

# 基于 context 模型的 contourlet 域图像去噪

刘镇弢<sup>1</sup> 李涛<sup>2</sup> 杜慧敏<sup>2</sup> 韩俊刚<sup>2</sup>

(西安电子科技大学微电子学院 西安 710071)<sup>1</sup> (西安邮电学院电子工程学院 西安 710121)<sup>2</sup>

**摘要** 在分析 contourlet 域系数分布特征的基础上提出了一种基于 context 模型的 contourlet 域图像去噪算法。算法的关键点在于:基于 contourlet 变换系数的分布特性,确定合适的去噪门限;利用 context 模型建立图像 contourlet 变换后的系数分类模型并根据分类使用不同的门限去噪。实验表明,本方法能较好地去除图像噪声,在提高去噪图像 PSNR 值和改善主观视觉效果方面都表现出了良好的性能。

**关键词** contourlet 变换,图像去噪,context 模型  
**中图分类号** TP391 **文献标识码** A

## Image Denoising Based on Context Model in Contourlet Domain

LIU Zhen-tao<sup>1</sup> LI Tao<sup>2</sup> DU Hui-min<sup>2</sup> HAN Jun-gang<sup>2</sup>

(School of Microelectronics, Xidian University, Xi'an 710071, China)<sup>1</sup>

(School of Electronic Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunications, Xi'an 710121, China)<sup>2</sup>

**Abstract** This paper presented an image denoising algorithm based on context model by analyzing distribution features of contourlets coefficients. The key of the proposed arithmetic is that through the analysis of CT coefficients distribution characteristics, we chose the appropriate denoising thresholding, adopted the context model to construct CT coefficient's classification model, and according to different classification, image noise was removed by using different threshold. The experimental results show that the proposed algorithm can effectively remove the noise in images. The algorithm also demonstrates good performance in enhancing image PSNR and improves the image subjective visual impression.

**Keywords** Contourlet transform, Image denoising, Context model

## 1 引言

长期以来,图像去噪一直是数字图像处理领域重要的研究方向之一。小波变换良好的时频局域化特性和多分辨率特性使它在图像去噪中得到了广泛的应用,并取得了较好的效果。但是由于小波对于高维特征表示力不从心,一种被称为“多尺度几何分析”的新的多尺度函数表示方法快速发展起来。contourlet transform(CT)<sup>[1]</sup>是目前已提出的多尺度几何分析的主要方法之一,它是一种真正意义上的图像二维表示方法,具有良好的多分辨率、局部化和方向性等优良特性。它将小波的优点延伸到高维空间,能够更好地刻画高维信息的特征,更适合处理具有超平面奇异性的信息。CT 变换能准确地将图像中的边缘捕获到不同尺度、不同频率的子带中,因此能很好地应用于图像的压缩、去噪和特征提取。但是目前 contourlet 域的图像去噪声算法主要沿用小波阈值去噪的算法思路<sup>[2,3]</sup>,这些基于全局阈值的方法虽然实现简单,但性能难以满足高精度使用时的要求,而基于 HMT 模型的算法计算量偏大。因此,在深入分析 CT 系数分布特征的基础上,本文提出了一种基于 context 模型的 contourlet 域图像去噪算法,实验结果证明其去噪效果十分明显。

## 2 contourlet 变换

小波变换在分析点状瞬态特征的奇异性时是最优的,但是在表示图像结构中的直线或曲线奇异性时却不是最优的。而自然图像在很大程度上来说,恰恰是由分段光滑的轮廓线组成的。CT 是 2002 年 M. N. Do 和 Martin Vetterli<sup>[4]</sup>提出的,是另一种多分辨率、局域的、方向的图像表示方法,它将多尺度分析和方向分析分开进行,首先通过使用 Burt 和 Adelson<sup>[5]</sup>提出的 LP(Laplacian Pyramid)变换对图像进行多尺度分解以捕获“点奇异”,接着由方向滤波器组(Directional Filter Bank,DFB)将分布在同方向上的奇异点合成为一个系数<sup>[6]</sup>。每一层次拉普拉斯金字塔分解将产生一个下采样的低通部分(b)和一个该图像与预测图像的差图像(a),如图 1 所示,H 和 G 为分解和合成滤波,M 为采样矩阵。这种处理可以在下采样的低通信号 b 循环进行下去。最后将形成由第 n 层低通部分和 N 个细节部分(高频部分)组成的金字塔式的图像分解。

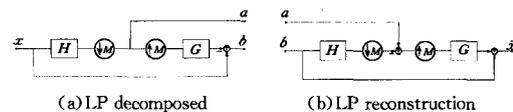


图 1 LP 的分解和重建

到稿日期:2011-04-19 返修日期:2011-06-30 本文受国家自然科学基金(60976020)资助。  
刘镇弢(1971-),男,博士生,主要研究方向为集成电路系统设计、实时图像处理,E-mail:liuzhentao@xupt.edu.cn.

M. N. Do 提出的 DFB 包括两个模块:第一个是两通道的梅花(Quincunx)滤波器组,用扇形滤波器将二维频谱分成两个主要方向:垂直和水平。第二个模块是一种剪切(shearing)操作。它在 Quincunx 滤波分解阶段前进行,并在合成阶段后进行一个反 shearing 操作,其作用是重新排序图像的采样。最终,由 LP 和 DFB 组合而成的 CT 是一种双重迭代滤波器组结构,如图 2 所示。

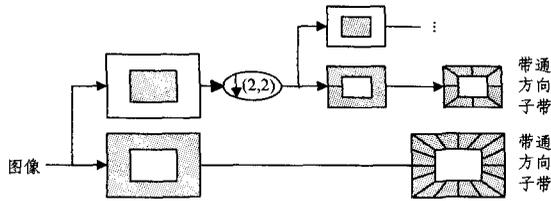


图 2 contourlet 分解示意图

### 3 contourlet 域的 context 模型

context 模型通常被用于图像压缩, S. Grace Chang 等<sup>[7]</sup>将其用于小波域的图像去噪,获得了很好的效果。

#### 3.1 contourlet 系数分布和阈值选择

基于阈值的去噪方法中,阈值的计算方法对去噪效果的影响很大。通过对 lena、barbara、peppers、Baboon 等多幅经典实验用图像在 contourlet 变换系数的分析表明,这些图像在 CT 分解后子带系数都服从一种峰值在零点的对称分布,如图 3 所示。

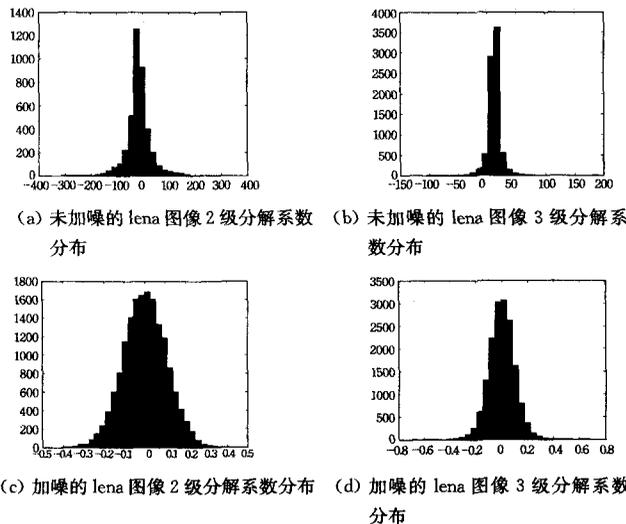


图 3 lena 图像 contourlet 分解系数分布

这种分布可以很好地被零均值的 GGD (Generalized Gaussian Distribution) 描述<sup>[8,9]</sup>,其分布函数:

$$GG_{\beta, \sigma_x}(x) = C(\beta, \sigma_x) e^{-(\alpha(\beta, \sigma_x)|x|)^\beta} \quad (1)$$

其中,

$$\alpha(\beta, \sigma_x) = \sigma_x^{-1} \left[ \frac{\Gamma(\frac{3}{\beta})}{\Gamma(\frac{1}{\beta})} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

$$C(\beta, \sigma_x) = \frac{\beta \alpha(\beta, \sigma_x)}{2\Gamma(\frac{1}{\beta})}$$

而  $\Gamma(t) = \int_0^\infty e^{-u} u^{(t-1)} du$  是伽马分布函数,参数  $\sigma_x$  信号是标准差; $\beta$  被称为形状(shape)参数,当  $\beta=1$  或  $2$  时,就是众所周

知的 Laplace 分布或高斯分布。S. Grace Chang 等深入研究了服从这种分布的小波域阈值去噪算法中的阈值选取问题。定义最优门限为使均方误差最小的阈值:

$$T^* = \arg \min_T E_{Y|X,X}( \eta_T(Y) - X )^2 \quad (3)$$

式中,  $Y|X \sim \phi(y-x, \sigma_n^2)$ ,  $X \sim GG_{\beta, \sigma_x}(x)$ ,  $\eta_T(x) = \text{sng}(x) \cdot \max(|x| - T, 0)$  是软阈值函数。研究表明<sup>[10]</sup>,在  $\beta \in [0.5, 4]$  的范围内,  $T^*$  可以很好地被

$$\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x \quad (4)$$

近似,它是一个接近最优的阈值,与  $T^*$  大约有 5% 的误差。其中  $\sigma_n$  为噪声标准差,  $\sigma_x$  为信号标准差。虽然这个阈值表达式不包含  $\beta$  参数,对于  $\beta$  超出  $[0.5, 4]$  范围的情况可能不适用,但是实践表明在大多数任务<sup>[11]</sup>中,包括去噪,  $\beta$  的典型取值范围是  $[0.5, 1]$ ,因此在本文所提算法中使用  $\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x$  是适合的。

#### 3.2 contourlet 域的 context 模型

由于大部分图像 CT 分解后的系数服从 GGD,因此我们使用  $\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x$  作为去噪阈值。那么如何估计噪声标准差  $\sigma_n$  和信号标准差  $\sigma_x$  就成为了问题的关键。对于  $\sigma_n$ ,我们使用下式估计:

$$\sigma_n = \hat{\sigma}_n = \text{median}(|y(i, j)|) \div 0.674 \quad (5)$$

这个估计式的有效性在多篇文献中得到了证实<sup>[10,12]</sup>,其中  $y(i, j)$  为高频子带系数。由于同一尺度空间的分解系数矩阵被噪声污染的程度是相同的,因此同一个子带只需要估计一个噪声方差即可。含噪图像的 CT 分解后的系数矩阵被认为是信号和噪声的混合矩阵,因此可以用下式计算  $\sigma_x$ :

$$\sigma_x^2 = \text{var}(y(i, j)) - \sigma_n^2 \quad (6)$$

如果  $y(i, j)$  的取值范围是整个系数矩阵,则计算出的  $\sigma_x$  是整个子带的信号能量值。但是同一尺度空间的系数变化范围很大,因此这种“平均”的方法估计出的信号能量值并不特别准确。更好的考虑是为每个系数估计一个  $\sigma_x$  值。context 模型通过分类系数的方法可以有效实现对每个 CT 系数的  $\sigma_x$  值的估计。参考小波域中建立 context 模型的思路<sup>[7,13,14]</sup>,在 contourlet 域中建立 context 模型。下式用来产生每个 CT 系数的 context 值  $z(i, j)$ :

$$z(i, j) = \frac{1}{9} \sum_{l, k \in \{0,1\}} |y(i-l, j-k)| \quad (7)$$

式中,  $y(i, j)$  为 CT 分解子带系数。对含噪的 lena 图像进行 2 级和 3 级 contourlet 变换,取其中  $45^\circ$  角方向子带计算其 context 值  $z(i, j)$ 。以  $z(i, j)$  和  $y(i, j)$  的值为  $x, y$  坐标,得  $z(i, j)$  和  $y(i, j)$  的关系图,如图 4 所示。

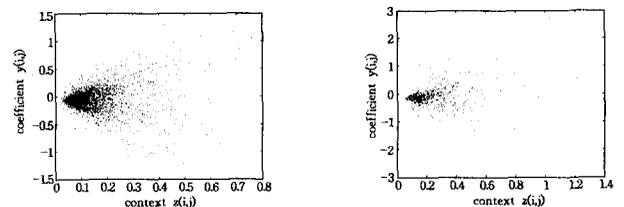


图 4 contourlet 系数与对应的 context 值的分布关系

由图 4 可以看出,所有的点形成了一个中心在原点的锥形;  $y(i, j)$  越小,对应的 context 值的分布就越密集,而值越大, context 值的分布就越稀疏。这表明 context 模型可以有效估计  $y(i, j)$  的变化情况,因此可以用这种模型来对 CT 系数分类并估计方差。对一个给定的 CT 分解系数  $y(i_0, j_0)$ ,

将  $z(i_0, j_0)$  周围  $z(i, j)$  对应的  $y(i, j)$  作为一类, 可以为每个 CT 系数估计一个  $\sigma_x$  值。使用这种分类方式虽然其性能好, 但是要对每个系数实现判别, 计算量较大。文献[15]通过将能量相近的系数放在一起, 将一个系数矩阵分成了 10 个左右的子部分, 每个子部分有各自的能量估计和相应的门限值。这种方法简化了分类方式, 减小了计算量。但是分类级数较少, 且分类不均匀(有的一类里有上千个系数, 有的只有几十个)。为了使分类既保证有足够的样本用来估计方差, 又不会因为聚类太多的点破坏了分类的局部性, 本文算法按  $z(i, j)$  的大小进行分级, 并确定每级的点数为  $L = \text{MAX}(50, 0.01 * M2)$ ,  $M2$  为某级系数矩阵的系数个数。

## 4 算法步骤及结果分析

### 4.1 算法步骤

- 1) 对含噪图像进行 contourlets 分解。
- 2) 用式(7)计算  $z(i, j)$ , 根据  $z(i, j)$  的大小将分解后的高频系数矩阵分成多个部分。
- 3) 分别计算每一部分的方差  $\text{var}(y)$ 。
- 4) 计算系数矩阵的噪声能量  $\sigma_n = \text{median}(|y(i, j)|) / 0.674$  和每一部分的信号方差  $\sigma_x^2 = \text{var}(y) - \sigma_n^2$ 。
- 5) 用门限  $\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x$  对 contourlets 系数矩阵去噪, contourlet 系数的不同分类采用相应的门限。
- 6) 对去噪后的 contourlets 系数矩阵进行重构, 得到去噪后的图像。

### 4.2 实验结果及分析

为了验证本算法的有效性, 对加入不同噪声方差的 8bit 灰度 lena 图像分别使用全局阈值小波去噪算法(WT)、全局阈值 contourlet 变换算法(CT)和本文提出的方法进行了去噪处理。实验结果如表 1 所列。contourlet 变换选择 9-7 塔式分解和方向滤波器组进行 4 层分解, 方向数分别为 [0, 4, 8, 8]。从表 1 可以看到, 本文使用的方法较其它两种方法的去噪效果有明显的改善, 在图像质量和 PSNR 值的表现上都有显著的提升。

表 1 3 种去噪算法 PSNR 值比较

Original image	$\sigma$	Noisy image	WT	CT	Proposed method
Lena 512 * 512	10	28.17	30.16	30.12	31.15
	15	24.61	29.14	28.54	29.85
	20	22.15	28.31	27.53	29.05
	25	20.01	27.54	26.67	27.99
	30	18.63	26.30	26.22	27.26

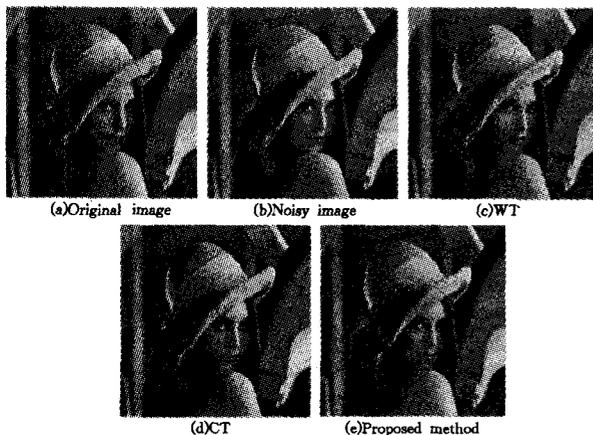


图 5 lena 图像去噪效果的比较( $\sigma=20$ )

从实验结果可以看出, 本文所提的方法与小波去噪相比在 PSNR 值上平均有 0.77dB 的提高, 与全局阈值 contourlet 变换算法相比有 1.22dB 的提高。从主观视觉效果上看, 本文的方法也有较大程度的改善, 特别是在图像边缘的细节保存上, 其结果如图 5 所示。本算法能获得较好的去噪效果, 主要归于 context 模型和阈值  $\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x$  的使用, 较好地利用了 contourlet 变换多尺度、多方向性的特点, 对变换后的系数的分类更精确, 因此对噪声标准差和信号标准差的估计更为准确。

**结束语** 本文提出了一种基于 context 模型的 contourlet 域图像去噪方法。该方法利用 context 模型建立了图像 CT 变换后的系数分类模型, 并使用  $\text{Thr} = \sigma_n^2 / \sigma_x$  阈值去噪。实验表明, 本方法能较好地去除图像白噪声, 在提高去噪图像 PSNR 值和改善主观视觉效果方面都表现出了良好的性能。但由于 CT 变换不是平移不变(shift-invariant)的, 因此重构后的去噪图像中存在伪 Gibbs 现象, 影响了图像的主观效果。进一步深入研究图像 contourlet 变换后的系数模型与所选去噪阈值间的关系及 context 模型在平移不变的 CT 算法中的应用, 将是下一步的主要工作。

## 参考文献

- [1] Do M N, Vetterli M. Contourlets; a directional multiresolution image representation [C] // Image Processing. 2002. Proceedings. 2002 International Conference. 2002
- [2] 郭旭静, 王祖林. 基于尺度间相关的非下采样 Contourlet 图像降噪算法[J]. 光子·激光, 2007(09)
- [3] 戴维于, 盛林, 孙栓. 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法[J]. 电子学报, 2007(10)
- [4] Do M N, Vetterli M. Contourlets; A directional multiresolution image representation[C]//Citeseer. 2002
- [5] Burt P, Adelson E. The Laplacian pyramid as a compact image code[J]. IEEE Transactions on Communications, 1983, 31(4): 532-540
- [6] Do M N. Directional multiresolution image representations[M]. Citeseer, 2001
- [7] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1522-1531
- [8] Mallat S G. A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation [J]. Pattern IEEE Transactions on Analysis and Machine Intelligence, 1989, 11(7): 674-693
- [9] Westerink P H, Biemond J, Boeke D E. An optimal bit allocation algorithm for sub-band coding[C]//IEEE. 1988
- [10] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Image denoising via lossy compression and wavelet thresholding [J]. IEEE Trans. Image Processing, 2000, 9: 1532-1546
- [11] Simoncelli E P, Adelson E H. Noise removal via Bayesian wavelet coring [C]//IEEE. 1996
- [12] Donoho D L. De-noising by soft-thresholding [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1995, 41(3): 613-627
- [13] Yoo Y, Ortega A, Yu B. Image subband coding using context-based classification and adaptive quantization [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1999, 8(12): 1702-1715
- [14] Lopresto S M, Ramchandran K, Orchard M T. Image coding based on mixture modeling of wavelet coefficients and a fast estimation-quantization framework [C]//1997
- [15] 闫敬文. 数字图像处理 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2007