;或者

$$\eta_k^{\overline{F}}\in(0,1) \tag{24}$$

式中,离散区间(0,1)由数 0 与 $\eta=\mathrm{card}([x])/\mathrm{card}([x])=1$ 构成。

证明(必要性):若$[x]_k^{\overline{F}}$ 是内 P-等价类,则必有$[x]_k^{\overline{F}}\subset[x]$,从而 $\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})<\mathrm{card}([x])$,因此$[x]_k^{\overline{F}}$ 的动态系数 $\eta_k^{\overline{F}}=\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})/\mathrm{card}([x])<1$,满足 $\eta_k^{\overline{F}}\in(0,1)$。

(充分性):若$[x]_k^{\overline{F}}$ 的动态系数 $\eta_k^{\overline{F}}$ 是离散区间(0,1)的一个内点,故有 $0<\eta_k^{\overline{F}}<1$,即 $0<\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})/\mathrm{card}([x])<1$,所以 $[x]_k^{\overline{F}}\subset[x]$,又因为$[x]$是由基集 X 生成的等价类,且 X 具有属性集合 α,$X^{\overline{F}}$ 具有属性集合 α^F,由内 P-等价类的定义可知,$[x]_k^{\overline{F}}$ 是由内 P-集合 $X^{\overline{F}}$ 生成的内 P-等价类。

定理 6(外 P-等价类离散区间外点定理)　$[x]_\lambda^{F}$ 是外 P-等价类的充分必要条件是$[x]_\lambda^{F}$ 的动态系数 η_λ^{F} 是离散区间(0,1)的一个外点;或者

$$\eta_\lambda^{F}\overline{\in}(0,1) \tag{25}$$

证明与定理 5 类似,略。

定理 7(P-等价类离散区间子区间定理)　若($[x]_k^{\overline{F}}$,$[x]_\lambda^{F}$)是 P-等价类,则 P-等价类($[x]_k^{\overline{F}}$,$[x]_\lambda^{F}$)的动态系数构成的离散区间$[\eta_k^{\overline{F}},\eta_\lambda^{F}]$是$(0,\sigma)$的一个子区间;或者

$$[\eta_k^{\overline{F}},\eta_\lambda^{F}]\subset(0,\sigma) \tag{26}$$

式中,$\sigma=\mathrm{card}([u])/\mathrm{card}([x])$,$U=[u]$,$U$ 是元素论域。

证明:若($[x]_k^{\overline{F}}$,$[x]_\lambda^{F}$)是 P-等价类,则必有 $\phi\neq[x]_k^{\overline{F}}\subset[x]\subset[x]_\lambda^{F}$,即 $0<\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})<\mathrm{card}([x])<\mathrm{card}([x]_\lambda^{F})$,因此,$0<\eta_k^{\overline{F}}=\mathrm{card}([x]_k^{\overline{F}})/\mathrm{card}([x])<\eta_\lambda^{F}=\mathrm{card}([x]_\lambda^{F})/\mathrm{card}([x])<\mathrm{card}([u])/\mathrm{card}([x])=\sigma$,故$[\eta_k^{\overline{F}},\eta_\lambda^{F}]\subset(0,\sigma)$。

利用第 3、4 节中的结果得到内 P-等价类辨识的属性准则为

$[x]^*$是$[x]$的一个内 P-等价类,$[x]$的属性集合 α 内一定被补充了部分属性;$[x]^*=[x]$。

外 P-等价类辨识的属性准则为

$[x]^\circ$是$[x]$的一个外 P-等价类,$[x]$的属性集合 α 内一定被删除了部分属性;$[x]^\circ=[x]$。

P-等价类辨识的属性准则为

($[x]^*$,$[x]^\circ$)是$[x]$的一个 P-等价类,$[x]$的属性集合 α 内一定被补充了部分属性,同时被删除了另一部分属性;($[x]^*$,$[x]^\circ$)=($[x]^{\overline{F}}$,$[x]^{F}$)。

5　动态等价类在未知信息搜索-辨识中的应用

约定 3　第 3、4 节中的内 P-等价类$[x]^{\overline{F}}$,在本节中称作内 P-信息$[x]^{\overline{F}}$,$\forall x_k\in[x]^{\overline{F}}$ 称作信息元。本节只给出内 P-信息$[x]^{\overline{F}}$在未知信息搜索-辨识中的应用。为了通俗,易于接受给出的讨论,应用例子取自风险投资系统,例子中的数据取自财政年报。A 是山东省德州市某集团公司,$x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8$ 是 A 的子公司。因为商业秘密原因,集团公司 A,子公司 $x_k\in A$ 的名称,略;子公司 x_k 的数据(年利润)是 x_k 的真实数据(年利润)经技术方法处理后得到的(见表 1 与表 2),它不影响例子的分析。集团公司 A 用信息$[x]$表示,子公司 x_k 是$[x]$的信息元;α 是$[x]$的属性集合,而且

$$[x]=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\} \tag{27}$$

$$\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3\} \tag{28}$$

式(28)中,α_1=市场份额,等;表 1 给出$[x]$与 x_k 在 2008 年 1 月—6 月的数据(利润分布)。

表 1　$[x]=\{x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7,x_8\}$的数据 y_k 的数据分布,$k=1,2,\cdots,8$

$[x]$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
y	1.70	1.41	1.83	1.79	1.64	1.28	1.93	1.19

表 1 中,$y_k\in y$ 是 $x_k\in[x]$的数据,$y=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5,y_6,y_7,y_8\}=\{1.70,1.41,1.83,1.79,1.64,1.28,1.93,1.19\}$是$[x]$的数据集合。表 1 是信息$[x]$在 2008 年 1 月—6 月的数据状态(利润状态)。

2008 年下半年,全球性的金融危机爆发,金融危机的风暴冲击了集团公司 A,一些不被人们事先知道的、突发性的属性(市场特征)β_1,β_2 侵入到$[x]$的属性集合 α 内,式(28)中的属性集合 α 变成

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\beta_1,\beta_2\}=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta_1,\beta_2\} \tag{29}$$

在式(29)的条件下,表 1 变成表 2,表 2 是$[x]^{\overline{F}}$与 x_k 在 2009 年 1 月—6 月的数据(利润)分布。式(29)中的 β_1=合同被取消,β_2=资金链断裂。

表 2　$[x]^{\overline{F}}=\{x_1,x_3,x_4,x_7\}$的数据 y_k 的数据分布,$k=1,3,4,7$

$[x]^{\overline{F}}$	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8
$y^{\overline{F}}$	1.43	—	1.68	1.27	—	—	1.56	—

表 2 中,$y_k\in y^{\overline{F}}$ 是 $x_k\in[x]^{\overline{F}}$ 的数据,$y^{\overline{F}}=\{y_1,y_3,y_4,y_7\}=\{1.43,1.68,1.27,1.56\}$是$[x]^{\overline{F}}$的数据集合。表 2 中的"—"表示"负数据与零数据"(负利润或零利润)。表 2 是信息$[x]$在 2009 年 1 月—6 月的数据状态(利润状态)。

表 1、表 2 指出:因为式(29)的存在,信息元 x_k,$k=2,5,6,8$ 从$[x]$内被删除;表 2 中的数据 $y_{1(2)},y_{3(2)},y_{4(2)},y_{7(2)}$ 与表 1 中的数据 $y_{1(1)},y_{3(1)},y_{4(1)},y_{7(1)}$ 分别满足 $y_{1(2)}<y_{1(1)}$,$y_{3(2)}<y_{3(1)}$,$y_{4(2)}<y_{4(1)}$,$y_{7(2)}<y_{7(1)}$。

事实上,表 2 中的$[x]^{\overline{F}}$是$[x]$生成的内 P-等价类,因为属性 β_1,β_2 入侵属性集合 α;或者,属性集合 α 变成α^F,$\alpha\subset\alpha^F$;内 P-等价类$[x]^{\overline{F}}$存在,$[x]^{\overline{F}}\subset[x]$。$[x]^{\overline{F}}$的动态系数 $\eta^{\overline{F}}$ 满足

定理 5；利用 4 中的内 P-等价类辨识的属性准则得到，因为 $[x]$ 的属性集合 α 内被补充了属性 β_1,β_2，$[x]^{\overline{F}}$ 从 $[x]$ 内被搜索-发现。显然，在 β_1,β_2 未被补充到 α 内时，$[x]^{\overline{F}}$ 潜藏在 $[x]$ 内，$[x]^{\overline{F}}$ 不被人们事先知道；换句话说，在 β_1,β_2 未被补充到 α 内时，人们不能事先知道 x_2,x_5,x_6,x_8 从 $[x]$ 内被删除。$[x]^{\overline{F}}$ 与 $[x]$ 满足

$$IDE([x]^{\overline{F}},[x]) \tag{30}$$

式中，IDE＝identification。

例子的实际意义是在风险属性（市场特征）β_1,β_2 入侵的条件下，集团公司 A 的子公司 x_2,x_5,x_6,x_8 被关闭，在 α^F 的条件下，x_2,x_5,x_6,x_8 是"负利润或零利润" 状态。

内 P-信息搜索-辨识认证

因为金融危机效应的滞后性，表 2 中 $[x]^{\overline{F}}$ 的状态（数据）被集团公司的财务年报证实。

结束语 P-集合是一个动态模型，它来自有限普通集合 X 的属性集合 α 的变化；或者，在属性集合内补充一些属性，同时又删除另外一些属性，有限普通集合变成集合对 $(X^{\overline{F}},X^F)$，$(X^{\overline{F}},X^F)$ 是 P-集合，这是一个有趣的、重要的发现。在这之前，人们的一般认识是集合是一个定义（或者是一个概念），一个定义有什么可研究的？事实并非如此。从文献[1-26]给出的研究容易得到，一个原创性的研究，往往从基本概念中得到。换句话说，新的学术思想潜藏在已有的概念中，P-集合的众多文献给出这个认识的佐证。事实上，有限普通集合只是集合的概念的一种表示形式。利用有限普通集合概念认识具有动态特征的信息系统，已显得力不从心；或者，利用有限普通集合概念，不能认识信息系统的动态本质，原因是有限普通集合具有"静态特征"。

人们自然要问 P-集合与普通数学中的概念是否又联系？或者，利用 P-集合认识普通数学（数学分析，离散数学）中的概念，我们能够得到什么？本文给出这些问题的讨论：P-集合 $(X^{\overline{F}},X^F)$ 的基集 X（基础集合 X）就是普通数学中的普通等价类 $[x]$，P-集合 $(X^{\overline{F}},X^F)$ 是 P-等价类 $([x]^{\overline{F}},[x]^F)$；P-等价类 $([x]^{\overline{F}},[x]^F)$ 是把动态特性引入到普通等价类 $[x]$ 中得到的。显然，P-集合与普通数学中的概念存在交叉、结合点。本文给出的讨论，仅是 P-集合与普通数学中的概念交叉、结合的一个开始。或许一些原创性的结果在这种交叉、结合中被发现，对此有兴趣的年轻学者们，不妨试一试。

本文利用内 P-信息 $[x]^{\overline{F}}$（或内 P-集合 $X^{\overline{F}}$），给出一个简单而又通俗的例子，这个例子告诉人们利用内 P-信息 $[x]^{\overline{F}}$ 能够去搜索-辨识不被人们事先知道的未知信息。为了便于接受，启迪读者，例子取自被人们司空见惯的经济系统。本文的例子，稍加改进、扩展，便可应用到信息系统其他研究领域中。

参 考 文 献

[1] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报：理学版，2008，43(11)：77-84

[2] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2009，9(2)：209-219

[3] 史开泉. P-集合与它的应用特征[J]. 计算机科学，2010，37(8)：1-8

[4] Shi Kai-quan，Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its application[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：157-167

[5] 张丽，崔玉泉，史开泉. 外 P-集合与数据内-恢复[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(6)：1233-1238

[6] 张飞，陈萍，张丽. P-集合的 P-分离与应用[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(3)：18-22

[7] 史开泉，张丽. 内 P-集合与数据外-恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2009，44(4)：8-14

[8] Zhang Li，Cui Yu-quan. Outer P-Sets and data internal recovery[J]. An Intern-ational Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：189-199

[9] Zhang Li，Xiu Ming，Shi Kai-quan. P-Sets and applications of internal-outer data Circle[J]. Quantitative Logic and Soft Computing，2010，1(2)：581-592

[10] Li Yu-ying，Zhang Li，Shi Kai-quan. Generation and Recovery of Compr-essed data and Redundant data[J]. Quantitative Logic and Soft Computing，2010，1(2)：661-672

[11] Xiu Ming，Shi Kai-quan，Zhang Li. P-Sets and-F-data Selection-Discovery [J]. Quantitative Logic and Soft Computing，2010，1(2)：791-800

[12] 周玉华，张冠宇，张丽. 内-外数据圆与动态数据-恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(8)：21-26

[13] Lin Hong-kang，Li Yu-ying. P-Sets and its P-Separation theorems[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：209-215

[14] 周玉华，张冠宇，史开泉. P-集合与双信息规律生成[J]. 数学的实践与认识，2010，40(13)：71-80

[15] Wang Yang，Geng Hong-qin，Shi Kai-quan. The mining of dynamic inform-ation based on P-Sets and its application[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：234-240

[16] Zhang Guan-yu，Li En-zhong. Information gene and identification of its information Knock-out/Knock-in[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：308-315

[17] Huang Shun-liang，Wang Wei，Geng Dian-you. P-Sets and its internal P-memory Characteristics[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：216-222

[18] Liu Ji-qin. P-Probabilities and its application [J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications，2010，10(2)：200-222

[19] 张冠宇，周厚勇，史开泉. P-集合与双 P-数据恢复-辨识[J]. 系统工程与电子技术，2010，32(9)：1919-1924

[20] 于秀清. P-集合的识别与筛选[J]. 山东大学学报：理学版，2010，45(1)：94-98

[21] 汤积华，陈保会，史开泉. P-集合与(-F，F)数据生成-辨识[J]. 山东大学学报：理学版，2009，44(11)：83-92

[22] 李豫颖，谢维奇，史开泉. -F-残缺数据的辨识与恢复[J]. 山东大学学报：理学版，2009，45(9)：57-64

[23] 刘若慧，刘保仓，史开泉. 外 P-集合与 F-信息伪装[J]. 系统工程与电子技术，2011，33(1)：116-119

[24] 耿红琴，张冠宇，史开泉. F-信息伪装与伪装-还原辨识[J]. 计算机科学，2011，38(2)：241-245

[25] 汪洋，张冠宇，史开泉. P-集合与-F-记忆信息特征-应用[J]. 计算机科学，2011，38(2)：246-249

[26] 于秀清. P-集合与 F-外嵌入信息辨识-发现[J]. 计算机科学，2011，38(2)：250-253