互连网络的新模型:多部群论模型

师海忠
(西北师范大学数学与统计学院 兰州 730070)

摘 要 互连网络是超级计算机的重要组成部分。互连网络在很大程度上决定着超级计算机的性能。在1989年,S. B. Akers等提出了互连网络的群论模型,据此模型设计出了星网络、冒泡排序网络等一大批网络。尤其是星网络具有很多很好的性能,被认为是超立方体的替代品。但它们都有一个弱点:网络规模(结点数)为$n!$。即随着n的增大,$n!$增速太快,使得据此网络结构设计出的超级计算机升级较为困难,即扩展性较差。在群论模型的基础上提出了互连网络的多部群论模型,进而,据此模型设计出(n,k)-多部星网络、(n,k)-多部冒泡排序网络等多种网络。并证明星网络是$(n,1)$-多部星网络,而且(n,k)-多部星网络做到了规模(结点数)增大且增幅固定、直径增大缓慢、结点度不变,即有很好的可扩展性,其它(n,k)-多部网络也有类似的性能。

关键词 互连网络,星网络,超立方体,(n,k)-多部Cayley图,(n,k)-多部星网络

中图法分类号 TP393 **文献标识码** A

New Model for Interconnection Networks: Multipartite Group-theoretic Model

SHI Hai-zhong
(College of Mathematics and Statistics, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract An interconnection network is an important partite of a supercomputer. In 1989, S. B. Akers et al, proposed a group-theoretic model for interconnection networks and designed many interconnection networks, such as, star network, bubble sort network, etc. In particularly, star networks own many better performances than the popular n-cubes. However, they have a weakness: the size of all above networks is $n!$, that is, $n!$ is very speedly increasing with adding of n. This results in that the scalability of supercomputers built by the interconnection networks is very difficult. That is, the scalability of the supercomputer isn't good. We proposed a multipartite group-theoretic model based on the the group-theoretic model. By this model, we designed many interconnection networks, such as, (n,k)-multipartite star networks, (n,k)-bubble sort networks, etc. Furthermore, we showed star network is $(n,1)$-multipartite star network and (n,k)-multipartite star networks own following better performances: the size of the network increases with fixed increment, its diameter increases slowly, its dgree is fixed. Other (n,k)-multipartite networks designed here own also the performances.

Keywords Interconnection network, Star network, n-cube, (n,k)-multipartite cayley graph, (n,k)-multipartite star network

1 引言

互连网络是超级计算机的重要组成部分。互连网络在很大程度上决定着超级计算机的性能。互连网络通常模型化为一个图$G=(V,E)$,其中V为结点集,E为边集。结点代表处理机/服务器,边代表通信链路/信道。通信就是信息按协议在这种网络上的传递。通信延迟由这种传递经过的边数来度量。度量这种网络性能优劣的指标还有结点的度、图的直径、对称性、连通度/容错度、路由选择算法、结构以及可扩展性等,特别是,可扩展性的好坏决定着超级计算机升级的难易[1-6]。

已有的互连网络按设计方法大致可分为6类:1)线图方法,以De Brujin网络和Kautz网络为代表[3,7,8];2)笛卡儿积方法,以超立方体(hypercubes)、交叉立方体(crossed hypercubes)、折叠立方体(folded hypercubes)、广义立方体(generalized hypercubes)等为代表[2,3,7,8];3)Cayley方法,以星网络(star networks)、冒泡排序网络(bubble sort networks)、修正冒泡排序网络(modified bubble sort networks)、扇网络(bubble-sort star networks)、轮网络(wheel networks)、完全对换网络(complete transposition networks)、超立方体(hypercubes)和立方连通圈(connected-cycles cubes)等为代表[1,3,8,9,11-20];4)代数环论方法,以$Z_{n!d}$-网络等为代表[8];5)向量图方法,以双星网络和三角形网络为代表[10];6)其他方法,以mesh网络、金字塔网络(pyramid networks)、移位交换

到稿日期:2012-11-30 返修日期:2013-02-09 本文受甘肃省自然科学基金(ZS991-A25-017-G)资助。
师海忠(1962—),男,博士,教授,主要研究方向为超级计算机互连网络设计与分析、组合最优化、图半群、图语言等,E-mail:haizhong.shi@163.com。

网络(shuffle-exchange networks)等为代表[3,5,6]。当然这种分类没有严格的界限。以上各种网络各有优缺点[3,5-8]。下面仅对以 Cayley 方法设计出的网络做说明。

1989 年,S. B. Akers B. Krishnamurthy 以 Cayley 图为基础提出了互连网络的群论模型——Cayley 方法,提出了对换树的 Cayley 图等概念,设计出了星网络和冒泡排序网络等[1],尤其是星网络被认为是超立方体的替代品。其因具有很多很好的性质,而受到学术界的极大关注[1,3,8,9,11,14-20]。后来提出了对换图的 Cayley 图等概念,设计出了修正冒泡排序网络、轮网络、扇网络(bubble-sort star networks)和完全对换网络等[9,11]。但是,以上网络都有一个共同的弱点:网络规模(结点数)为 $n!$,即随着 n 的增大,$n!$ 极为迅速地增大。这给据此类网络设计出的超级计算机在升级时带来极大的困难。例如,由 $n=8$(结点/处理机数为 40320)升级到 $n=9$(结点/处理机数为 362880)时,必须要增加 322560 个处理机,再要升级到 $n=10$,需增加的处理机数目更是大得惊人,使得升级变得几乎不可能。

在本文中,为了克服上述弱点,我们在群论模型的基础上提出了多部群论模型,据此模型设计出了 (n,k)-多部星网络、(n,k)-多部冒泡排序网络、(n,k)-多部修正冒泡排序网络、(n,k)-多部轮网络、(n,k)-多部扇网络、(n,k)-完全对换网络等。这些新网络都可以做到结点数增大且增幅固定、直径增长缓慢、结点度保持不变,即这些新网络具有很好的可扩展性。很容易知道,星网络等分别是相应多部网络在 $k=1$ 时的特殊情形。

本文第 2 节至第 8 节分别描述 (n,k)-多部 Cayley 图;(n,k)-多部星网络;(n,k)-多部冒泡排序网络;(n,k)-多部修正冒泡排序网络;(n,k)-多部轮网络;(n,k)-多部扇网络;(n,k)-多部完全对换网络;最后是结束语。

2 (n,k)-多部 Cayley 图

集合 $\{1,2,\cdots,n\}$ 上的一个置换记为 $i_1i_2\cdots i_n=\tau$,即 $\tau(1)=i_1,\tau(2)=i_2,\cdots,\tau(n)=i_n$。$i_1i_2\cdots i_n$ 是 $1,2,\cdots,n$ 的一个排列。称 $i_1i_2\cdots i_n$ 为 n 次置换。由某些 n 次置换构成的群称为 n 次置换群。全体 n 次置换构成的置换群称为 n 次对称群,记为 S_n。置换 $i_1i_2\cdots i_n$ 称为对换,如果 $i_1=1,i_2=2,\cdots,i_p=q,\cdots,i_q=p,\cdots,i_n=n$,其中 $p\neq q$,记为 (pq)。由代数知识[21,22]知,一个 n 置换可分解为若干对换的乘积。若分解后的对换个数为偶数,则称该置换为偶置换,否则称为奇置换。全体 n 次偶置换组成的集合记为 A_n,全体 n 次奇置换组成的集合记为 B_n。A_n 也构成一个置换群,称为 n 次交错群。而且,A_n 和 B_n 中的置换个数均为 $n!/2$。还有:$A_n\cup B_n=S_n$,$A_n\cap B_n=\phi$,其中,ϕ 为空集。

我们引入记号:

k 为任意正整数;

$A_{n,2i}=\{(g,2i):g\in A_n\},i=0,1,\cdots,k-1$;

$B_{n,2i+1}=\{(g,2i+1):g\in B_n\},i=0,1,\cdots,k-1$。

一个简单图 $G=(V,E)$ 称为 n 阶对换图,如果 $V=\{1,2,\cdots,n\}$。集合 $\Omega G=\{(pq):(pq)$ 为 n 阶对换且 (p,q) 为对换图 G 的一条边$\}$。由 ΩG 生成的置换群记为 PG。

Cayley 图 $\Gamma(PG,\Omega G)$ 定义为:

结点集 $V\Gamma=PG$;

边集 $EG=\{(s,t):s,t\in PG$ 且存在对换 $(pq)\in\Omega G$ 使 $s(pq)=t\}$。

称为对换图 G 的 Cayley 图。

当 G 是连通图时,$PG=S_n$ 且 $\Gamma(PG,\Omega G)$ 是二部图。特别地,当是树时,$PG=S_n$ 且 $\Gamma(PG,\Omega G)$ 称为对换树的 Cayley 图。

对任意正整数 k,任意连通对换图 G,构造 $2k$ 部图如下:

结点集 $V=\bigcup_{i=0}^{k-1}(A_{n,2i}\cup B_{n,2i+1})$;

结点 s 与结点 t 连一边当且仅当满足如下两条:

1)存在 $i(0\leqslant i\leqslant k-1)$ 使 $s,t\in A_{n,2i}\cup B_{n,2i\pm1}$($2i,2i\pm1$ 取模 $2k$);

2)存在对换 $(pq)\in\Omega G$ 使下列条件之一成立:

a)若 $s=(g,2i)$,则 $t=(g(pq),2i\pm1)$;

b)若 $s=(g,2i+1)$,则 $t=(g(pq),2i+1\pm1)$;

c)若 $s=(g,2i-1)$,则 $t=(g(pq),2i-1\pm1)$。

称为 (n,k)-多部 Cayley 图,记为 (n,k)-$\Gamma(G)$。

引理 1[24] Cayley 图 $\Gamma(PG,\Omega G)$ 在 $n\geqslant3$ 时是最大连通度的。

由此我们容易得到:

定理 1 设对换图 G 是连通图,G 的结点数为 $n(n\geqslant3)$,k 是正整数,则

1)$(n,1)$-多部 Cayley 图 $(n,1)$-$\Gamma(G)$ 就是对换图 G 的 Cayley 图,它的结点数为 $n!$,结点度是 G 的边数,也是 2 部连通图。

2)$k\geqslant2$ 时,(n,k)-多部 Cayley 图 (n,k)-$\Gamma(G)$ 的结点数为 $n!$,结点度为 G 的边数的 2 倍;也是 $2k$ 部连通图;也是 Cayley 图 $\Gamma(V,\Omega)$:$(V,\otimes)$ 是群,其中,V 如前所述,V 上的运算为 $(g_1,i_1)\otimes(g_2,i_2)=(g_1g_2,i_1+i_2(\mathrm{mod}(2k)))$,生成集 $\Omega=\{((pq),\pm1):(pq)\in\Omega G\}$;也是点可迁的,直径为 $k-1+d$,其中,d 为 $(n,1)$-$\Gamma(G)$ 的直径。

证明:1)$(n,1)$-$\Gamma(G)$ 的结点集 $V=A_{n,0}\cup B_{n,1}$,建立映射 $f:V\rightarrow S_n$ 如下:

a)$f:A_{n,0}\rightarrow A_n$,$f((g,0))=g$;

b)$f:B_{n,1}\rightarrow B_n$,$f((g,1))=g$。

易知,f 是图 $(n,1)$-$\Gamma(G)$ 到 $\Gamma(S_n,\Omega G)$ 的同构。

2)由群的定义立即可得 $(V,\otimes)$ 是群,Ω 是它的生成集,V 到 V 的恒等映射就是 (n,k)-$\Gamma(G)$ 到 $\Gamma(V,\Omega)$ 的同构。

定理 2 设对换图 G 是对换树,G 的结点数为 $n(n\geqslant3)$,记为 T_n,k 是正整数,则

1)$(n,1)$-多部 Cayley 图 $(n,1)$-$\Gamma(T_n)$ 就是对换树 T_n 的 Cayley 图,它的结点数为 $n!$,是 $n-1$ 正则的,也是 2 部连通图。

2)$k\geqslant2$ 时,(n,k)-多部 Cayley 图 (n,k)-$\Gamma(T_n)$ 的结点数为 $n!$,结点度为 $2(n-1)$ 倍,也是 $2k$ 部连通图,也是 Cayley 图,也是点可迁的。

证明:由定理 1 立即可得。

特别值得一提的是,当 G 不连通时,$\Gamma(PG,\Omega G)$ 也是二部图,也可类似构造 $2k$ 部对换图 G 的 Cayley 图。

3 (n,k)-多部星网络

设对换树为 n 个结点的星 ST_n,即结点集 $V(ST_n)=\{1,2,\cdots,n\}$,边集 $E(ST_n)=\{(1,i):2\leqslant i\leqslant n\}$,$k$ 为正整数,则称

(n,k)-多部 Cayley 图(n,k)-$\Gamma(ST_n)$为(n,k)-多部星网络，仍记为(n,k)-$\Gamma(ST_n)$。ST_n 的 Cayley 图就是著名的星网络(star network)S_n[1]。

由定理 2 及文献[1]知识得到：

推论 1 1)$(n,1)$-$\Gamma(ST_n)$就是星网络 S_n，它的结点数为 $n!$，结点度为 $n-1$，直径为$\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，点连通度和边连通度均为 $n-1$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

2)$k\geqslant 2$时，(n,k)-$\Gamma(ST_n)$的结点数为 $kn!$，结点度为 $2(n-1)$，直径为 $k-1+\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此推论可见，固定适当的 n(例如 n=7 或 8)，随着 k 的增大，(n,k)-$\Gamma(ST_n)$的规模(结点数)以固定的增幅($n!$)增大，但结点度 $2(n-1)$不变，直径 $k-1+\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$以增幅 1 增大。这表明$(n,k)$-$\Gamma(ST_n)$有很好的可扩展性，克服了超立方体和星网络的结点度随规模(结点数)的增大而增大的弱点，而且具有小直径的优点。更详细的比较见表 1。表 1 中数据表明(7,k)-多部星网络等克服了摘要中指出的超立方体、星网络的弱点。

表 1 比较

超立方体				星网络			
n	度	直径	结点数	n	度	直径	结点度
10	10	10	1024	7	6	9	5040
11	11	11	2048	8	7	10	40320
12	12	12	4096	9	8	12	362880
13	13	13	8192	10	9	13	3628800
14	14	14	16384	11	10	15	…
15	15	15	32768	…	…	…	…
…	…	…	…				
(7,k)-多部星网络				(8,k)-多部星网络			
k	度	直径	结点数	k	度	直径	结点度
1	6	9	5040	1	7	10	40320
8	12	16	40320	2	14	11	80640
9	12	17	45360	3	14	12	120960
10	12	18	50400	4	14	13	161280
11	12	19	55440	5	14	14	201600
12	12	20	60480	…	…	…	…
…	…	…	…				

4 (n,k)-多部冒泡排序网络

设对换树为 n 个结点的路 PB_n，即结点集 $V(PB_n)=\{1,2,\cdots,n\}$，边集 $E(PB_n)=\{(i,i+1):1\leqslant i\leqslant n-1\}$；$k$ 为正整数，则称(n,k)-多部 Cayley 图(n,k)-$\Gamma(PB_n)$为(n,k)-多部冒泡排序网络，仍记为(n,k)-$\Gamma(PB_n)$。$(n,1)$-$\Gamma(PB_n)$即为著名的冒泡排序网络 B_n(bubble sort network)[1,11]。

由定理 2 及文献[1]知识得到：

推论 2 1)$(n,1)$-$\Gamma(PB_n)$就是冒泡排序网络 B_n，它的结点度为 $n!$，结点度为 $n-1$，直径为 $n(n-1)/2$，点连通度为 $n-1$，也是连通图，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

2)$k\geqslant 2$ 时(n,k)-$\Gamma(PB_n)$的结点数为 $kn!$，结点度为 $2(n-1)$，直径为 $k-1+n(n-1)/2$，点连通度和边连通度均为 $2(n-1)$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此可见，当 $k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(PB_n)$也有很好的可扩展性。

5 (n,k)-多部修正冒泡排序网络

设对换图为 n 个结点的圈 CMB_n，即结点集 $V(CMB_n)=\{1,2,\cdots,n\}$，边集 $E(CMB_n)=\{(i,i+1):1\leqslant i\leqslant n-1\}\cup\{(1,n)\}$。$k$ 为正整数，则称(n,k)-多部 Cayley 图(n,k)-$\Gamma(CMB_n)$为(n,k)-多部修正冒泡排序网络，仍记为(n,k)-$\Gamma(CMB_n)$。当 $k=1$ 时，它即为著名的修正冒泡排序网络 MB_n，也称为圈图[9,11]。

由定理 1 得到：

推论 3 1)$(n,1)$-多部修正冒泡排序网络$(n,1)$-$\Gamma(CMB_n)$就是修正冒泡排序网络 MB_n，它的结点数为 $n!$，结点度为 n，直径为$\lfloor n^2/4 \rfloor$，也是连通图，也是 Cayley 图，也是点可迁的，点连通度和边连通度均为 n。

2)$k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(CMB_n)$的结点数为 $kn!$，结点度为 $2n$，直径为 $k-1+\lfloor n^2/4 \rfloor$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此可见，当 $k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(CMB_n)$也有很好的可扩展性，当 n 不变时，直径随 k 增长缓慢。

6 (n,k)-多部轮网络

设对换图为 $n(n\geqslant 4)$个结点的轮图 WL_n，即结点集 $V(WL_n)=\{1,2,\cdots,n\}$，边集 $E(WL_n)=\{(1,i):2\leqslant i\leqslant n\}\cup\{(i,i+1):2\leqslant i\leqslant n-1\}\cup\{(2,n)\}$，$k$ 为正整数，则称(n,k)-多部 Cayley 图(n,k)-$\Gamma(WL_n)$为(n,k)-多部轮网络，仍记为(n,k)-$\Gamma(WL_n)$。WL_n 的 Cayley 图即为著名的轮网络 W_n(wheel network)[11]。

由定理 1 得到：

推论 4 1)$(n,1)$-多部轮网络$(n,1)$-$\Gamma(WL_n)$就是轮网络 W_n，它的结点数为 $n!$，结点度为 $2(n-1)$，直径不超过$\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，也是连通图，也是 Cayley 图，也是点可迁的，点连通度和边连通度均为 $2(n-1)$。

2)$k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(WL_n)$的结点数为 $kn!$，结点度为 $4(n-1)$，直径不超过 $k-1+\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此可见，当 $k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(WL_n)$也有很好的可扩展性，当 n 不变时，直径随 k 增长缓慢。

7 (n,k)-多部扇网络

设对换图为 $n(n\geqslant 4)$个结点的扇图 BSS_n，即结点集 $V(BSS_n)=\{1,2,\cdots,n\}$，边集 $E(WL_n)=\{(1,i):2\leqslant i\leqslant n\}\cup\{(i,i+1):2\leqslant i\leqslant n-1\}$，$k$ 为正整数，则称(n,k)-多部 Cayley 图(n,k)-$\Gamma(BSS_n)$为(n,k)-多部轮网络，仍记为(n,k)-$\Gamma(BSS_n)$。BSS_n 的 Cayley 图即为著名的 bubble-sort-star 网络[23]。

由定理 1 得到：

推论 5 1)$(n,1)$-多部轮网络$(n,1)$-$\Gamma(BSS_n)$就是 bubble-sort-star 网络，它的结点数为 $n!$，结点度为 $2n-3$，直径不超过$\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，也是连通图，也是 Cayley 图，也是点可迁的，点连通度和边连通度均为 $2n-3$。

2)$k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(BSS_n)$的结点数为 $kn!$，结点度为 $4n-6$，直径不超过 $k-1+\lfloor 3(n-1)/2 \rfloor$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此可见，当 $k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(BSS_n)$也有很好的可扩展性，当 n 不变时，直径随 k 增长缓慢。

8 (n,k)-多部完全对换网络

设对换图为 $n(n\geqslant 2)$个结点的完全图 CT_n，即结点集

$V(CT_n)=\{1,2,\cdots,n\}$，边集 $E(CT_n)=\{(i,j):1\leqslant i<j\leqslant n\}$，$k$ 为正整数，则称 (n,k)-多部 Cayley 图 (n,k)-$\Gamma(CT_n)$ 为 (n,k)-多部完全对换网络，仍记为 (n,k)-$\Gamma(CT_n)$。CT_n 的 Cayley 图即为著名的完全对换网络（complete transposition network）[9]。

由定理 1 得到：

推论 6 1）$(n,1)$-多部轮网络 $(n,1)$-$\Gamma(CT_n)$ 就是完全对换网络，它的结点数为 $n!$，结点度为 $n(n-1)/2$，直径为 $n-1$，也是连通图，也是 Cayley 图，也是点可迁的，点连通度和边连通度均为 $n(n-1)/2$。

2）$k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(CT_n)$ 的结点数为 $kn!$，结点度为 $n(n-1)$，直径为 $n+k-2$，也是 Cayley 图，也是点可迁的。

由此可见，当 $k\geqslant 2$ 时，(n,k)-$\Gamma(CT_n)$ 也有很好的可扩展性，当 n 不变时，直径随 k 增长缓慢。

结束语 对超级计算机的发展来讲，互连网络的设计是一个永恒的主题。因为互连网络的性能指标之间存在着矛盾，例如，小的结点度和高的连通度（容错性）之间总是一对矛盾，这为互连网络的设计提供了广阔的空间。在本文中，我们提出了互连网络的 (n,k)-多部 Cayley 图模型，设计出了多种互连网络，并讨论了它们的基本性质，证明它们有很好的可扩展性。它们的其他性能有待进一步的研究。

参考文献

[1] Akers S B, Krishnamurthy B. A group-theoretic model for interconnection networks [J]. IEEE Transactions on computers, 1989, 38(4): 555-565

[2] Bondy J A, Murty U S R. Graph Theory with Applications[M]. London: Macmillian Press, 1976

[3] 徐俊明. 组合网络理论[M]. 北京：科学出版社，2007

[4] 高随祥. 图论与网络流理论[M]. 北京：高等教育出版社，2009

[5] 王鼎兴，陈国良. 互连网络结构分析[M]. 北京：科学出版社，1990

[6] Huang Kai. 高等计算机系统结构[M]. 王鼎兴，等译. 北京：清华大学出版社，南宁：广西科学技术出版社，1992

[7] Du D Z, Hsu D F, et al. Combinatorial Network Theory[M]. Kluwer Academic Publishers, 1996: 65-105

[8] 师海忠. 互连网络的代数环模型[D]. 北京：中国科学院应用数学研究所，1998

[9] Lakshmivarahan S, Jwo J S, Dhall S. Symmetric in interconnection networks based on Cayley graph of permutation groups: A survey[J]. Parallel Computing, 1993, 19(4): 361-407

[10] 师海忠，牛攀峰，马继勇，等. 互连网络的向量图模型[J]. 运筹学学报，2011，15(3)：115-123

[11] 师海忠，路建波. 关于互连网络的几个猜想[J]. 计算机工程与应用，2008，44(31)：112-115

[12] 师海忠，马继勇，牛攀峰，等. 关于修正冒泡排序网络的一簇猜想[J]. 计算机科学，2011，2011，38(10A)：265-267

[13] 师海忠，王国亮，马继勇，等. 完全对换网络的一簇猜想[J]. 计算机科学，2012，39(6A)：404-407

[14] 路建波，师海忠，牛攀峰. Star 网络 S_6 的 Hamilton 圈分解[J]. 工程数学学报，2011，28(1)：565-568

[15] Walker D, Latifi S. Improving bounds on link failure tolerance of the star graph[J]. Information Sciences, 2010, 180(13): 2571-2575

[16] Wan Min, Zhang Zhao. Akind of condition vertex connectivity of star graphs[J]. Applied Mathematics Letters, 2009, 22(2): 264-267

[17] Wang Jian, Xu Xi-rong, Zhu De-jun, et al. On the bounds of feedback numbers of (n,k)-star graphs[J]. Information Processing Letters, 2012, 112(12): 473-478

[18] Tsai Ping-ying, Fu Jung-sheng, Chen Gen-huey. Fault-free longest paths in star networks with conditional link faults[J]. Theoretical Computer Science, 2009, 410(8-10): 766-775

[19] Li T-K, Tan J J M, Hsu L-H. Hyper Hamiltonian laceability on edge fault star graph[J]. Information Sciences, 2004, 165(1/2): 59-71

[20] Rouskov Y, Latifi S, Srimani P K. Conditional fault diameter of star graph networks[J]. Journal of Parallel and Distributed computing, 1996, 33(1): 91-97

[21] Biggs N. Algebraic Graph Theory[M]. MA: Cambridge University Press, 1993

[22] 张禾瑞. 近世代数基础[M]. 北京：高等教育出版社，1978

[23] Chou Z-T, Hsu C-C, Shen Jang-ping. Bubblesort star graphs: A New Interconnection Networks[C]//Proceeding of the 1996 International Conference on Parallel and Distributed Systems. 1996

[24] Cheng E, Liptak L. Fault resiliency of Cayley graphs generated by transposition [J]. International Journal of Foundations of Computer Science, 2007, 18(5): 1005-1022

（上接第 20 页）

[34] Perry D E, Wolf A L. Foundations for the study of software architecture[J]. ACM SIGSOFT Software Engineering Notes, 1992, 17(4): 40-52

[35] Brooks F P Jr. The Mythical Man-Month[M]. Posts & Telecom Press, 2010

[36] Hochstein L, Lindvall M. Combating architectural degeneration: a survey[J]. Information and Software Technology, 2005, 47(10): 643-656

[37] Andrews A A, Ohlsson M C, Wohlin C. Deriving fault architectures from defect history[J]. Journal of Software Maintenance: Research and Practice, 2000, 12(5): 287-304

[38] Li Zu-de, Gittens M, Murtaza S S, et al. Analysis of pervasive multiple-component defects in a large software system[C]// Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Software Maintenance(ICSM'09). 2009: 265-273

[39] Eaddy M, Zimmermann T, Sherwood K D, et al. Do crosscutting concerns cause defects[J]. IEEE Transactions on Software Engineering, 2008, 34(4): 497-515

[40] Li Zu-de. Characterizing and Diagnosing Architectural Degeneration of Software System from Defect Perspective[OL]. http://ir.lib.uwo.ca/etd/30/, 2010

[41] 刘英博，王建民. 面向缺陷分析的软件库方法综述[J]. 计算机科学，2007，34(9)：1-11