

基于谱聚类的多阈值图像分割方法

邹小林^{1,2,3} 陈伟福^{1,3} 冯国灿^{1,3} 刘志勇^{1,3,4} 汤鑫^{1,3}

(中山大学数学与计算科学学院 广州 510275)¹ (肇庆学院数学与信息科学学院 肇庆 526061)²
(广东省计算科学重点实验室 广州 510275)³ (深圳职业技术学院工业中心 深圳 518055)⁴

摘要 阈值法是图像分割的一种重要方法,在图像处理与目标识别中广为应用。因此,如何确定阈值是图像分割的关键。提出了一种新的图像阈值分割方法,即通过采用新的相似度函数的谱聚类算法(Dcut)确定图像阈值。采用基于灰度级的权值矩阵代替常用的基于图像像素级的权值矩阵描述图像像素的关系,因而算法需要的存储空间及实现的复杂性与其它基于图的图像分割方法相比大大减少。实验表明,该方法分割图像的时间少,且能够单阈值和多阈值分割图像,与现有的阈值分割方法相比,其具有更为优越的分割性能。

关键词 图像阈值分割,多阈值,谱聚类,Dcut

中图分类号 TP391 文献标识码 A

Image Segmentation of Multilevel Thresholding Based on Spectral Clustering

ZOU Xiao-lin^{1,2,3} CHEN Wei-fu^{1,3} FENG Guo-can^{1,3} LIU Zhi-yong^{1,3,4} TANG Xin^{1,3}

(School of Mathematics and Computational Sciences, Sun Yat-sen University, Guangzhou 510275, China)¹

(School of Mathematics and Information Sciences, Zhaoqing University, Zhaoqing 526061, China)²

(Guangdong Province Key Laboratory of Computational Science, Guangzhou 510275, China)³

(Industry Centre, Shenzhen Polytechnic, Shenzhen 518055, China)⁴

Abstract The thresholding is an important form of image segmentation and is used in many applications that involve image processing and object recognition. Thus, it is crucial to how to acquire a threshold of image segmentation. A novel multilevel thresholding algorithm was presented in order to improve image segmentation performance at lower computational cost. The proposed algorithm determines the thresholdings by spectral clustering algorithm called Dcut that uses a new similarity function. The weight matrices used in evaluating the graph cuts are based on the gray levels of an image, rather than the commonly used image pixels. For most images, the number of gray levels is much smaller than the number of pixels. Therefore, proposed algorithm occupies much smaller storage space and requires much lower computational costs and implementation complexity than other graph-based image segmentation algorithms. A large number of examples were presented to show the superior performance by using the proposed multilevel thresholding algorithm compared to existing thresholding algorithms.

Keywords Image thresholding segmentation, Multilevel thresholding, Spectral clustering, Dcut

1 引言

图像分割在模式识别和计算机视觉中常常是关键步骤之一。阈值分割是一种简单、快速、有效的图像分割技术,因此它常用且实用。阈值分割是从一个图像的直方图中自动找到一个或多个阈值,将图像划分为具有类似灰度级的两个或多个区域^[1-4]。多阈值分割问题可转化为一系类单阈值分割问题,但这需要在全灰度范围内搜索最佳门限组合,很耗时,难于实际应用。本文采用谱聚类算法(Dcut)自动获取直方图的最佳门限组合,实现多阈值图像分割,提高处理速度。

近年来,谱聚类算法作为一种新型工具应用与图像分割,

基本思想是将一幅图像对应一个带权图,图的每个节点对应图像的一个像素或区域。连接每两个节点的边的权值表示这两个节点属于同一区域的可能性,权值的大小与两个节点之间的相似性、邻近性以及连续性等相关^[5]。根据图的某种特定划分建立相应的目标函数,求出这些目标函数的最小值(最大值)时就对应图像的一个最佳分组。据此思想,已提出了一些具有代表性的基于图的划分准则:最小割(MinCut)^[6]、正则割(Ncut)^[7]、比率割(Rcut)^[8]、极小极大割(MCut)^[9]及判别割(Dcut)^[10]等。

基于像素级的谱聚类算法分割图像通常具有较高的复杂性,实时性较差。基于此原因,提出了一种采用新的相似度函

到稿日期:2011-04-02 返修日期:2011-06-30 本文受国家自然科学基金项目(60975083,U0835005)资助。

邹小林(1975-),男,博士生,主要研究方向为图像处理与模式识别,E-mail: xiaolinzou@gmail.com;陈伟福(1982-),男,博士生,主要研究方向为流形学习;冯国灿(1962-),男,博士生导师,主要研究方向为图像处理、模式识别与计算机视觉;刘志勇(1975-),男,博士生,主要研究方向为步态识别;汤鑫(1984-),男,博士生,主要研究方向为模式识别。

数的谱聚类算法(Dcut)来确定图像分割阈值。与现有的基于像素级的谱聚类算法分割图像类似,以横坐标表示图像的灰度值(0~255),纵坐标表示图像像素灰度值的频数,于是得到一幅图像的直方图,即256个点(或称为bin)。而连接每两个节点(即bin)的权值反映了这两个bin属于同一类的可能性。因此采用基于图像灰度级的对称相似度矩阵S的尺度为256×256,而文献[7,10]中的对称相似度矩阵S的尺度为N×N(N为图像像素的个数)。算法的基本思想是:根据灰度级相似度矩阵S,利用谱聚类算法Dcut对图像直方图的bin进行分类,根据bin的分类结果获得分割图像的最佳阈值。采用这种方法的一个最大优点是避免了高阶矩阵的特征系统求解问题,因而极大减少了算法的空间和时间复杂度,大大提高了算法的实时性能。

2 谱聚类算法

每个数据样本(如图像的像素)视为图的顶点,样本间的相似度视为顶点间边的权重,于是得到一个基于样本相似度的无向加权图 $G=(V,E,S)$ 。其中节点集合 $V=\{v_1,\dots,v_n\}$, E 是连接节点的边的集合,连接每两个节点的边的权值 s_{ij} ($s_{ij}>0$)衡量节点 v_i 和 v_j 的相似程度, $S=(s_{ij})$ 为对称相似度矩阵。如果将节点集合 V 分成两个独立的子集 A 和 B ,其中 $B=V-A$,那么删除连接 A 和 B 中所有节点的边,就可以得到 A 和 B 之间的分离度,记为割(cut)^[6]:

$$cut(A,B)=\sum_{i\in A,j\in B}s_{ij} \quad (1)$$

Wu和Leahy^[6]基于最小划分准则提出了MinCut,然而MinCut容易划分出图中的孤立点。为了克服这种现象,Shi和Malik^[7]提出Ncut来描述两类间的分离度。Ncut定义如下:

$$Ncut(A,B)=\frac{cut(A,B)}{assoc(A,V)}+\frac{cut(B,A)}{assoc(B,V)} \quad (2)$$

式中, $assoc(A,B)=\sum_{i\in A,j\in V}s_{ij}$ 为 S 中节点与图中所有节点的连接权值的和。Ncut部分满足聚类准则。因此Chen和Feng等^[10]提出了全部满足聚类准则的判别割(Dcut)来描述两类间的分离度。Dcut定义为:

$$Dcut(A,B)=\frac{cut(A,A)}{cut(A,B)+\mu|A|}+\frac{cut(B,B)}{cut(B,A)+\mu|B|} \quad (3)$$

式中, μ 是一个大于零的常数。 $|A|$ 和 $|B|$ 分别表示 A 、 B 两个集合所含节点的个数。最小的Dcut值对应的划分即为图 G 的最优划分。在这种情况下,最小化Dcut转化为:

$$L^{-1}S\xi=\lambda\xi \quad (4)$$

式中, $L=D-S+\mu I$, D 是 n 阶对角矩阵,对角线上的元素为 $d_i=\sum_j s_{ij}$, λ 和 ξ 为对应的特征值和特征向量。

3 Dcut算法及本文方法

3.1 判别割(Dcut)算法

输入:点集 $V=\{v_1,v_2,\dots,v_n\}$, $v_i\in R^D$, R^D 为 D 维实数空间, k 和 σ 为参数。

输出: k 个聚类。

1)定义距离 $d(v_i,v_j)$,计算相似矩阵 $S=(s_{ij})\in R^{n\times n}$,其中 $s_{ij}=\exp(-d^2(v_i,v_j)/2\sigma^2)$ 。

2)计算矩阵 D 、 L 和 W ,其中 $W=L^{-1}S$ 。

3)求矩阵 W 的 k 个最大特征值对应的特征向量 u_1,u_2,\dots,u_k ,设 $U_0=[u_1,u_2,\dots,u_k]$ 。

4)对矩阵 U_0 的每一行进行单位化处理,得矩阵 U 。

5)矩阵 U 的每一行视为 R^k 中的一个点,用 K 均值聚类算法分这些点为 k 类。

6)最后确定原顶点 v_i 属于第 j 类,当且仅当 U 的第 i 行分在第 j 类。

3.2 本文方法

设 $I=[f(i,j)]_{M\times N}$ 是尺度为 $M\times N$ 的一幅图像,其中 $f(i,j)$ ($i=0,1,\dots,M-1;j=0,1,\dots,N-1$)为图像在像素 (i,j) 处的灰度值。设 $L=\{0,1,\dots,255\}$, $P=\{(i,j)|i=0,1,\dots,M-1;j=0,1,\dots,N-1\}$,则 $f(x,y)$ 满足 $f(x,y)\in L,\forall(x,y)\in P$ 。

定义图像的灰度统计直方图频数矩阵 $H=[h(k)](k=0,1,\dots,255)$ 为

$$h(k)=\sum_{i=0}^{M-1}\sum_{j=0}^{N-1}\delta_{ij}(k) \quad (5)$$

式中, $\delta_{ij}(k)=\begin{cases} 1, & \text{if } f(i,j)=k \\ 0, & \text{else} \end{cases}, k=0,1,\dots,255$ 。

定义 $V=\{(k,h(k))|k=0,1,\dots,255\}$ 表示直方图对应二维平面上的点集。设 $v(k)=(k,h(k))$ ($k=0,1,\dots,255$)。如果将 $v(k)$ ($k=0,1,\dots,255$)看作一个节点,每对节点用一条边连接起来,边的权重表示这两个节点属于同一类的可能性,就构建一个带权的无向图 $G=(V,E,S)$ 。定义图 G 中连接两个节点 $v(i)$ 和 $v(j)$ 的边的权值如下:

$$s(v(i),v(j))=\exp(-\min(h(i),h(j))\times(i-j)^2/\sigma^2) \quad (6)$$

式中, σ^2 通过下面方法计算:

设 $F=[F(i,j)]$,其中 $i=0,1,\dots,M-1;j=0,1,\dots,N-1$ 。

$$F(i,j)=\min(h(i),h(j))\times(i-j)^2 \quad (7)$$

$$\sigma^2=K\times\max_{F_{ij}\in F}(F_{ij}) \quad (8)$$

式中, K 为参数。

因此,任意给定一幅图像,通过计算图 G 中所有节点间的权值就构建了基于灰度级权值矩阵 S 。矩阵 S 的尺度固定为 256×256 。而基于像素级的权值矩阵的尺度为 $N\times N$ 。一般情况下,一幅图像的像素个数 N 远远大于256。显然采用基于灰度级的权值矩阵所需的存储空间得到了极大的减少。

求出权值矩阵 S 后采用Dcut算法就可以获得图 G 中的点(即bin)的分类情况,然后根据bin分类情况分割图像。

本文算法步骤:

①采用式(5)计算图像直方图 H 。

②采用式(6)一式(8)计算相似度矩阵 S 和参数 σ^2 。

③采用Dcut算法对集合 V 中的点(即bin)分类。

④根据图像bin的分类结果,获得分割阈值,分割图像。

4 实验结果分析及比较

实验中采用的图像(除一幅合成图像外)来源于美国加州大学伯克利分校的BSDB300图像数据库中的测试集和训练集^[11]。

Sezgin和Sankur^[12]将所有的阈值分割方法根据它们所利用的信息分为6大类型,从中选择3种阈值分割方法,即Kittler方法^[13]、Kapur方法^[14]和Ostu方法^[15]与本文方法进行比较,同时与Tao^[5]提出的基于图谱理论的图像阈值分割方法进行实验比较。

4.1 实验环境

实验中计算机的配置:双核2.93GHz,Intel Core处理器,3.25GB内存,Matlab 7.8.0和C编程。

4.2 单阈值图像分割

单阈值图像分割实验采用文献[11]中的图像。该实验先人工分割每一幅图像,提取图像中的目标(即理想情况下的分割结果),再根据提取的目标获得这幅图像的分割阈值。然后用该阈值分割该图像,获得该图像目标像素的个数 n_0 ,采用 n_0 为其它阈值分割算法分割结果的比较标准。

绝对误差率 $r_{err}^{[5]}$ 是实验采用的比较准则。设 n_0 为理想情况下得到的目标像素的个数, n_i 为挑选的各种阈值分割方法得到的目标像素的个数, n_i^{diff} 为采用第 i 种阈值分割方法得到的绝对误差,则 $n_i^{diff} = |n_i - n_0|$ 。设 N 为图像总的像素个数, r_{err}^i 为第 i 种阈值分割方法得到的绝对误差率,则有

$$r_{err}^i = \frac{|n_i - n_0|}{N} \times 100\%$$

如图1所示。图1的第一列是原始图像;第二列是理想阈值(手动分割图像获得的阈值)分割图像;第三列到第七列依次是文献[5,13-15]以及本文方法的分割结果。各种方法的阈值和绝对误差率如表1所列,表中的参考阈值 T 是人工分割图像获得的。

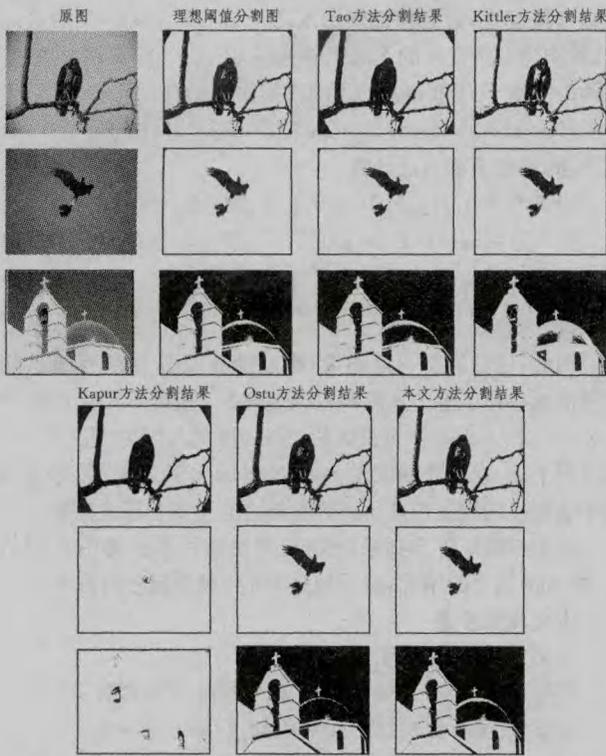


图1 单阈值图像分割

表1 各种方法的阈值和绝对误差率

图像	Fig1		Fig2		Fig3		平均误差 (%)
	阈值	误差(%)	阈值	误差(%)	阈值	误差(%)	
人工分割	122	0	65	0	150	0	0
Tao方法	143	2.75	71	1.19	145	0.57	1.50
Kittler方法	168	7.34	49	0.31	109	7.8	5.15
Kapur方法	149	3.69	92	36.2	75	52.1	30.88
Ostu方法	117	0.62	48	0.32	158	1.01	0.65
本文方法	119	0.48	58	0.22	155	0.64	0.45

从实验结果可以看出,本文方法对全部测试图像都能够有效地提出目标,且分割结果接近手动门限所得到的最优分割。从表1看出,本文方法的平均误差率最低,只有0.45%,而Kapur方法的误差率高达30.88%。

4.3 多阈值图像分割

多阈值图像分割采用Kapur方法 $^{[14]}$ 和Ostu方法 $^{[15]}$ 与本文方法进行比较。各自进行了两个小组的多阈值图像分割。第一小组是合成图像的多阈值分割,主要考察3种算法针对图像的直方图为特殊情形时各自分割图像的能力;第二小组是真实图像的多阈值分割。

4.3.1 合成图像的多阈值分割

合成图像如图2(a)所示。图2(a)是由6个大小不等的正方形嵌套后得到的图像,形成6个区域,由外向内分别记这6个区域为区域 $R_i (i=1, \dots, 6)$ 。Ostu方法将图2(a)分割为3类、4类、5类的结果如图2(b)、2(d)、2(f)所示,而图2(c)、2(e)、2(g)和2(h)为本文方法将图像分割为3类、4类、5类和6类(Ostu方法不能把图2(a)分成6类)的结果。

从视觉上看,应该尽可能把图2(a)中间亮的一些区域分到一类。Ostu将图2(a)分割为3类、4类和5类时都把中间的区域 R_6 分为一类,而本文方法则把区域 R_5 和 R_6 分为一类,更符合视觉。

而Kapur方法在分割图2(a)为3,4,5及6类时都把区域 R_1, R_2 和 R_3 分为一类,余下的3个区域为一类。这说明图像的直方图为特殊情形时,Kapur方法会错误地分割图像。该实验说明本文方法在图像的直方图处于特殊情形时,具有很好的分割图像的能力。

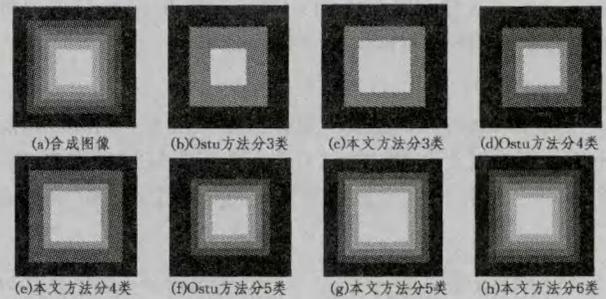


图2 合成图像的多阈值分割

4.3.2 真实图像的多阈值分割

图3的原图为文献[11]中图像。图3的第一列是Kapur方法分割的图像,第二列是Ostu方法分割的图像,第三列是本文方法分割的图像。

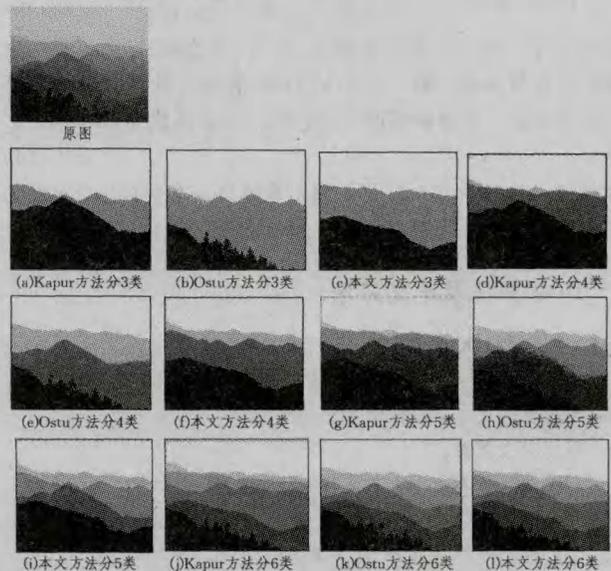


图3 真实图像的多阈值分割

and Signal Processing. Sanya, Hainan: IEEE Computer Society, 2008; 570-574

- [7] Liang Ye, Bao Hong, Liu Hong-zhe. A Simple Method for Classification of Traditional Chinese Painting and Calligraphy Images[C]//Proceeding of the International Conference on Educational and Information Technology. Chongqing: IEEE Computer Society, 2010; 340-344
- [8] Pan Wei-guo, Bao Hong, He Ning. A Novel Algorithm for Removing 'liubai' Area in Traditional Chinese Painting Images[C]//

Proceeding of the International Conference on Multimedia Technology. HangZhou: IEEE Computer Society, 2011; 2865-2868

- [9] Shim S-O, Choi T-S. Edge Color Histogram for Image Retrieval [C]//Proceeding of the International Conference on Image Processing. New York: IEEE Computer Society, 2002; 957-960
- [10] Vapnik V. The Nature of Statistical Learning Theory [M]. New York, Springer, 1995; 253-254
- [11] Burges B. Tutorial on Support Vector Machine for Pattern Recognition[M]. Boston, Kluwer, 1998; 16-17

(上接第 248 页)

从图 3 可以看出, Kapur 方法对 3 幅图像的分割结果都没有 Ostu 方法和本文方法分割的结果好。Ostu 方法分原图为 3 类时(如图 3(b)所示),把远处的一些山峰和天空分为 1 类,而本文方法很好地把天空、近处的山峰和远处的山峰分为 3 类(如图 3(c)所示)。另外, Ostu 方法分原图为 5 类时(如图 3(h)所示)把较近处的一些山峰错分到另一类,而本文方法准确地分为 1 类,如图 3(i)所示。至于分为 4 类和 6 类两种情况,从视觉上看很难评价这两种算法分割结果的优劣。

5 计算复杂性分析

本文算法的时间计算量可分为两部分:第一部分是构建基于灰度级的对称权值矩阵 S 需要的计算时间;第二部分是 Dcut 算法的计算时间。计算矩阵 H 的时间复杂度为 $O(L^2)$, 计算矩阵 S 的时间复杂度为 $O(L^2)$, Dcut 计算 $L^{-1}A$ 的时间复杂度是 $O(L^3)$, 因此本文算法的时间复杂度是 $O(L^3)$, 远小于基于像素级的 Dcut 进行图像分割的时间复杂度 $O(N^3)$, 也小于 Tao^[5] 提出算法的时间复杂度。对于分割尺度为 512×512 的图像, Tao^[5] 提出的方法平均需要 29.8s($r=8$), 本文方法只需要 0.62s, 而 Dcut 分割尺度为 90×90 的图像需要 67.4s。Dcut 算法的空间复杂度为 $O(N^2)$, 而本文方法和 Tao^[5] 提出的方法的空间复杂度都为 $O(L^2)$ 。

结束语 基于谱聚类的图像分割方法把图像视为一个带权图, 像素看作图的节点, 构建节点权值矩阵, 采用求解特征系统的方法寻求图的最优解, 同时利用其相应的特征矢量对图中节点进行分类。这类方法效果虽然较好, 但是其时间和空间的计算复杂度大, 使得该方法在很多实时应用中很难使用^[5]。本文提出的基于谱聚类的多阈值分割方法有效克服了这一计算瓶颈问题。将直方图中灰度值和对应的频数($k, H(k)$)视为一个节点, 构建基于灰度级的权值矩阵, 采用 Dcut 算法对直方图中的 bin 进行分类, 根据 bin 的分类结果对图像进行阈值分割。理论分析及实验结果均表明, 本文方法极大地缩减了算法所需的存储空间和计算时间。

参考文献

- [1] Chen W, Cao L, Qian J, et al. A 2-phase 2-D thresholding algorithm [J]. Digital Signal Processing, 2010, 20; 1637-1644

- [2] Huang D, Wang C. Optimal Multi-level Thresholding Using a Two-stage Ostu Optimization Approach[J]. Pattern Recognition letters, 2009, 30; 275-284
- [3] 岳峰, 左旺孟, 王宽全. 基于分解的灰度图像二维阈值选取算法[J]. 自动化学报, 2009, 35(7); 1022-1027
- [4] 范九伦, 雷博. 灰度图像的二维交叉熵直线型阈值分割法[J]. 电子学报, 2009, 37(3); 476-480
- [5] Tao W, Jin H, Zhang Y. Image Thresholding Using Graph Cuts [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics-Part A, 2008, 38(5); 1181-1195
- [6] Wu Z, Leahy R. An Optimal Graph Theoretic Approach to Data Clustering: Theory and Its Application to Image Segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 1993, 15(11); 1101-1113
- [7] Shi J, Malik J. Normalized Cuts and Image Segmentation [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2000, 22(8); 888-905
- [8] Wang S, Siskind J. Image Segmentation with Ratio Cut [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis Machine Intelligence, 2003, 25(6); 675-690
- [9] Ding C, He X, Zha H, et al. A Min-Max Cut for Graph Partitioning and Data Clustering [C]//Proc. ICDM. 2001; 107-114
- [10] Chen W, Feng G, Jiang J, et al. Discriminant Cuts for Data Clustering and Analysis (in submitting)
- [11] Fowlkes C, Martin D, Malik J. The Berkeley Segmentation Dataset and Benchmark (BSDS) [OL]. www.cs.berkeley.edu/projects/vision/grouping/segbench/
- [12] Sezgin M, Sankur B. Survey over image thresholding techniques and quantitative performance evaluation [J]. Journal of Electronic Imaging, 2004, 13(1); 146-165
- [13] Kittler J, Illingworth J. On threshold selection using clustering criteria [J]. IEEE Transactions on Systems, Man Cybern, 1985, 15(4); 652-655
- [14] Kapur J, Sahoo P, Wong A. A new method for gray-level picture thresholding using the entropy of the histogram [J]. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1985, 29(3); 273-285
- [15] Ostu N. A threshold selection method from gray level histogram [J]. IEEE Transactions on Systems, Man Cybern, 1979, 9(1); 62-66