基于粗糙集理论的面向属性概念格动态压缩

周秀秀[1] 李建卓[2]
(长安大学理学院 西安 710064)[1] (宝鸡文理学院计算机系 宝鸡 721013)[2]

摘 要 形式概念分析是知识获取的一种有效工具,已被广泛应用到各个领域。本文提出了一种面向属性概念格动态压缩的新方法。首先,利用依赖空间的理论,讨论了同余关系和面向属性概念格之间的联系;其次,基于同余关系给出了面向属性概念格约简的定义并证得约简集是保持同余划分不变的最小属性子集;最后,给出了面向属性概念格动态压缩的新方法。

关键词 形式背景,面向属性概念格,属性约简,粗糙集
中图法分类号 TP31 **文献标识码** A

Dynamic Compression of Property Oriented Concept Lattices Based on Rough Set Theory

ZHOU Xiu-xiu[1] LI Jian-zhuo[2]
(College of Science, Chang'an University, Xi'an 710064, China)[1]
(Department of Computer Science, Baoji University of Arts and Sciences, Baoji 721013, China)[2]

Abstract As an efficient tool for knowledge acquisition, formal concept analysis has been applied to many fields. This paper mainly proposed new method of dynamic compression in property oriented concept lattices. We first discussed the relationships between congruence relations and the corresponding property oriented concept lattices based on dependence space theory. Secondly, we defined notions of attribute reduction in property oriented concept lattices based on congruence relations which is to find the minimal attribute subsets preserving the congruence partition. Finally, we proposed the new methods of dynamic compression in property concept lattices.

Keywords Formal context, Property oriented concept lattice, Attribute reduction, Rough set

1 引言

形式概念分析理论[1,2]和粗糙集理论[3]是数据分析、知识表示和信息管理的两个重要工具。形式背景与形式概念是形式概念分析的基本概念,形式概念是由形式背景中的对象集和属性集组成的统一体,形式概念之间可形成一种有序的层次结构—概念格。粗糙集理论是一种研究不精确、不确定性知识的数学工具,通常处理含糊性和不确定的问题。粗糙集对不精确概念的描述是通过上近似和下近似两个精确概念来实现的。概念格与粗糙集理论之间的关系是概念格理论研究的主要方面之一[4-6]。

本文受李金海[7,8]和王利东[9,10]论文研究的启发,基于粗糙集的理论来研究面向属性概念格的压缩问题。首先,通过定义等价关系并证明等价关系就是同余关系,利用同余关系的性质讨论了同余关系和面向属性概念格之间的联系;其次,基于同余关系给出了面向属性概念格约简的定义,并证明了面向属性概念格的属性约简集是保持同余划分不变的最小属性集;最后,给出了面向属性概念格动态压缩的一种新方法。该方法的优点是可以直接由属性集上的同余关系来得到面向属性概念格的压缩格。

2 理论基础

定义 1[2] 称(G,M,I)为一个形式背景,其中$G=\{g_1,\cdots,g_t\}$为对象集,每个$g_i(i\leqslant t)$称为一个对象;$M=\{m_1,\cdots,m_s\}$为属性集,每个$m_j(j\leqslant s)$称为一个属性;I为G和M之间的二元关系$I\subseteq G\times M$。若$(g,m)\in I$,则称g具有属性m,用gIm表示。

对于形式背景(G,M,I),在对象集$X\subseteq G$和属性集$B\subseteq M$上分别定义运算:

$X^*=\{m|m\in M,\forall g\in X,gIm\}$

$B'=\{g|g\in G,\forall m\in B, gIm\}$

$\forall g\in G$,记$\{g\}^*$为g^*;$\forall m\in M$,记$\{m\}'$为m'。若$\forall g\in G,g^*\neq\emptyset,g^*\neq M$,且$\forall m\in M,m'\neq\emptyset,m'\neq G$,则称形式背景$(G,M,I)$是正则的。本文提到的形式背景都是正则的。

定义 2[11] 设(G,M,I)为形式背景,$\forall X\subseteq G,B\subseteq M$,定义一对近似算子$\Diamond,\Box$:

$X^{\Diamond}=\{m|m\in M,m'\cap X\neq\emptyset\}$,$B^{\Box}=\{g(g\in G,g^*\subseteq B\}$。

性质 1[11] 设(G,M,I)是形式背景,$\forall X_1,X_2,X\subseteq G$,$B_1,B_2,B\subseteq M$,有以下性质:

(1)$X_1\subseteq X_2\Rightarrow X_1^{\Diamond}\subseteq X_2^{\Diamond}$;

本文受匹配追踪算法的改进与应用项目(ZK12112)资助。

周秀秀(1989—),女,硕士生,主要研究方向为最优化理论与方法;**李建卓**(1982—),男,讲师,主要研究方向为软件工程,E-mail:jsjljz@163.com(通信作者)。

(2)$B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow B_1^{\square} \subseteq B_2^{\square}$；

(3)$X \subseteq X^{\diamond\square}$，$B^{\square\diamond} \subseteq B$；

(4)$X^{\diamond\square\diamond} = X^{\diamond}$，$B^{\square\diamond\square} = B^{\square}$；

(5)$(X_1 \cup X_2)^{\diamond} = X_1^{\diamond} \cup X_2^{\diamond}$，$(B_1 \cap B_2)^{\square} = B_1^{\square} \cap B_2^{\square}$。

定义 3[11] 设(G,M,I)是形式背景，$\forall X \subseteq G, B \subseteq M$，若一个二元组$(X,B)$满足 $X^{\diamond}=B, B^{\square}=X$，称$(X,B)$为面向属性概念。

记 $L_P(G,M,I)=\{(X,B) \mid X^{\diamond}=B,\ B^{\square}=X\}$，则 $L_P(G,M,I)$是完备格，称为面向属性概念格。其上、下确界定义为：$\forall (X_1,B_1),(X_2,B_2) \in L_P(G,M,I)$，

$(X_1,\ B_1) \wedge (X_2,\ B_2) = (X_1 \cap X_2, (B_1 \cap B_2)^{\square\diamond})$

$(X_1,\ B_1) \vee (X_2,\ B_2) = ((X_1 \cup X_2)^{\diamond\square}, B_1 \cup B_2)$

定义 4[12] 设(G,M,I)是形式背景，$\forall X \subseteq G, B \subseteq M$，在 X 和 B 上定义运算：

$X^{+}=\{m \in M \mid \forall g \subseteq X, (g,m) \notin I\}$

$B^{+}=\{g \in G \mid \forall m \subseteq B, (g,m) \notin I\}$

设(G,M,I)是形式背景，$\forall X \subseteq G, B \subseteq M$，若满足 $X^{+}=B$ 且 $X=B^{+}$，则 (X,B)是补背景(G,M,I^c)的概念。

性质 2[12] 设(G,M,I)是形式背景，$\forall X_1,\ X_2, X \subseteq G$，$B_1,\ B_2, B \subseteq M$，有以下性质：

(1)$X_1 \subseteq X_2 \Rightarrow X_2^{+} \subseteq X_1^{+}$，$B_1 \subseteq B_2 \Rightarrow B_2^{+} \subseteq B_1^{+}$；

(2)$X \subseteq X^{++}$，$B \subseteq B^{++}$；

(3)$X^{+}=X^{+++}$，$B^{+}=B^{+++}$；

(4)$X \subseteq B^{+} \Leftrightarrow B \subseteq X^{+}$；

(5)$(X_1 \cup X_2)^{+}=X_1^{+} \cap X_2^{+}$，$(B_1 \cup B_2)^{+}=B_1^{+} \cap B_2^{+}$；

(6)$(X_1 \cap X_2)^{+} \supseteq X_1^{+} \cup X_2^{+}$，$(B_1 \cap B_2)^{+} \supseteq B_1^{+} \cup B_2^{+}$；

(7)(X^{++}, X^{+})和(B^{+}, B^{++})都是补背景(G,M,I^c)的概念。

定义 5[13] 设(G,M_1,I_1)和(G,M_2,I_2)是两个形式背景，$L_p(G,M_1,I_1)$和 $L_p(G,M_2,I_2)$是相应的面向属性概念格。$\forall (X,B) \in L_p(G,M_2,I_2)$，$\exists (Y,C) \in L_p(G,M_1,I_1)$使得 $X=Y$，则称 $L_p(G,M_1,I_1) \leqslant L_p(G,M_2,I_2)$。若 $L_p(G,M_1,I_1) \leqslant L_p(G,M_2,I_2)$并且 $L_p(G,M_2,I_2) \leqslant L_p(G,M_1,I_1)$，则称 $L_p(G,M_1,I_1) \cong L_p(G,M_2,I_2)$。

定义 6[13] 设(G,M,I)是形式背景，$\exists D \subseteq M(D \neq \emptyset)$使得 $L_p(G,D,I_D) \cong L_p(G,M,I)$，则 D 是 $L_p(G,M,I)$的属性协调集，$\forall d \in D$，若 $L_p(G,D-\{d\},I_{D-\{d\}}) \ncong L_p(G,M,I)$，则称 D 是 $L_p(G,M,I)$的属性约简集，所有约简记为 D_k，则将属性集分为以下 3 个部分：

(1)核心属性 b：$b \in \bigcap D_k$；

(2)相对必要属性 c：$c \in \bigcup D_k - \bigcap D_k$；

(3)绝不必要属性 d：$d \in M - \bigcup D_k$。

记：$L_{PG}(G,M,I)=\{X \mid (X,B) \in L_P(G,M,I)\}$是面向属性概念格 $L_P(G,M,I)$所有外延的集合；

$L(G,M,I^c)=\{(X,B) \mid X^{+}=B, B^{+}=X, \forall X \subseteq G, B \subseteq M\}$是补背景概念格 $L(G,M,I^c)$所有概念的集合；

$L_G(G,M,I^c)=\{X \mid (X,B) \in L(G,M,I^c)\}$是补背景概念格 $L(G,M,I^c)$所有外延的集合。

引理 1[14] 设(G,M,I)是形式背景，则 $L_p(G,M,I) \cong L(G,M,I^c)$。

根据文献[14]有：$L_{PG}(G,M,I)= L_G(G,M,I^c)$。

定义 7[3] 设(G,M,I)是一个信息系统，$G=\{x_1,x_2,\cdots,x_n\}$为非空的对象集，$M=\{b_1,b_2,\cdots,b_m\}$为非空的属性集，$F=\{f_l:G \to V_l (l \leqslant m)\}$为对象与属性之间的关系，$V_l$ 为属性 b_l 的有限域。

$\forall B \subseteq M$，定义其等价关系如下：

$R_B=\{(x_i,x_j) \in G \times G \mid f_l(x_i)=f_l(x_j), \forall a_l \in B\}$。

定义 8[15] 设(G,M,I)是一个信息系统，若 $R_B=R_M$，则 B 是信息系统(G,M,I)的属性协调集，进一步，若 B 的任何真子集都不是信息系统(G,M,I)的属性协调集，则 B 是信息系统(G,M,I)的约简集。

定义 9[16] 设(G,M,I)是一个信息系统，K 是 $P(G)$上的等价关系，若$(B_1,C_1) \in K$，$(B_2,C_2) \in K \Rightarrow (B_1 \cup B_2, C_1 \cup C_2) \in K$，则 K 是 $P(G)$上的同余关系。

定义 10[16] 设 M 是一个非空集合，K 是$(P(M),\cup)$上的同余关系，则序对(M,K)是依赖空间。

3 面向属性概念格与粗糙集的关系

本节主要基于粗糙集理论讨论了面向属性概念格与粗糙集的关系。首先，定义了一个二元关系，并证明了此二元关系是同余关系；其次，给出了同余关系与面向属性概念格之间的联系；最后，证明了面向属性概念格的属性约简集是保持同余划分不变的最小属性子集。

定义 11 设(G,M,I)是形式背景，$\forall B \subseteq M$ 在 $P(G)$上定义二元关系：$R^B=\{(X,Y) \in P(G) \times P(G) \mid X^{+B}=Y^{+B}\}$。

显然，R^B 是$(P(G),\cup)$上的同余关系，则(G,R^B)是依赖空间。

记：$[X]_{R^B}=\{Y \in P(G) \mid (X,Y) \in R^B\}$，$C_{R^B}(X)=\bigcup\{Y \mid Y \in [X]_{R^B}\}$。

引理 2 设(G,M,I)是形式背景，$\forall X,Y,Z \in P(G)$，$B \subseteq M$，以下结论成立：

(1)$(C_{RB}(X),X) \in R^B$；

(2)C_{RB}是闭算子；

(3)若 $X \subseteq Y \subseteq Z$，$(X,Z) \in R^B$，则$(X,Y) \in R^B$，$(Y,Z) \in R^B$。

证明：(1)因为 $C_{R^B}(X)=\bigcup\{Y \mid Y \in [X]_{R^B}\}$，其中$[X]_{R^B}=\{Y \in P(G) \mid (X,Y) \in R^B\}$，所以有：$(C_{R^B}(X),X) \in R^B$；

(2)由 $C_{R^B}(X)$的定义显然有以下结论成立：①$X \subseteq C_{R^B}(X)$；②若 $X \subseteq Y$，有 $C_{R^B}(X) \subseteq C_{R^B}(Y)$；③$C_{R^B}(C_{R^B}(X))=C_{R^B}(X)$，故 C_{R^B}是闭算子；

(3)由定义 11 知(3)显然成立。

引理 3 设(G,M,I)是形式背景，$\forall B \subseteq M, X \in P(G)$，以下结论成立。

(1)$C_{R^B}(X)=X^{+B+B}$；

(2)$H_B=L_{PG}(G,B,I)$；

(3)$(C_{R^B}(X),X^{\diamond B}) \in L_G(G,B,I_B)$。

其中，$H_B=\{X \in P(G) \mid C_{R^B}(X)=X\}$。

证明：(1)由性质 2 知，$X \subseteq X^{+B+B}$，再由引理 2 得 $C_{RB}(X) \subseteq X^{+B+B}$。又因为 $\forall x \in X^{+B+B}$，有 $x^{+B} \supseteq X^{+B}$，令 $Y=X \cup \{x\}$，有 $Y^{+B}=(X \cup \{x\})^{+B}=X^{+B} \cap \{x\}^{+B}=X^{+B}$，则 $Y \subseteq C_{RB}(X)$，所以有 $X^{+B+B} \subseteq C_{R^B}(X)$，故 $C_{R^B}(X)=X^{+B+B}$；

(2)因为 $H_B=\{X \in P(G) \mid C_{R^B}(X)=X\}$ 和 $C_{R^B}(X)=X^{+B+B}$，再由性质 2 知(X^{+B+B},X^{+B})是补背景(G,B,I_B^c)的概念，所以 $H_B=L_G(G,B,I_B^c)=\{X \mid (X,B) \in L(G,B,I_B^c)\}$，又

因为 $L_G(G,B,I_B^{\sim})=L_{PG}(G,B,I_B)$，故 $H_B=L_{PG}(G,B,I_B)$。

(3)由以上证明过程知：(3)显然成立。

引理 4 设 (G,A,I_A) 和 (G,B,I_B) 是具有相同对象的形式背景，若 $L_{PG}(G,A,I_A)\subseteq L_{PG}(G,B,I_B)$，$\forall X\in P(G)$，有以下结论成立：

(1)$C_{R^B}(C_{R^A}(X))=C_{R^A}(X)$；

(2)$C_{R^B}(X)\subseteq C_{R^A}(X)$。

证明：(1)因为 $L_{PG}(G,A,I_A)\subseteq L_{PG}(G,B,I_B)$，$\forall C_{R^A}(X)\in L_{PG}(G,A,I_A)$，有 $C_{R^A}(X)\in L_{PG}(G,B,I_B)$，又因 $(C_{R^A}(X))^{+B+B}=C_{R^A}(X)$ 和 $C_{R^B}(C_{R^A}(X))=(C_{R^A}(X))^{+B+B}$，故 $C_{R^B}(C_{R^A}(X))=C_{R^A}(X)$；

(2)因为 C_{R^B} 是闭算子，所以 $X\subseteq C_{R^A}(X)$，则 $C_{R^B}(X)\subseteq C_{R^B}(C_{R^A}(X))$，又因为 $C_{R^B}(C_{R^A}(X))=C_{R^A}(X)$，故 $C_{R^B}(X)\subseteq C_{R^A}(X)$。

引理 5 设 (G,A,I_A) 和 (G,B,I_B) 是具有相同对象的形式背景，$\forall X\subseteq G$，若 $L_{PG}(G,A,I_A)=L_{PG}(G,B,I_B)$，则 $C_{R^B}(X)=C_{R^A}(X)$。

证明：由引理 4 可证得。

定理 1 (G,A,I_A) 和 (G,B,I_B) 是具有相同对象的形式背景，则 $L_{PG}(G,A,I_A)\subseteq L_{PG}(G,B,I_B)\Leftrightarrow R^B\subseteq R^A$。

证明：$\Rightarrow$因为 $L_{PG}(G,A,I_A)\subseteq L_{PG}(G,B,I_B)$，由引理 4 得 $C_{R^B}(X)\subseteq C_{R^A}(X)$。又由 $C_{R^B}(X)=\bigcup\{Y|Y\in[X]_{R^B}\}$ 和 $C_{R^A}(X)=\bigcup\{Y|Y\in[X]_{R^A}\}$ 得 $[X]_{R^B}\subseteq[X]_{R^A}$。由 $[X]_{R^B}=\{Y\in P(G)|(X,Y)\in R^B\}$ 和 $[X]_{R^A}=\{Y\in P(G)|(X,Y)\in R^A\}$ 得 $R^B\subseteq R^A$。

反之易然成立。

定理 1 给出了同余关系与面向属性概念格之间的联系。

定义 12 设 (G,M,I) 是形式背景，$\forall D\subseteq M$，若 $R^M=R^D$，则 D 是 (G,M,I) 的协调集。$\forall b\in D$，若 $R^M\neq R^{D-\{b\}}$，则 D 是 (G,M,I) 的约简集。

定理 2 设 (G,M,I) 是形式背景，$\forall B\subseteq M$，则下面命题成立：

(1)B 是协调集$\Leftrightarrow L_{PG}(G,M,I)=L_{PG}(G,B,I_B)$；

(2)B 是约简集$\Leftrightarrow L_{PG}(G,M,I)=L_{PG}(G,B,I_B)$，$\forall b\in B$，$L_{PG}(G,M,I)\neq L_{PG}(G,B-\{b\},I_{B-\{b\}})$。

证明：(1)由定义 12 和定理 1 易得：

B 是协调集$\Leftrightarrow R^M=R^B$

$\Leftrightarrow R^B\subseteq R^M$

$\Leftrightarrow L_{PG}(G,M,I)\subseteq L_{PG}(G,B,I_B)$

$\Leftrightarrow L_{PG}(G,M,I)=L_{PG}(G,B,I_B)$

(2)由定义 12 和(1)的证明过程知(2)显然成立。

定理 2 说明面向属性概念格的属性约简集是保持同余划分不变的最小属性子集。

4 基于粗糙集的面向属性概念格动态压缩

本节主要基于粗糙集理论给出了面向属性概念格的动态压缩方法。首先，证明了面向属性概念格外延集之间的包含与同余关系之间的反包含是等价的；其次，证明了面向属性概念格之间的细于与它们自己的外延集之间的反包含是等价的；最后，证明了面向属性概念格之间的细于等价于属性集上同余关系之间的包含。

定理 3 设 (G,M,I) 是形式背景，$\forall B_1,B_2,\cdots,B_k,D\subseteq M$，则

$R^M=R^D\subseteq R^{B_1}\subseteq R^{B_2}\subseteq\cdots\subseteq R^{B_k}$

$\Leftrightarrow L_{PG}(G,B_k,I_{B_k})\subseteq\cdots\subseteq L_{PG}(G,B_2,I_{B_2})$

$\subseteq L_{PG}(G,B_1,I_{B_1})\subseteq L_{PG}(G,D,I_D)=L_{PG}(G,M,I_M)$

证明：由定理 1 可证得。

定理 3 证明了面向属性概念格外延集之间的包含等价于属性集上同余关系的反包含。

定理 4 设 (G,M_1,I_1) 和 (G,M_2,I_2) 是两个形式背景，$L_p(G,M_1,I_1)$ 和 $L_p(G,M_2,I_2)$ 是相应的面向属性概念格。则

$L_{PG}(G,M_2,I_2)\subseteq L_{PG}(G,M_1,I_1)\Leftrightarrow L_P(G,M_1,I_1)\leqslant L_p(G,M_2,I_2)$。

证明：$\Rightarrow\forall X\in L_{pG}(G,M_2,I_2)$，有 $X\in L_{pG}(G,M_1,I_1)$。所以$\exists B,C$ 使得 $(X,B)\in L_p(G,M_2,I_2)$，有 $(X,C)\in L_p(G,M_1,I_1)$，再由定义 5 得 $L_P(G,M_1,I_1)\leqslant L_p(G,M_2,I_2)$。

$\Leftarrow$由 $L_P(G,M_1,I_1)\leqslant L_p(G,M_2,I_2)$ 和定义 5 得：$\forall(X,B)\in L_p(G,M_2,I_2)$，$\exists(Y,C)\in L_p(G,M_1,I_1)$ 使得 $X=Y$，则 $L_{PG}(G,M_2,I_2)\subseteq L_{PG}(G,M_1,I_1)$。

定理 5 设 $(G,M_1,I_1),(G,M_2,I_2),\cdots,(G,M_k,I_k)$ 是 k 个形式背景，$L_p(G,M_1,I_1),L_p(G,M_2,I_2),\cdots,L_p(G,M_k,I_k)$ 是相应的面向属性概念格。则

$L_{PG}(G,M_k,I_k)\subseteq\cdots\subseteq L_{PG}(G,M_2,I_2)\subseteq L_{PG}(G,M_1,I_1)$

$\Leftrightarrow L_P(G,M_1,I_1)\leqslant L_p(G,M_2,I_2)\leqslant\cdots\leqslant L_p(G,M_k,I_k)$

证明：由定理 4 可证得。

定理 6 设 (G,M,I) 是形式背景，$\forall B_1,B_2,\cdots,B_k,D\subseteq M$。则

$R^M=R^D\subseteq R^{B_1}\subseteq R^{B_2}\subseteq\cdots\subseteq R^{B_k}$

$\Leftrightarrow L_P(G,M,I_M)=L_P(G,D,I_D)\leqslant L_P(G,B_1,I_{B_1})$

$\leqslant L_P(G,B_2,I_{B_2})\leqslant\cdots\leqslant L_P(G,B_k,I_{B_k})$

证明：由定理 3 和定理 4 可证得。

定理 6 证明了面向属性概念格之间的细于等价于属性集上同余关系之间的包含。由此我们得到了一种面向属性概念格动态压缩的新方法。

例 1 我们将给出形式背景 (G,M,I)，如表 1 所列，其中 $G=\{1,2,3,4\}$，$M=\{a,b,c,d,e,f\}$，其面向属性概念格如图 1 所示，下面给出面向属性概念格经过动态压缩之后的格。

表 1 形式背景 (G,M,I)

	a	b	c	d	e	f
1	×	×		×	×	
2	×	×	×			
3				×		
4	×	×	×			×

(1)根据定义 11 得：

$E_1:=[1]_{R^M}=\{1,13\}$，$E_2:=[2]_{R^M}=\{2\}$，

$E_3:=[3]_{R^M}=\{3\}$，$E_4:=[4]_{R^M}=\{4,24\}$，

$E_5:=[12]_{R^M}=\{12,123\}$，$E_6:=[23]_{R^M}=\{23\}$，

$E_7:=[34]_{R^M}=\{34,234\}$，$E_8:=[14]_{R^M}=\{14,124,134,1234\}$，

$E_9:=[\varnothing]_{R^M}=\{\varnothing\}$

根据 $C_{R^M}(X)=\bigcup\{Y|Y\in[X]_{R^M}\}$ 和 $H_M=\{X\in P(G)|C_{R^M}(X)=X\}$ 得：$H_M=\{13,2,3,24,123,23,234,1234,\varnothing\}$。由引理 3 得 $H_M=L_{PG}(G,B,I)$。

(2)由引理 3 (3)得面向属性概念格，如图 1 所示。

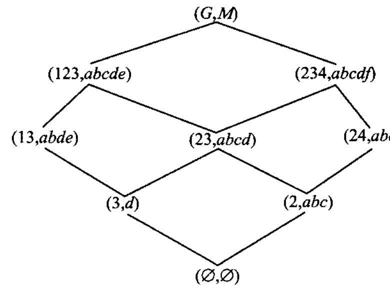

图 1　$L_P(G,M,I)$

(3)当 $D=\{c,d,e,f\}$，$B_1=\{c,d,e\}$，$B_2=\{c,d\}$时，根据定义 11 得：$R^M=R^D\subseteq R^{B_1}\subseteq R^{B_2}$。再由定理 6 得：$L_P(G,M,I_M)=L_P(G,D,I_D)\leqslant L_P(G,B_1,I_{B_1})\leqslant L_P(G,B_2,I_{B_2})$。

(4)故经压缩之后相应的面向属性概念格如图 2—图 4 所示。

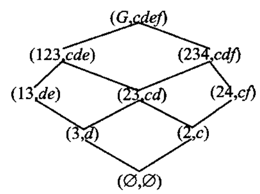

图 2　$L_P(G,D,I_D)$

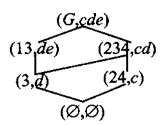

图 3　$L_P(G,B_1,I_{B_1})$

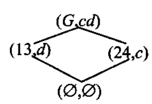

图 4　$L_P(G,B_2,I_{B_2})$

结束语　本文首先研究了面向属性概念格和粗糙集的关系，其次证明了面向属性概念格的属性约简集是保持同余划分不变的最小属性子集；最后给出了面向属性概念格动态压缩的一种新方法。这种方法的优点是可以直接由属性集上同余关系之间的包含得到面向属性概念格的动态压缩格。

参 考 文 献

[1] Wille R. Restructuring Lattices Theory: An Approach on Hierarchies of Concepts [M] // Riaral I, ed. Ordered Sets. Reidel, Dordrecht, 1982: 445-470

[2] Ganter B, Wille R. Formal Concept Analysis [M]. Mathematical Foundations. New York: Springer-Verlag, 1999

[3] Pawlak Z. Rough sets: Theoretical Aspects of Reasoning About Data[M]. Dordrecht, Boston: Kluwer Academic Publishers, 1991

[4] Kent R E. Rough concept analysis[C] // Ziarko W P, ed. Rough Sets, and Fuzzy Sets and Knowledge Discovery (RSKD' 93). London: Springer-Verlag, 1994: 248-255

[5] 王志海，胡可云，刘宗田，等. 概念格上的粗糙集合运算与函数依赖生成[J]. 清华大学学报：自然科学版，1998，38(S2)：1-4

[6] Yao Y Y. Concept lattices in rough set theory[C] // Dick S, Kurgan L, Pedrycz W, et al. , eds. Proceedings of 2004 Annual Meeting of the North American Fuzzy Information Processing Society (NAFIPS 2004). June 2004: 796-801

[7] Li J H, Mei C L, Lv Y J. A heuristic knowledge-reduction method for decision formal contexts[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2011, 61(4): 1096-1106

[8] Li J H, Mei C L, Lv Y J. Knowledge reduction in decision formal context[J]. Knowledge-Based System, 2011, 24(5): 709-715

[9] Wang L D, Liu X D. A new model of evaluating concept similarity [J]. Knowledge-Based Systems, 2008, 21: 842-846

[10] Wang L D, Gong D X. A structural information model for evaluating concept similarity[C] // 2010 Seventh International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery. IEEE press, 2010: 1966-1970

[11] Duntsch I, Gediga G. Approximation operators in qualitative data analysis[M]. Theory and Application of Relation of Structures as Knowledge Instruments. Heidelberg: Springer, 2003: 216-233

[12] 何苗，魏玲. 基于原背景的补背景概念获取 [J]. 计算机科学，2012，39(11)：197-200

[13] Liu M Q, Wei L. The Reduction Theory of Object Oriented Concept Lattices and Property Oriented Concept Lattices [J]. Lecture Notes in Computer Science, 2009, 5589: 587-593

[14] 张文修，仇国芳. 基于粗糙集的不确定决策 [M]. 北京：清华大学出版社，2005

[15] Zhang W X, Qiu G F. Uncertain Decision Making Based on Rough Sets[M]. Tsinghua University Publishing House, 2005

[16] Novotny M. Dependence spaces of information system[M] // Orlowska E, ed. Incomplete Information: Rough Set Analysis. Heidelberg-New York: Physica-Verlag, 1998: 193-246

(上接第 135 页)

[21] Krishnanand K N, Ghose D. A Glowworm Swarm Optimization Based Multi-robot System for Signal Source Localization [M]. Berlin, Germany: [s. n.], 2009

[22] Krishnanand K N, Ghose D. Chasing Multiple Mobile Signal Sources: A Glowworm Swarm Optimization Approach [C] // Proc. of the 3rd Indian International C onference on Artificial Intelligence. [S. l.]: IEEE Press, 2007

[23] 刘汉生，陈智兵，胡朝晖，等. 寄生虫及其宿主协同进化的研究进展[J]. 生态科学，2003，22(3)：261-264

[24] 黄丽琴，郭宪国. 寄生虫与宿主的协同进化关系[J]. 国际医学寄生虫病杂志，2009，36(1)：49-54

[25] 李文祥，王桂堂. 寄生虫对宿主种群的调节[J]. 水生生物学报，2002，26(5)：550-554

[26] 秦全德，李荣钧. 基于生物寄生行为的双种群粒子群算法[J]. 控制与决策，2011，26(4)：548-552

[27] Kool J B, Parker J C, Van Genuchten M T. Determining soil hydraulic properties from one 2 step outflow experiments parameter estimation: I. Theory and numerical studies [J]. Soil. Sci. Soc. Am. J. , 1985, 49: 1348-1354