

一种改进的 K-means 聚类算法的图像检索方法

吕明磊 刘冬梅 曾智勇
(福建师范大学 福州 350108)

摘要 分析了 K-means 聚类算法在图像检索中的缺点,提出了一种改进的 K-means 聚类算法的图像检索方法。它首先计算图像特征库里面的所有颜色直方图特征之间的欧氏距离;然后根据“两个对象距离越近,相似度越大”^[1]这一原理,找到符合条件的特征向量作为 K-means 聚类的初始类心进行聚类;最后进行图像检索。实验结果表明,本算法具有较高的检索准确率。

关键词 聚类, K-means 聚类算法, 颜色直方图特征, 图像检索, 特征提取

中图分类号 TP39 文献标识码 B

Novel Image Retrieval Method of Improved K-means Clustering Algorithm

LV Ming-lei LIU Dong-mei ZENG Zhi-yong
(Fujian Normal University, Fuzhou 350108, China)

Abstract The drawbacks of image retrieval based on K-means clustering algorithm were analyzed, and a novel image retrieval method of an improved K-means algorithm was presented in this paper. Firstly, it computes the Euclidean distance of every two color histogram features of all color histogram features in the image feature database. Secondly, it puts the matched condition feature vectors as the initial class centers of the K-means, which is based on the theory “The closer the two objects, the greater the similarity”. Finally, it starts image retrieval. Experimental results demonstrate that proposed method is efficient.

Keywords Cluster, K-means clustering algorithm, Color histogram feature, Image retrieval, Feature extraction

所谓基于内容的图像检索(CBIR, Content Based Image Retrieval)系统^[2],与传统的文本检索系统几乎完全不同。基于内容的图像检索主要依赖其视觉特征(颜色、纹理、形状等),而非文本描述进行检索,查询根据图像的相似度进行^[3]。用户通过输入样本图像进行查询,在图像数据库中查找图像特征距离相近的图像,距离越小,相似度越大,按照相似度的大小排列并返回给用户^[4]。依据检索输入方式的不同,CBIR系统可以分为实例检索和语义描述检索^[5],实例检索系统由于构建较为简单,检索效率较高,近年来有广泛的应用。本文的检索系统也是实例检索的一个应用。

CBIR 技术最关键的核心技术^[6]包括对图像视觉特征的提取、相似性计算、系统的性能评价等。其虽然较传统的基于文本的关键词检索有了很大进步,但效率仍然不高。在图像检索中,速度和正确率是图像检索的关键问题。和传统的 CBIR 顺序检索图像库里的图像相比,采用聚类的方法对图像按照某种特征相似性原则进行聚类,把特征相似的图像聚合为一类,检索过程在所有类心和某一类内进行,大大缩小了图像搜索和匹配范围,提高了检索速度和准确率。

聚类,简单地说,就是将相似的数据项放在一起^[7]。众多的聚类算法在图像检索领域中具有广泛的应用^[8-13],在聚类

算法中,模糊 C 均值算法^[14,15]利用伪随机数产生初始聚类中心,不能产生稳定的聚类效果,尤其是聚类目数比较多,或者聚类结果对初始聚类中心比较敏感时,往往不能得到令人满意的聚类效果。K-means 聚类算法^[16]应用最为广泛,并且是国际权威学术组织 ICDM(the IEEE International Conference on Data Mining)选中的数据挖掘领域的十大经典算法之一^[17]。该算法对大数据集处理比较有效,缺点是随机选取某些特征向量作为初始聚类中心,聚类结果往往对初始类心有一定的依赖性,聚类结果不稳定。K-modes 聚类算法^[18]作为 K-means 的扩展,较 K-means 来说具有脏数据和异常数据不敏感性,但计算量要远大于 K-means 算法,不适合大数据集聚类。根据上述算法的不足,提出了一种改进的 K-means 算法,它一方面用计算特征向量之间的距离来确定初始类心,取代了原始算法随机选取某些特征向量作为初始类心,消除了聚类结果对初始聚类中心的影响;另一方面由于计算得到的初始类心是稳定的,因此产生的聚类结果也是稳定的;同时聚类的初始类心是依据“两个对象距离越近,相似度越大”^[1]这一原理计算得到的,更符合“物以类聚,人以群分”这一客观要求,聚类效果较上述算法来说有一定的提高。

到稿日期:2012-10-29 返修日期:2013-02-01 本文受福建省自然科学基金项目(2011J01338)资助。

吕明磊(1986-),男,硕士生,主要研究方向为模式识别、图像检索、语义映射, E-mail: asilml@126.com; 刘冬梅(1987-),女,硕士生,主要研究方向为模式识别、人脸识别; 曾智勇(1965-),男,副教授,硕士生导师,主要研究方向为图像/视频视觉特征与语义特征分析、大规模图像数据库管理、模式识别、机器学习与数据挖掘的理论和方法。

1 图像检索流程

本文的图像检索系统流程与常见的图像检索系统有一定的相似,但也不尽相同。首先是提取图像特征库中所有图像的颜色直方图特征,存储到特征数据库里。之后对特征数据库里的特征向量进行聚类。最后在图像检索时依据查询图像到聚类中心的距离来确定该查询图像所应属的聚类。本文具体流程见图1。

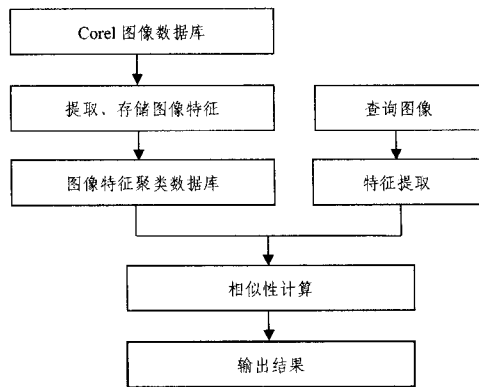


图1 系统流程图

2 提取图像的颜色直方图特征

颜色是物体表面的一种视觉特性,每种物体都有其特有的颜色特征^[19,20]。同一类物体一般会具有比较相似的特征,因此可以根据颜色特征来区分物体^[21]。颜色直方图(color histogram)是CBIR系统中最常用的颜色特征表示方法^[22],其中涉及到颜色空间的选择、颜色直方图距离的度量、颜色间的相似性及背景颜色影响的处理等关键问题^[12]。本文所使用的颜色特征是在RGB颜色空间下提取的。

对于一幅图像来说,每一个像素都可以用红、绿、蓝3基色来表示,即 $(R,G,B)^T$, R,G,B 的取值为 $0\sim 255$,即每一个像素的3个分量均可用一个8位的二进制表示。而一个6位的二进制表示的范围为 $0\sim 63$,可见提取 R,G,B 二进制数的最高两位能最大限度地表示颜色的统计信息。这样分别取 R,G,B 二进制数的最高两位,组合在一起就构成了一个6位的二进制数。把这个6位的结构看作为一个单元bin。如果一幅图像有 N 个像素,那么该幅图像就包含 N 个bin,bin的取值范围为 $0\sim 63$,即有64种取值(6位二进制数的取值范围)。这样若以 $0\sim 63$ 为横坐标,图像中bin值分别以0到63的像素的个数为纵坐标,以此构成图像的颜色直方图。因此根据颜色直方图,图像的特征向量可以表示为一个64维的向量 $\vec{x}=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_{64})$ 。颜色特征的提取是实现图像检索的第一步,能否准确无误地提取图像的颜色特征是能否有效地实现图像检索的关键。图像颜色直方图特征的优点是特征提取简单,颜色信息遗漏较少。

如果图像特征数据库里有 N 幅图像,则可以用一个 $N\times 64$ 的矩阵来表示整个特征数据库:

$$\begin{bmatrix} \vec{x}_1 \\ \vec{x}_2 \\ \vec{x}_3 \\ \vdots \\ \vec{x}_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{1,1}, x_{1,2}, x_{1,3}, \dots, x_{1,64} \\ x_{2,1}, x_{2,2}, x_{2,3}, \dots, x_{2,64} \\ x_{3,1}, x_{3,2}, x_{3,3}, \dots, x_{3,64} \\ \vdots \\ x_{N,1}, x_{N,2}, x_{N,3}, \dots, x_{N,64} \end{bmatrix} \quad (1)$$

3 K-means 聚类算法

本节提到的K-means聚类算法,也就是文献[16]的算法,是最原始的算法。K-means聚类算法是很经典的基于距离的聚类算法,采用距离的大小作为相似性的评价指标,即认为“两个对象的距离越近,其相似度就越大”^[1]。该算法认为类是由距离靠近的对象组成的,因此把得到的紧凑且独立的类作为最终目标。

K-means聚类算法的 K 个初始类聚类中心点的选取对聚类结果具有较大的影响。因为在该算法第一步中是随机地选取任意 K 个对象作为初始聚类的类心。该算法在每次迭代中对数据集中剩余的每个对象,根据其与各个类中心的距离将其重新分配到最近的类心的类。当考察完所有数据对象后,一次迭代运算完成,新的聚类中心被计算出来。

具体算法过程如下:

- 1)从 N 个对象中随机选取 K 个对象作为类心。
- 2)对剩余的每个对象计算其到每个类心的距离,并把它归到最近的类心的类。
- 3)重新计算已经得到的各个类的类心。
- 4)迭代2)、3)步直至新的类心与原类心相等或小于指定阈值,算法结束。

4 改进的 K-means 算法

改进的K-means聚类算法与原始K-means相比,主要体现在聚类的初始类心上,即原算法的初始类心是随机产生的,是不稳定的;而改进的K-means聚类算法的初始类心是计算得到的,是稳定的。

4.1 初始类心的获取

初始类心依据“两个对象距离越近,相似度越大”^[1]这一原理,来计算特征向量之间的距离,从而确定初始类心。计算过程如下所示。

1)设聚类个数为 K ,聚类中心用 \vec{C} 表示,则有 $\vec{C}=\{\vec{c}_1, \vec{c}_2, \dots, \vec{c}_K\}$,所有类的集合用 $\vec{W}=\{\vec{\omega}_1, \vec{\omega}_2, \vec{\omega}_3, \dots, \vec{\omega}_K\}$ 表示。首先找到前两个初始聚类中心 \vec{c}_1 和 \vec{c}_2 。设图像特征库中特征向量的个数为 N ,特征维数为 M ,则特征向量集 $\vec{X}=\{\vec{x}_1, \vec{x}_2, \vec{x}_3, \dots, \vec{x}_N\}$,例如计算任意每两个特征向量 \vec{x}_i 与 \vec{x}_j 之间的欧氏距离 D_{ij} ,其中 $1\leq i\leq N, 1\leq j\leq N$,且 $i\neq j$,计算公式如式(2)所示:

$$D_{ij} = |\vec{x}_i - \vec{x}_j| \quad (1\leq i\leq N, 1\leq j\leq N, \text{且 } i\neq j) \quad (2)$$

$$|\vec{x}_i - \vec{x}_j| = \sqrt{(\vec{x}_{i1} - \vec{x}_{j1})^2 + \dots + (\vec{x}_{iM} - \vec{x}_{jM})^2} \quad (3)$$

再查找最大的 D_{ij} ,如果 $D_{ij} = \max_{i,j} |D_{ij}|$,则特征向量 \vec{x}_i 、 \vec{x}_j 就作为初始聚类的前两个类心,即有 $\vec{c}_1 = \vec{x}_i, \vec{c}_2 = \vec{x}_j$ 。接下来就进入到第2)步来计算其余的 $K-2$ 个聚类中心。

2)由步骤1)已经计算出了聚类的前两个初始聚类中心,假设此时已经确定了 $k(2\leq k\leq K-1)$ 个聚类中心,则第 $k+1$ 个聚类中心 \vec{c}_{k+1} 就是特征向量集中其余 $N-k$ 个特征向量与已确定的前 k 个聚类中心距离累加和最大的特征向量。计算特征向量 \vec{x}_i 与已确定的前 k 个聚类中心距离累加和的公式如式(4)所示:

$$S_i = \sum_{j=1}^k |\vec{x}_i - \vec{c}_j| \quad (4)$$

$$|\vec{x}_i - \vec{c}_j| = \sqrt{(\vec{x}_{i1} - \vec{c}_{j1})^2 + \dots + (\vec{x}_{iM} - \vec{c}_{jM})^2} \quad (5)$$

再查找最大的 S_l , 如果 $S_l = \max |S_l|$, 则特征向量 \vec{x}_l 就作为聚类的第 $k+1$ 个初始聚类中心, 即有 $\vec{c}_{k+1} = \vec{x}_l$ 。这样重复第 2) 步, 直到 K 个初始聚类中心都找到为止。

4.2 聚类

接下来聚类过程和原始算法聚类过程类似, 设在聚类过程中最大迭代次数为 T 。在聚类迭代过程中引入聚类准则函数, 聚类准则函数用于判断聚类质量的高低, 常用误差平方和准则函数作为聚类准则函数。聚类准则函数 $J(t)$ 的值在算法的逐次迭代过程中逐渐减小, 最终收敛到某一固定的值, 此时算法迭代结束^[23, 24]。具体定义如下:

$$J(t) = \sum_{j=1}^K \sum_{\vec{x} \in \vec{\omega}_j} |\vec{x} - \vec{c}_j|^2 \quad (6)$$

式中, $J(t)$ 表示第 t 次迭代时所有对象的平方误差总和, \vec{c}_j 为类 $\vec{\omega}_j$ 的中心, 计算 $|\vec{x} - \vec{c}_j|^2$ 可参考式(3)。这个准则函数试图使生成的聚类结果尽可能地紧凑和独立。毫无疑问, J 值越小, 说明误差越小, 则聚类结果越好。因此, 我们应该寻求使 J 最小的聚类结果, 即在误差平方和准则函数下的最优结果。具体聚类步骤如下所示:

1) 把 4.1 节计算得到的 K 个类心作为聚类的中心。用维数为 K 的向量 $\vec{Z} = (z_1, z_2, z_3, \dots, z_K)^T$ 来记录每个聚类的特征向量个数, 当前迭代次数为 t , 初始化 $\vec{Z} = (0)^T, t = 1, J(0) = 0$ 。

2) 对于剩余的每个特征向量, 计算其到每一个聚类类心的距离, 并把它归并到距离最近的类心的类。例如任一特征向量 \vec{x}_i 到任一类心 \vec{c}_j 的距离为 $d_{ij}, d_{ij} = |\vec{x}_i - \vec{c}_j| (1 \leq i \leq N, 1 \leq j \leq K)$, 其中 $|\vec{x}_i - \vec{c}_j|$ 如式(3)所示。再查找最小的 d_{ij} , 如果 $d_{ij} = \min_j |d_{ij}|$, 则特征向量 \vec{x}_i 归并到类心 \vec{c}_j 所在的类, 即有 $\vec{x}_i \in \vec{\omega}_j, z_j = z_j + 1$ 。按照此方法把所有的特征向量都归并到所应属的类。

3) 重新计算已经得到的各个类的类心。对任一类 $\vec{\omega}_i$, 其类心 \vec{c}_i 的计算公式如式(7)所示:

$$\vec{c}_i = \frac{1}{z_i} \sum_{\vec{x} \in \vec{\omega}_i} \vec{x} \quad (1 \leq i \leq K) \quad (7)$$

初始化 $\vec{Z} = (0)^T$, 利用式(5)计算 $J(t)$ 的值。

4) 判断若 $|J(t) - J(t-1)| < \epsilon (0 < \epsilon < 0.005)$, 在此设定 $\epsilon = 0.005$, 则算法结束, 否则 $t = t + 1$; 若 $t \geq T$, 则算法结束, 否则重复步骤 2)、3)。

5 相似性度量

由第 4 节我们已经得到聚类结果, 即 K 个聚类, 每个聚类的类心为 \vec{c}_i , 每个聚类的特征向量集合为 $\vec{\omega}_i$, 其中 $1 \leq i \leq K$ 。对于用户查询图片 q , 提取其颜色直方图特征, 得到特征向量 $\vec{q} = \{q_1, q_2, q_3, \dots, q_M\}$, 其中 M 为特征维数。根据“两个对象距离越近, 相似度越大”^[1] 这一原理来计算特征向量 \vec{q} 到 K 个聚类类心的距离, 则待查询图片属于特征向量 \vec{q} 与聚类类心距离最近的类心所属的类。特征向量 \vec{q} 到任一类心的距离如式(8)所示:

$$d_{qi} = |\vec{q} - \vec{c}_i| = \sqrt{(q_1 - c_{i1})^2 + \dots + (q_M - c_{iM})^2} \quad (1 \leq i \leq K) \quad (8)$$

再查找最小的 d_{qi} , 如果 $d_{qi} = \min_i |d_{qi}|$, 则待查询图片属

于 $\vec{\omega}_l$ 类。然后再计算 $\vec{\omega}_l$ 类里面的每一特征向量与待查询向量 \vec{q} 的距离, 距离计算参考式(2)、式(3), 按距离的大小进行升序排序, 按排序的顺序返回 $\vec{\omega}_l$ 的所有图片。

6 实验方案

本文所采用的图像为 Corel 图像库中的 2000 幅图像。图像大小为 96×64 或 64×96 。这些图像共分为 20 类, 每类有 100 幅图片。在同一软硬件环境下对文献[16]算法和本文算法进行性能比较。计算机系统环境为 Windows XP3, CPU 2x2.93GHz, RAM 2G。软件运行平台为 Microsoft Visual Studio 2008, C# 语言。用检索准确率来评价算法的性能, 检索准确率的计算公式为: $P = \frac{n}{T}$, 其中 T 为系统向用户输出的图片数目, n 为命中查询图像 Q 所在图像类的图像数目。实验方案为: 从上述图像库中每一类随机抽取 10 幅图像分别作为查询图像, 计算出检索准确率 P , 然后计算每一类的平均检索准确率 \overline{P}_{10} 。同理计算出 $\overline{P}_{20}, \overline{P}_{30}$ 。按这种方法再做两次, 计算总的平均准确率, 并且使每次用到的图像尽可能不一样。本文算法和文献[16]算法在同一环境、同样的测试图像下的检索准确率对照如表 1 所列。部分图像的检索效果如图 2 和图 3 所示。

表 1 本文算法和文献[16]的检索性能比较

测试图像类	$\overline{P}_{10}/\%$		$\overline{P}_{20}/\%$		$\overline{P}_{30}/\%$	
	本文算法	文献[16]算法	本文算法	文献[16]算法	本文算法	文献[16]算法
非洲	41.7	39.5	42.6	38.6	42.2	37.9
沙滩	50	43	49.3	41.6	51.2	44.2
建筑	45.6	39.2	46.3	40.5	45.9	41.2
汽车	44.5	40.2	45.6	37.9	44.8	39.8
恐龙	69.6	59.6	70.5	60.2	68.8	58.3
大象	50.6	48.3	51.8	49.2	51.2	48.9
花卉	65.8	59.4	66.3	58.9	65.9	60.4
马群	50.1	49.5	51.3	49.8	53.4	49.7
山脉	42.7	40.5	43.6	39.6	43.2	38.9
食物	44.6	38.2	45.3	39.5	44.9	40.2
狗类	67.8	61.4	68.3	60.9	67.9	61.5
蜥蜴	50.1	47.8	51.3	48.9	50.9	48.6
时尚	45.5	41.2	46.6	38.9	45.8	39.8
日落	51.1	48.8	52.3	49.9	51.9	49.6
轿车	45.5	41.2	46.6	38.9	45.8	40.8
瀑布	57.7	51.3	58.2	50.8	57.8	51.4
古董	66.6	56.6	67.5	57.2	65.8	55.3
轮船	43.7	41.5	44.6	40.6	44.2	39.9
滑雪	50.9	49.1	52.3	50.1	54.1	51.2
沙漠	56.8	60.4	57.3	59.9	56.9	51.4

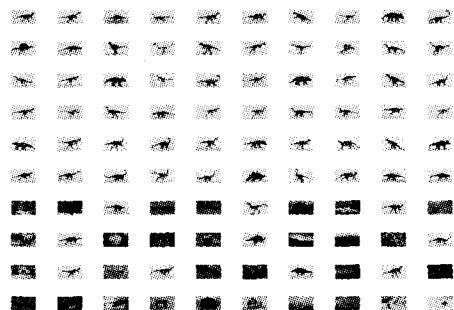


图 2 恐龙的一个检索结果

图 2 和图 3 是用改进的 K-means 聚类算法进行图像检索的两个检索结果, 每幅图片的左上角子图像为查询图像, 其余

图像为检索结果。图 2 检索结果中有 100 幅图像,其中 70 幅图像是正确的检索图像。图 3 检索结果中有 108 幅图像,其中 71 幅图像是正确的检索图像。结果显示,本文提出的改进的 K-means 聚类算法在所有测试集上的检索准确率均优于文献[16]原始算法。

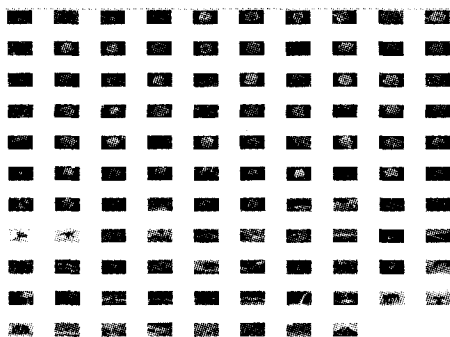


图 3 花卉的一个检索结果

结束语 本文提出了一种改进的 K-means 聚类算法的图像检索方法,改进的 K-means 算法与原始 K-means 算法不同。本文利用计算特征向量之间的距离来确定初始聚类的类心,降低了聚类结果对初始类心的依赖性,提高了聚类结果的稳定性,图像检索的准确率有一定的提高;除此之外,本文还引入了误差平方和准则函数作为聚类准则函数,使聚类结果进一步优化。大量实验表明,本文改进的算法具有更高的检索准确率。

参 考 文 献

[1] 百度百科[OL]. <http://baike.baidu.com/view/3066906.htm>

[2] VelpKamp R C. Content-Based Image Retrieval System: A Survey[D]. Mirela Tanase Department of Computing Science, Utrecht University, 2001

[3] Pena J M, Lozano J A, Larranaga P. An empirical comparison of four initialization methods for the K-means algorithm[J]. Pattern Recognition letters, 1999, 20(10): 1027-1040

[4] 张培珍,付萍,晓君. 基于聚类的图像检索[J]. 计算机工程与应用, 2004, 31: 46-48

[5] Kebapci H, Unal B Y G. Plant Image Retrieval Using Color, Shape and Texture Features[J]. The Computer Journal Advance Access, 2011, 54(9): 1475-1490

[6] Barrios J M, Diaz-Espinoza D, Bustos B. Text-Based and Content-Based Image Retrieval on Flickr; DEMO[C]// Similarity Search and Application, 2009. SISAP'09. Second International Workshop, 2009: 156-157

[7] Elango P K, Jayaraman K. Clustering Images Using the Latent Dirichlet Allocation Model[Z]. Dec. 2005

[8] Thilagamani S, Shanthy N. A Survey on Image Segmentation Through Clustering[J]. International Journal of Research and Reviews in Information Sciences, 2011, 1(1)

[9] Zhou X S, Huang T S. Relevance feedback in image retrieval: A comprehensive review[J]. Multimedia Syst., 2003, 8(6): 536-544

[10] Chundi P, Dayal U, Sayal M, et al. US20077181678, 2007

[11] Chen Yi-xin, Wang J Z, Krovetz R. Content Based Image Retrieval by Clustering[C]// Proc of the 5th ACM SIGMM Intl workshop on multimedia information retrieval. New York, ACM press, 2003: 193-200

[12] Zhou Hui-yu, Sadka A H, Swash M R, et al. Content Based Image Retrieval and Clustering: A Brief Survey[D]. School of Engineering and Design, Brunel University, Uxbridge, UB8 3PH, UK, 2009

[13] Zhang Q, Goldman S A, Yu W, et al. Content based image retrieval using multiple instance learning[C]// Proc. ICML, 2002

[14] Kolen J F, Hntcheson T. Redneing the Time Complexity of the Fuzzy c-Means Alorithm[J]. TFS, 2002, 10(2): 263-267

[15] Pentand A, Picard R, Sclaroff S. Photobook: tools for content based Manipulation of database[J]. SPIE, 1994, 2185: 34-47

[16] Looney C G. A Fuzzy Clustering and Fuzzy Merging Algorithm [Z]. Cs791q Class notes, 1999

[17] Wu X, Kumar V, et al. Top 10 algorithms in data mining [J]. Knowl. Inf. Syst., 2007(14): 1-37

[18] Huang Zhe-xue. Extensions to the k-means algorithm for clustering large data sets with categorical values[C]// Data mining Knowledge Discovery. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1998: 283-304

[19] Rui Y, Huang T S, Chang HANG S F. Image retrieval: current techniques, promising directions, and open issues [J]. Visual Communication and Image Representation, 1999, 10(1): 39-62

[20] Richard O D, Peter E H, David G S. 模式分类(第 2 版)[M]. 北京:机械工业出版社, 2004

[21] 陈湘涛,王爱云,谢伟平,等. 基于内容图像检索的聚类算法研究[J]. 计算机应用研究, 2008, 12: 3546-3549

[22] Jainak, Vailay A A. Image retrieval using color and shape[J]. Pattern Recognition, 1997, 29(8): 1233-1244

[23] 杨阳,刘峰. 分类器的数据预处理[J]. 计算机工程, 1998, 24(4): 33-34

[24] 施伟,战守义,盛思源. 基于粗糙集理论的数据预处理[J]. 计算机工程与应用, 2003(22): 193-194

(上接第 284 页)

[3] 张鸿宾,杨成. 图像的自嵌入及篡改的检测和恢复算法[J]. 电子学报, 2004, 32(2): 196-199

[4] 张弘,王颖. 基于哈希函数的小波域脆弱水印算法[J]. 中国科学院研究生院学报, 2008, 25(1): 86-92

[5] 肖磊. 一种具有高攻击类型判别能力的图像空域半脆弱水印算法[J]. 计算机科学, 2010, 37(2): 286-289

[6] Selesnick I, Li K Y. Video denoising using 2D and 3D dual-tree complex wavelet transforms[C]// Proceedings of the SPIE 5207 (Wavelets Applications in Signal and Image Processing X). 2003: 607-618

[7] Selesnick I W, Baraniuk R G, Kingsbury N G. The dual-tree

complex wavelet transform [J]. IEEE Signal Process. Mag., 2005, 22: 123-151

[8] Sai N S T, Patil R C. Image Retrieval using 2D Dual-tree Discrete Wavelet Transform. Internation[J]. Journal of Computer Applications, 2011, 14(6)

[9] 基于自适应编码次序的多级树集合分裂算法[J]. 计算机应用, 2012, 32(3): 732-735

[10] Yang Jing-yu, Wang Yao, Xu Wen-li, et al. Image Coding Using Dual-tree Discrete Wavelet Transform[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(9): 1555-1569

[11] Kingsbury N G, Reeves T. Redundant representation with complex wavelets: how to achieve sparsity[C]// International Conference on Image Processing. September 2003: 45-48