# 风险投资亏损的P-推理发现与应用

于秀清[1] 徐凤生[1] 史开泉[1,2]

(德州学院数学系 德州 253023)[1] (山东大学数学与系统科学学院 济南 250100)[2]

**摘 要** P-集合(packet sets)是一个具有动态特征的、新的数学结构与数学模型;P-集合是由内P-集合 $X^F$(internal packet set $X^F$)与外P-集合 $X^F$(outer packet set $X^F$)构成的集合对;或者($X^F$,$X^F$)是P-集合。P-集合是把动态特性引入有限普通集合 $X$(Cantor set $X$)内,改进有限普通集合 $X$ 得到的。P-推理(packet reasoning)是由内P-推理(internal packet reasoning)与外P-推理(outer packet reasoning)共同构成的。利用P-集合、P-推理,研究风险投资亏损发现。给出规律、内P-规律、外P-规律、P-规律及其生成;给出规律属性定理、内P-规律、外P-规律的P-推理发现;介绍内P-推理在风险投资亏损估计中的应用。

**关键词** P-集合,P-推理,规律生成,属性定理,应用

**中图法分类号** O144,TP18 **文献标识码** A

## Discovery and Application of Risk Investment Losses Based on P-reasoning

YU Xiu-qing[1] XU Feng-sheng[1] SHI Kai-quan[1,2]

(Department of Mathematics Sciences, Dezhou University, Dezhou 253023, China)[1]

(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan 250100, China)[2]

**Abstract** P-sets (Packet sets) is a new mathematical structure and model, which has dynamic characteristics. It is a pair of sets composed of internal P-set $X^F$ (internal packet set $X^F$) and outer P-set $X^F$ (outer packet set $X^F$), in other words, ($X^F$, $X^F$) is P-sets. P-sets are obtained by introducing dynamic characteristics into finite Cantor set $X$ and improving it. P-reasoning (Packet reasoning) consists of internal P-reasoning (internal packet reasoning) and outer P-reasoning (outer packet reasoning). By using P-sets and P-reasoning, the paper researched about discovery of risk investment losses. At first, it proposed the concepts of law, internal P-law, outer P-law, P-laws and their generation. And then law attribute theorems, discovery theorems about internal P-law, outer P-law and P-laws were given. In the end, applications of P-reasoning in risk investment losses were provided.

**Keywords** P-sets, P-reasoning, Law generation, Attribute theorems, Applications

## 1 引言

2008年,文献[1,2]把动态特性引入到有限普通集合 $X$ 内(Cantor set$X$),改进有限普通集合 $X$,提出P-集合(packet sets);P-集合是由内P-集合 $X^F$( internal packet set$X^F$)与外P-集合 $X^F$( outer packet set$X^F$)构成的集合对;或者,($X^F$,$X^F$)是P-集合;P-集合具有动态特征。内P-集合的特征是:若 $\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F$,则 $X_n^F\subseteq X_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq X_2^F\subseteq X_1^F$,这里:$\alpha_k^F$ 是内P-集合 $X_k^F$ 的属性集合。外P-集合的特征是:若 $\alpha_n^F\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^F\subseteq\alpha_1^F$,则 $X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_{n-1}^F\subseteq X_n^F$,这里:$\alpha_\lambda^F$ 是外P-集合 $X_\lambda^F$ 的属性集合。文献[1-20]给出P-集合在动态信息系统中的多个应用。利用P-集合,2011年,文献[4]提出P-推理(packet reasoning),给出P-推理的结构。P-推理是由内P-推理(internal packet reasoning)与外P-推理(outer packet reasoning)共同构成的;P-推理是一个动态推理。文献[4]给出P-推理的应用。本文利用P-集合与P-推理给出风险投资亏损的属性特征,给出风险投资亏损规律生成模型的动态特征与风险属性入侵的关系,给出一个风险投资亏损估计-辨识的应用例子。本文给出的结果得到了认证。

为了保持本文内容的完整,又能使读者容易接受本文给出的研究,把P-集合、P-推理简单地引入本文的第2节中作为本文讨论的预备概念与理论准备,这些概念是重要的。P-集合的更多概念、特征应用见文献[1-20];P-推理的更多概念,特征应用见文献[4]。

## 2 P-集合与P-推理

**约定** $U$ 是有限元素论域,$V$ 是有限属性论域,$X$ 是 $U$ 上的有限非空普通集合,$\alpha$ 是 $V$ 上的有限属性集合;$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_n\}$,$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2,\cdots,\overline{f}_m\}$是元素迁移族;$f\in F$ 的特征是:$u\in U$,$u\overline{\in}X$,$f\in F$ 把 $u$ 变成 $f(u)=x'\in X$,或者 $\beta\in V$,$\beta\overline{\in}\alpha$,$f\in F$ 把 $\beta$ 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$。$\overline{f}\in\overline{F}$ 的特征是:$x_\lambda\in X$,$\overline{f}\in\overline{F}$把 $x_\lambda$ 变成 $\overline{f}(x_\lambda)=u_\lambda\overline{\in}X$,或者 $\alpha_i\in\alpha$,$\overline{f}\in\overline{F}$ 把 $\alpha_i$ 变成

到稿日期:2012-12-03 返修日期:2013-04-01 本文受山东省自然科学基金(ZR2010AL019),山东省高校科技计划(J12LN92),山东省科技发展计划(2011GGA14074)资助。

**于秀清**(1968—),女,硕士,教授,主要研究方向为粗系统理论与应用,E-mail:sddzyxq@163.com;**徐凤生**(1965—),男,硕士,教授,主要研究方向为信息系统理论与应用;**史开泉**(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为粗系统理论与应用,E-mail:shikq @sdu.edu.cn(通信作者)。

$\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$。元素迁移 $f\in F,\overline{f}\in\overline{F}$ 是函数概念。

2008 年，文献[1,2]给出：

给定集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U,\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 $X$ 的属性集合，称 $X^F$ 是 $X$ 生成的内 P-集合(internal packet set $X^F$)，简称 $X^F$ 是内 P-集合，而且

$$X^F=X-X^- \tag{1}$$

$X^-$ 称作 $X$ 的 $\overline{F}$-元素删除集合，而且

$$X^-=\{x|x\in X,\overline{f}(x)=u\overline{\in}X,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{2}$$

如果 $X^F$ 的属性集合 $\alpha^F$ 满足

$$\alpha^F=\alpha\cup\{\alpha'|f(\beta)=\alpha'\in\alpha,f\in F\} \tag{3}$$

式中，$\beta\in V,\beta\overline{\in}\alpha$；$f\in F$ 把 $\beta$ 变成 $f(\beta)=\alpha'\in\alpha$；$X^F\neq\emptyset$。式(1)中 $X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\},p\leqslant q;p,q\in N^+$。

给定集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}\subset U,\alpha=\{\alpha_1,\alpha_2,\cdots,\alpha_k\}\subset V$ 是 $X$ 的属性集合，称 $X^F$ 是 $X$ 生成的外 P-集合(outer packet set $X^F$)，简称 $X^F$ 是外 P-集合，而且

$$X^F=X\cup X^+ \tag{4}$$

$X^+$ 称作 $X$ 的 $F$-元素补充集合，而且

$$X^+=\{u|u\in U,u\overline{\in}X,f(u)=x'\in X,f\in F\} \tag{5}$$

如果 $X^F$ 的属性集合 $\alpha^F$ 满足

$$\alpha^F=\alpha-\{\beta_i|\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha,\overline{f}\in\overline{F}\} \tag{6}$$

式中，$\alpha_i\in\alpha,\overline{f}\in\overline{F}$ 把 $\alpha_i$ 变成 $\overline{f}(\alpha_i)=\beta_i\overline{\in}\alpha$；$\alpha^F\neq\emptyset$；式(4)中 $X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\},q\leqslant r;q,r\in N^+$。

由内 P-集合 $X^F$ 与外 P-集合 $X^F$ 构成的集合对称作有限普通集合 $X$ 生成的 P-集合(packet sets)，简称 P-集合，而且

$$(X^F,X^F) \tag{7}$$

$X$ 称作 P-集合$(X^F,X^F)$的基集合(ground set)。

由式(3)得到：

$$\alpha_1^F\subseteq\alpha_2^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\alpha_n^F \tag{8}$$

满足式(8)的内 P-集合 $X^F$ 是：

$$X_n^F\subseteq X_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq X_2^F\subseteq X_1^F \tag{9}$$

由式(6)得到：

$$\alpha_n^F\subseteq\alpha_{n-1}^F\subseteq\cdots\subseteq\alpha_2^F\subseteq\alpha_1^F \tag{10}$$

满足式(10)的外 P-集合 $X^F$ 是：

$$X_1^F\subseteq X_2^F\subseteq\cdots\subseteq X_{n-1}^F\subseteq X_n^F \tag{11}$$

利用式(9)、式(11)得到 P-集合的一般表达式为：

$$\{(X_i^F,X_j^F)|i\in I,j\in J\} \tag{12}$$

式中，$I,J$ 是指标集( index sets)。式(12)是 P-集合的集合对族的形式。

**定理 1** P-集合与有限普通集合 $X$ 满足

$$(X^F,X^F)_{F=\overline{F}=\emptyset}=X \tag{13}$$

**定理 2** P-集合与有限普通集合 $X$ 满足

$$\{(X_i^F,X_j^F)|i\in I,j\in J\}_{F=\overline{F}=\emptyset}=X \tag{14}$$

定理 1，定理 2 指出：在元素迁移族 $F=\overline{F}=\emptyset$ 的条件下，P-集合$(X^F,X^F)$，$\{(X_i^F,X_j^F)|i\in I,j\in J\}$被还原成有限普通集合 $X$；换句话说，P-集合丢失了动态特性，就是有限普通集合 $X$。

利用 P-集合，2011 年文献[4]给出：

若内 P-集合 $X_{k+1}^F$ 与 $X_k^F$，$X_{k+1}^F$ 的属性集 $\alpha_{k+1}^F$ 与 $X_k^F$ 的属性集 $\alpha_k^F$ 满足

$$\text{if } \alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\text{then } X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F \tag{15}$$

if $\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$, then $X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F$ 称作内 P-集合生成的内 P-推理(internal packet reasoning)，简称内 P-推理。$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$ 称作内 P-推理条件，$X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F$ 称作内 P-推理结论。

式(15)中，$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F$ 与 $\alpha_k^F\subseteq\alpha_{k+1}^F$ 等价；$X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F$ 与 $X_{k+1}^F\subseteq X_k^F$ 等价，$k=1,2,\cdots,n$。

若外 P-集合 $X_k^F$ 与 $X_{k+1}^F$，$X_k^F$ 的属性集 $\alpha_k^F$ 与 $X_{k+1}^F$ 的属性集 $\alpha_{k+1}^F$ 满足

$$\text{if } \alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F,\text{then } X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F \tag{16}$$

if $\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$, then $X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$ 称作外 P-集合生成的外 P-推理(outer packet reasoning)，简称外 P-推理。$\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$ 称作外 P-推理条件，$X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$ 称作外 P-推理结论，$k=1,2,\cdots,n$。

若 P-集合$(X_k^F,X_{k+1}^F)$与$(X_{k+1}^F,X_k^F)$，$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)$与$(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$满足

$$\text{if } (\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then } (X_{k+1}^F,X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F) \tag{17}$$

if $(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$, then $(X_{k+1}^F,X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F)$ 称作 P-集合生成的 P-推理(packet reasoning)，简称 P-推理；$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$称作 P-推理条件，$(X_{k+1}^F,X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F)$ 称作 P-推理结论。

式(17)中，$(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F)$表示：$\alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F$；$(X_{k+1}^F,X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F)$表示：$X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F,X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F$；利用式(15)—式(17)得到：

**命题 1** 内 P-推理生成内 P-推理族$\{(\text{if } \alpha_k^F\Rightarrow\alpha_{k+1}^F,\text{then } X_{k+1}^F\Rightarrow X_k^F)_i|i\in I\}$。

**命题 2** 外 P-推理生成外 P-推理族$\{(\text{if } \alpha_{k+1}^F\Rightarrow\alpha_k^F,\text{then } X_k^F\Rightarrow X_{k+1}^F)_j|j\in J\}$。

**命题 3** P-推理生成 P-推理族$\{(\text{if}(\alpha_k^F,\alpha_{k+1}^F)\Rightarrow(\alpha_{k+1}^F,\alpha_k^F),\text{then } (X_{k+1}^F,X_k^F)\Rightarrow(X_k^F,X_{k+1}^F))_t|t\in T\}$。

应当指出：第 2 节中式(1)—式(17)给出的概念与模型，对于接受本文给出的研究是重要的。P-集合、P-推理的更多概念、特征见文献[1-3]。

利用第 2 节中的概念，第 3 节中给出 P-集合与它生成的规律。

## 3 P-集合与它生成的规律

给定 P-集合的基集合 $X=\{x_1,x_2,\cdots,x_q\}$，$y_k=\{y_{k,1},y_{k,2},\cdots,y_{k,n}\}$是 $x_k\in X$ 的数据集合，$k=1,2,\cdots,q$；称

$$y=\{y_1,y_2,\cdots,y_n\}=\{\sum_{i=1}^{q}y_{i,1},\sum_{i=1}^{q}y_{i,2},\cdots,\sum_{i=1}^{q}y_{i,n}\} \tag{18}$$

是 $X$ 生成的离散数据集合。

这里，$y_{k,t}\in y_k,y_k\in y;y_{k,t},y_k\in R^+;t=1,2,3,\cdots,n$。

由式(18)生成的离散数据点：$(x_1,y_1),(x_2,y_2),\cdots,(x_n,y_n)$，利用下面的式子

$$w(x)=\sum_{j=1}^{n}y_j\prod_{\substack{i,j=1\\i\neq j}}^{n}\frac{x-x_i}{x_j-x_i}=a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+\cdots+a_1x+a_0 \tag{19}$$

得到 $w(x)$，$w(x)$被称作 $X$ 生成的规律。

给定内 P-集合 $X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_p\}$，$y_k=\{y_{k,1},y_{k,2},\cdots,y_{k,n}\}$是 $x_k\in X^F$ 的数据集合，$k=1,2,\cdots,p$；$y^F$ 是内 P-集合 $X^F$ 生成的离散数据集合，而且

$$y^F=\{y_1^F,y_2^F,\cdots,y_n^F\}=\{\sum_{i=1}^{p}y_{i,1},\sum_{i=1}^{p}y_{i,2},\cdots,\sum_{i=1}^{p}y_{i,n}\} \tag{20}$$

$w(x)^F$ 被称作 $X^F$ 生成的内 P-规律(internal packet law)，而且

$$w(x)^F=b_{n-1}x^{n-1}+b_{n-2}x^{n-2}+\cdots+b_1x+b_0 \tag{21}$$

如果 $w(x)^F$ 是式(20)构成的数据点：$(x_1,y_1^F),(x_2,y_2^F),\cdots,$

$(x_n, y_n^{\bar{f}})$根据式(19)得到的。

式(18)、式(20)中的$q,p$满足$p<q;q,p\in\mathrm{N}^+$。

给定外P-集合$X^F=\{x_1,x_2,\cdots,x_r\}$，$y_k=\{y_{k,1},y_{k,2},\cdots,y_{k,n}\}$是$x_k\in X^F$的数据集合，$k=1,2,\cdots,r$；$y^F$是$X^F$生成的离散数据集合，而且

$$y^F=\{y_1^f,y_2^f,\cdots,y_n^f\}=\{\sum_{i=1}^{r}y_{i,1},\sum_{i=1}^{r}y_{i,2},\cdots,\sum_{i=1}^{r}y_{i,n}\} \tag{22}$$

$w(x)^F$被称作$X^F$生成的外P-规律(outer packet law)，而且

$$w(x)^F=c_{n-1}x^{n-1}+c_{n-2}x^{n-2}+\cdots+c_1x+c_0 \tag{23}$$

如果$w(x)^F$是式(22)构成的数据点：$(x_1,y_1^f)$，$(x_2,y_2^f)$，$\cdots$，$(x_n,y_n^f)$根据式(19)得到的。

式(18)、式(22)中的$q,r$满足$q<r;q,r\in\mathrm{N}^+$。

由$w(x)^{\bar{F}}$与$w(x)^F$构成的规律对称作P-集合生成的P-规律(packet laws)，而且

$$(w(x)^{\bar{F}},w(x)^F) \tag{24}$$

利用式(9)、式(11)与式(21)、式(23)得到

$$\{(w(x)_i^{\bar{F}},w(x)_j^F)\mid i\in I,j\in J\} \tag{25}$$

式(25)被称作*P-集合生成的P-规律族*；I，J是指标集合(*index sets*)。

由式(19)、式(21)、式(23)得到：

**命题4** 存在差规律$\nabla w(x)\neq 0$；$\nabla w(x)$，$w(x)$，$w(x)^{\bar{F}}$满足

$$w(x)-w(x)^{\bar{F}}=\nabla w(x) \tag{26}$$

**命题5** 存在差规律$\Delta w(x)\neq 0$；$\Delta w(x)$，$w(x)$，$w(x)^F$满足

$$w(x)^F-w(x)=\Delta w(x) \tag{27}$$

命题4、命题5分别利用式(18)—式(23)得到，证明略。

这里指出：$\nabla w(x)$是规律$w(x)$曲线下降生成的；$\Delta w(x)$是规律$w(x)$曲线上升生成的。$\nabla w(x)$在第6节中给出讨论。

应当指出：规律$w(x)$、内P-规律$w(x)^{\bar{F}}$与外P-规律$w(x)^F$可以利用"回归"方法"分段插值"方法得到。例如内P-规律$w(x)^{\bar{F}}$，它能够利用式(20)生成的数据点：$(x_1,y_1^{\bar{f}})$，$(x_2,y_2^{\bar{f}})$，$\cdots$，$(x_n,y_n^{\bar{f}})$与"回归"方法得到；或者，利用式(20)生成的数据点：$(x_1,y_1^{\bar{f}})$，$(x_2,y_2^{\bar{f}})$，$\cdots$，$(x_n,y_n^{\bar{f}})$与"分段插值"方法得到。这些简单的讨论略。

利用第2节中的P-集合的动态特征式(8)—式(11)与第3节中给出的P-规律生成，第4节中给出P-规律动态变化的属性特征。

## 4 P-规律动态变化的属性特征

若$w(x)$是集合$X$生成的规律，$\alpha$是$X$的属性集合，则$\alpha$是规律$w(x)$的属性集合；若$w(x)^{\bar{F}}$是集合$X^{\bar{F}}$生成的规律，$\alpha^{\bar{F}}$是$X^{\bar{F}}$的属性集合，则$\alpha^{\bar{F}}$是规律$w(x)^{\bar{F}}$的属性集合；若$w(x)^F$是集合$X^F$生成的规律，$\alpha^F$是$X^F$的属性集合，则$\alpha^F$是规律$w(x)^F$的属性集合。这个结论从第2节中的P-集合特征与第3节中给出的规律$w(x)$、内P-规律$w(x)^{\bar{F}}$、外P-规律$w(x)^F$中容易得到。这个结论在这一节的讨论中被利用。

称$\eta^{\bar{F}}$是内P-规律$w(x)^{\bar{F}}$关于规律$w(x)$的下降系数，如果

$$\eta^{\bar{F}}=\|b\|/\|a\| \tag{28}$$

式中，$\|b\|=(b_0^2+b_1^2+\cdots+b_{n-1}^2)^{\frac{1}{2}}$是向量$b=(b_0,b_1,\cdots,b_{n-1})^{\mathrm{T}}$的2-范数，$b=(b_0,b_1,\cdots,b_{n-1})^{\mathrm{T}}$是式(21)中的系数$b_0,b_1,\cdots,b_{n-1}$构成的向量；$\|a\|=(a_0^2+a_1^2+\cdots+a_{n-1}^2)^{\frac{1}{2}}$是向量$a=(a_0,a_1,\cdots,a_{n-1})^{\mathrm{T}}$的2-范数，$a=(a_0,a_1,\cdots,a_{n-1})^{\mathrm{T}}$是式(19)中的系数$a_0,a_1,\cdots,a_{n-1}$构成的向量；$\eta^{\bar{F}}\in\mathrm{R}^+$。

称$\eta^F$是外P-规律$w(x)^F$关于规律$w(x)$的上升系数，如果

$$\eta^F=\|c\|/\|a\| \tag{29}$$

式中，$\|c\|=(c_0^2+c_1^2+\cdots+c_{n-1}^2)^{\frac{1}{2}}$是向量$c=(c_0,c_1,\cdots,c_{n-1})^{\mathrm{T}}$的2-范数，$c=(c_0,c_1,\cdots,c_{n-1})^{\mathrm{T}}$是式(23)中的系数$c_0,c_1,\cdots,c_{n-1}$构成的向量；$\eta^F\in\mathrm{R}^+$。

由$\eta^{\bar{F}}$与$\eta^F$构成的数对称作P-规律$(w(x)^{\bar{F}},w(x)^F)$关于规律$w(x)$的动态系数，而且

$$(\eta^{\bar{F}},\eta^F) \tag{30}$$

**定理3**(内P-规律属性定理) 若$\alpha^{\bar{F}}$，$\alpha$分别是内P-规律$w(x)^{\bar{F}}$、规律$w(x)$的属性集合，则存在属性集合$\Delta\alpha^{\bar{F}}\neq\varnothing$，$\alpha^{\bar{F}}$与$\alpha$满足

$$\alpha^{\bar{F}}=\alpha\cup\Delta\alpha^{\bar{F}} \tag{31}$$

证明：因为$w(x)^{\bar{F}}$是$X^{\bar{F}}$生成的内P-规律，$w(x)^{\bar{F}}$与$X^{\bar{F}}$具有相同的属性集合$\alpha^{\bar{F}}$；因为$w(x)$是$X$生成的规律，$w(x)$与$X$具有相同的属性集合$\alpha$。利用第2节中的式(1)—式(3)得到：$X$的属性集合$\alpha$与$X^{\bar{F}}$的属性集合$\alpha^{\bar{F}}$满足$\alpha\subseteq\alpha^{\bar{F}}$，或者，$w(x)$的属性集合$\alpha$与$w(x)^{\bar{F}}$的属性集合$\alpha^{\bar{F}}$满足$\alpha\subseteq\alpha^{\bar{F}}$；因此，存在属性集合$\Delta\alpha^{\bar{F}}\neq\varnothing$，满足$\alpha^{\bar{F}}=\alpha\cup\Delta\alpha^{\bar{F}}$；得到式(31)。

**定理4**(外P-规律属性定理) 若$\alpha^F$，$\alpha$分别是外P-规律$w(x)^F$、规律$w(x)$的属性集合，则存在属性集合$\nabla\alpha^F\neq\varnothing$，$\alpha^F$与$\alpha$满足

$$\alpha^F=\alpha-\nabla\alpha^F \tag{32}$$

定理4的证明与定理3类似，略。

**推论1** 若$(\alpha^{\bar{F}},\alpha^F)$，$\alpha$分别是P-规律$(w(x)^{\bar{F}},w(x)^F)$、规律$w(x)$的属性集合，则存在属性集合$\Delta\alpha^{\bar{F}}\neq\varnothing$，$\nabla\alpha^F\neq\varnothing$；$(\alpha^{\bar{F}},\alpha^F)$与$\alpha$满足

$$(\alpha^{\bar{F}},\alpha^F)=((\alpha\cup\Delta\alpha^{\bar{F}}),(\alpha-\nabla\alpha^F)) \tag{33}$$

式(33)表示：$\alpha^{\bar{F}}=\alpha\cup\Delta\alpha^{\bar{F}}$，$\alpha^F=\alpha-\nabla\alpha^F$，$\alpha^{\bar{F}}$，$\alpha^F$分别是$w(x)^{\bar{F}}$与$w(x)^F$的属性集合。

**定理5**(下降系数的离散区间内点定理) 若$w(x)^{\bar{F}}$是内P-规律，则$w(x)^{\bar{F}}$的下降系数$\eta^{\bar{F}}$是单位离散区间$(0,1]$的一个内点；或者

$$\eta^{\bar{F}}\in(0,1] \tag{34}$$

证明：取数值0与$1=\eta=\|a\|/\|a\|$做单位离散区间$(0,1]$，$\eta=\|a\|/\|a\|$是规律$w(x)$的自身系数；$\|a\|=(a_0^2+a_1^2+\cdots+a_{n-1}^2)^{\frac{1}{2}}$是向量$a=(a_0,a_1,\cdots,a_{n-1})^{\mathrm{T}}$的2-范数，$a=(a_0,a_1,\cdots,a_{n-1})^{\mathrm{T}}$是式(19)中的系数$a_0,a_1,\cdots,a_{n-1}$构成的向量。利用式(18)、式(20)得到：$\forall k$，$y_k^{\bar{f}}<y_k$；或者，利用式(19)、式(21)得到：$w(x)^{\bar{F}}\leqslant w(x)$；或者$b_0\leqslant a_0$，$b_1\leqslant a_1$，$\cdots$，$b_{n-1}\leqslant a_{n-1}$；由式(28)得到：$0<\eta^{\bar{F}}=\|b\|/\|a\|\leqslant 1$；或者$\eta^{\bar{F}}\in(0,1]$；得到式(34)。

**定理6**(上升系数的离散区间外点定理) 若$w(x)^F$是外P-规律，则$w(x)^F$的上升系数$\eta^F$是离散单位区间$(0,1)$的一个外点；或者

$\eta^F \overline{\in} (0,1)$ (35)

定理 6 的证明与定理 5 类似,略。

**推论 2** P-规律$(w(x)^F, w(x)^F)$的动态系数$(\eta^F, \eta^F)$构成的离散区间$[\eta^F, \eta^F]$与单位离散区间(0,1]满足

$[\eta^F, \eta^F] \cap (0,1] \neq \varnothing$ (36)

利用第 3 节中的 P-规律与第 3、4 节中给出的结果,第 5 节中给出内 P-规律、外 P-规律的 P-推理发现-辨识定理。

## 5 内 P-规律、外 P-规律的 P-推理发现-辨识定理

**定理 7**(内 P-规律的内 P-推理发现-辨识定理) 若内 P-规律 $w(x)^F$ 与它的属性集合 $\alpha^F$,规律 $w(x)$ 与它的属性集合 $\alpha$ 满足内 P-推理;或者,

if $\alpha \Rightarrow \alpha^F$, then $w(x)^F \Rightarrow w(x)$ (37)

则内 P-规律 $w(x)^F$ 被内 P-推理在 $w(x)$ 内发现,而且满足

$\mathrm{IDE}(w(x)^F, w(x))$ (38)

式(38)中,IDE = identification;式(37)中的 $w(x)^F \Rightarrow w(x)$ 表示:由 $a, w(x)^F, b, x$ 轴围成的图形被由 $a, w(x), b, x$ 轴围成的图形包围;$a, b$ 是给定的值;$a, b \in \mathrm{R}^+$。

证明:由内 P-推理条件:$\alpha \Rightarrow \alpha^F$ 得到:$\alpha \subseteq \alpha^F$;$\alpha \subseteq \alpha^F$ 说明存在属性集合 $\Delta\alpha^F \neq \varnothing$,$\Delta\alpha^F$ 内的属性 $\beta_\lambda \in \Delta\alpha^F$,$\beta_\lambda \overline{\in} \alpha$;$\beta_\lambda$ 被元素迁移(属性迁移)$f \in F$ 变成 $f(\beta_\lambda) = \alpha_\lambda \in \alpha$;$\alpha$ 变成 $\alpha^F$。由第 2 节中的式(1)-式(3)知:集合 $X$ 变成内 P-集合 $X^F$,$X^F \subseteq X$。因为 $w(x)$,$w(x)^F$ 分别是 $X$ 与 $X^F$ 生成的规律,由 $X^F \subseteq X$ 与式(19)、式(21)得 $w(x)^F < w(x)$;内 P-规律 $w(x)^F$ 在 $w(x)$ 内被发现。因为 $w(x)^F < w(x)$,得到式(38)。

**定理 8**(外 P-规律的外 P-推理发现-辨识定理) 若外 P-规律 $w(x)^F$ 与它的属性集合 $\alpha^F$,规律 $w(x)$ 与它的属性集合 $\alpha$ 满足外 P-推理;或者,

if $\alpha^F \Rightarrow \alpha$, then $w(x) \Rightarrow w(x)^F$ (39)

则外 P-规律 $w(x)^F$ 被外 P-推理在 $w(x)$ 外发现,而且满足

$\mathrm{IDE}(w(x)^F, w(x))$ (40)

式(39)中的 $w(x) \Rightarrow w(x)^F$ 表示:由 $a, w(x), b, x$ 轴围成的图形被由 $a, w(x)^F, b, x$ 轴围成的图形包围;$a, b$ 是给定的值;$a, b \in \mathrm{R}^+$。

**推论 3** 若$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$是 P-规律$(w(x)^F, w(x)^F)$生成的规律带,则 $w(x)$ 一定在规律带$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$内。

图 1 给出内 P-规律 $w(x)^F$、外 P-规律 $w(x)^F$、规律 $w(x)$、P-规律$(w(x)^F, w(x)^F)$、规律带$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$的直观表示。

特别指出:

1°. 图 1 仅是一个表示图,利用图 1 更容易接受定理 7、8 与推论 3。利用图 1 容易接受规律 $w(x)$ 的动态特征;或者,若在 $w(x)$ 的属性集合 $\alpha$ 内补充一些属性,则 $w(x)$ 变成 $w(x)^F$,$w(x)^F \leqslant w(x)$;若在 $w(x)$ 的属性集合 $\alpha$ 内删除一些属性,则 $w(x)$ 变成 $w(x)^F$,$w(x) \leqslant w(x)^F$;图 1 中给出了这些特征,这些特征是第 2 节中 P-集合具有的特征。

2°. 若图 1 中 $w(x)$ 是一个投资利润曲线,$w(x)$ 具有稳定的投资属性(投资特征)集合 $\alpha$。若 $\beta_\lambda$ 是一些"突发性"属性,是不被人们事先知道的投资属性,$\beta_\lambda$ 入侵 $\alpha$ 内,利润曲线下降(利润被减少),$w(x)$ 变成 $w(x)^F$,$w(x)^F \leqslant w(x)$。这个事实在 2008 年底爆发了全世界金融危机之后,被经济学者、金融学者、投资人接受。

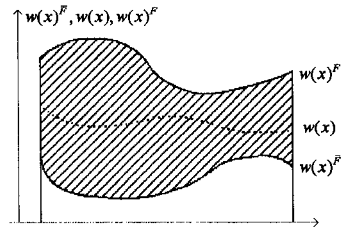


图 1 内 P-规律 $w(x)^F$,外 P-规律 $w(x)^F$;$w(x)^F$ 与 $w(x)^F$ 用实线表示。规律 $w(x)$ 用虚线表示。$w(x)^F$ 与 $w(x)^F$ 构成 P-规律$(w(x)^F, w(x)^F)$。$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$是 P-规律带,$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$用阴影表示,规律 $w(x)$ 在规律带$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$内。由 $a, w(x)^F, b, x$ 轴围成的图形被由 $a, w(x), b, x$ 轴围成的图形包围;或者,$w(x)^F$ 在 $w(x)$ 内。由 $a, w(x), b, x$ 轴围成的图形被由 $a, w(x)^F, b, x$ 轴围成的图形包围,$w(x)^F$ 在 $w(x)$ 外。$a, b \in \mathrm{R}^+$ 是给定的值。

3°. 一个投资得到的利润分布规律(利润分布曲线)$w(x)$,都是在一个规律带$[\![w(x)^F, w(x)^F]\!]$内,$w(x)^F$ 是最坏的利润分布规律,$w(x)^F$ 是最好的利润分布规律。不变化的利润分布规律是不存在的;任何一个投资人、经济学者都承认与接受这个事实。

利用第 2 节中给出的 P-集合、P-推理的概念与第 3-5 节中给出的讨论,第 6 节中给出内 P-规律与风险投资亏损估计-应用。

## 6 内 P-规律与风险投资亏损估计-应用

本节的应用例子来自中国德州市的集团公司 HM (Huangming)的调查,例子中的数据取自 HM 集团公司的财务年报。

### 6.1 利润规律动态变化与分布

HM 集团公司是亚洲最大的清洁能源公司,位于中国的德州市。HM 公司生产多种太阳能产品,这些产品被欧洲的多个国家与地区购买。为了简单,HM 用 $X$ 表示;或者,$X$ = HM;$X$ 具有 7 个子公司:$x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7$;$X$ 具有属性(市场特征):$\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$;例如,$\alpha_1$ = 用户数量,$\alpha_2$ = 产品成本,等等。$\alpha$ 是 $X$ 的属性集合,而且

$X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$ (41)

$\alpha = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$ (42)

表 1 给出集团公司 $X$ 在 2008 年 1-5 月的利润分布。

表 1 集团公司 $X = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$,2008 年 1-5 月的利润分布

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.27 | 0.31 | 0.20 | 0.33 | 0.41 |
| $x_2$ | 0.18 | 0.39 | 0.57 | 0.49 | 0.13 |
| $x_3$ | 0.22 | 0.27 | 0.36 | 0.39 | 0.24 |
| $x_4$ | 0.29 | 0.32 | 0.20 | 0.24 | 0.19 |
| $x_5$ | 0.16 | 0.28 | 0.19 | 0.26 | 0.30 |
| $x_6$ | 0.35 | 0.37 | 0.29 | 0.40 | 0.28 |
| $x_7$ | 0.12 | 0.43 | 0.18 | 0.37 | 0.43 |

表 1 中数据:$y_{k,1}, y_{k,2}, y_{k,3}, y_{k,4}, y_{k,5}$ 是子公司 $x_k \in X$ 的原始利润值经过技术方法之后得到的;因为商业秘密的原因,$x_k \in X$ 的原始利润数据 $y_{k,1}, y_{k,2}, y_{k,3}, y_{k,4}, y_{k,5}$ 略;$k = 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7$。技术方法后的数据不影响这个例子的分析与讨论。

由表 1 得到集团公司 $X$ 在 2008 年 1—5 月的利润值集合 $y$($y$ 是技术方法后的数据);或者

$$y=\{y_1,y_2,y_3,y_4,y_5\}$$
$$=\{\sum_{i=1}^{7}y_{i,1},\sum_{i=1}^{7}y_{i,2},\sum_{i=1}^{7}y_{i,3},\sum_{i=1}^{7}y_{i,4},\sum_{i=1}^{7}y_{i,5}\}$$
$$=\{1.59,2.37,1.99,2.48,1.98\} \tag{43}$$

表 1 与式(43)说明:集团公司 $X$ 在 2008 年 1—5 月的利润值满足国家对 $X$ 的利润要求;子公司 $x_1,x_2,x_3,x_4,x_5,x_6,x_7$ 的生产秩序正常,产品供应稳定。

2008 年年底爆发全世界金融危机,集团公司 $X$ 的生产、产品、利润受到了金融危机的冲击与破坏。金融危机继续存在与加剧,集团公司中的一些子公司因为负利润被迫关闭。表 2 给出集团公司 2010 年 1—5 月的利润分布。

表 2 集团公司 $X^F=\{x_1,x_2,x_4,x_6,x_7\}$,2010 年 1—5 月的利润分布

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 0.13 | 0.19 | 0.11 | 0.2 | 0.32 |
| $x_2$ | 0.12 | 0.24 | 0.36 | 0.29 | 0.11 |
| $x_4$ | 0.20 | 0.26 | 0.17 | 0.20 | 0.11 |
| $x_6$ | 0.29 | 0.33 | 0.19 | 0.36 | 0.17 |
| $x_7$ | 0.10 | 0.40 | 0.13 | 0.22 | 0.38 |

由表 2 得到集团公司 $X^F$ 在 2010 年 1—5 月的利润值集合 $y^F$($y^F$ 是技术方法后的数据);或者

$$y^F=\{y_1^F,y_2^F,y_3^F,y_4^F,y_5^F\}$$
$$=\{\sum_{i=1}^{5}y_{i,1},\sum_{i=1}^{5}y_{i,2},\sum_{i=1}^{5}y_{i,3},\sum_{i=1}^{5}y_{i,4},\sum_{i=1}^{5}y_{i,5}\}$$
$$=\{0.84,1.42,0.96,1.35,1.08\} \tag{44}$$

将式(43)与式(44)比较得到:金融危机中,集团公司在 2008 年 1—5 月至 2010 年 1—5 月的 18 个月内,利润损失惨重;集团公司的利润变坏。将表 1 与表 2 比较得到:金融危机中,子公司 $x_3,x_5$ 被关闭;2010 年 1—5 月的集团公司 $X^F=\{x_1,x_2,x_4,x_6,x_7\}$;或者 $X^F\subseteq X$。

### 6.2 利润规律变化的内 P-推理发现与估计

事实上,在 2009 年的 4 月,一些突发性的风险属性 $\beta_1,\beta_2,\beta_3\in V,\beta_1,\beta_2,\beta_3\overline{\in}\alpha,\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 入侵到集团公司 $X$ 的属性集合 $\alpha$ 内;或者,元素迁移(属性迁移)$f\in F$ 把 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 变成 $f(\beta_1)=\alpha_1{}',f(\beta_2)=\alpha_2{}',f(\beta_3)=\alpha_3{}';\alpha_1{}',\alpha_2{}',\alpha_3{}'\in\alpha;\alpha$ 变成 $\alpha^F$;或者

$$\alpha^F=\alpha\cup\{f(\beta_1),f(\beta_2),f(\beta_3)\}$$
$$=\{\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4,\alpha_1{}',\alpha_2{}',\alpha_3{}'\} \tag{45}$$

集团公司 $X$ 的子公司 $x_3,x_5\in X$ 被关闭;或者,元素迁移 $\overline{f}\in\overline{F}$ 把 $x_3,x_5$ 变成 $\overline{f}(x_3)=u_3,\overline{f}(x_5)=u_5;u_3,u_5\overline{\in}X$;$X$ 变成 $X^F$,$X^F$ 具有属性集合 $\alpha^F$;或者,

$$X^F=X-\{x_i\in X|\overline{f}(x_i)=u_i\overline{\in}X\}$$
$$=X-\{x_3,x_5\}=\{x_1,x_2,x_4,x_6,x_7\} \tag{46}$$

利用第 5 节中的定理 7:if $\alpha\Rightarrow\alpha^F$, then $w(x)^F\Rightarrow w(x)$,满足内 P-推理条件:$\alpha\Rightarrow\alpha^F$ 的利润亏损规律 $w(x)^F$ 在 $w(x)$ 内被发现(图 1 给出了直观表示);利用第 3 节中的命题 4 得到:存在 $\nabla w(x),\nabla w(x)\neq 0$。$w(x)^F$ 被发现的原因是:风险属性 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 的存在;$\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 已经侵入 $X$ 的属性集合 $\alpha$ 内。这里,$\beta_1$=多个供货合同被取消,$\beta_2$=子公司 $x_3,x_5$ 资金链断裂,$\beta_3$=人民币升值。第 4 节中的利润亏损规律 $w(x)^F$ 的下降系数 $\eta^F$ 满足定理 5:$\eta^F\in(0,1)$。这里:$\eta^F=\|b\|/\|a\|=0.55$;$\|b\|=2.58$;$\|b\|$ 是式(44)中的数据构成的向量 $b=(0.48,1.42,0.96,1.35,1.08)^T$ 的 2-范数。$\|a\|=4.71$,$\|a\|$ 是式(43)中的数据构成的向量 $a=(1.59,2.37,1.99,2.48,1.98)^T$ 的 2-范数。应当指出:为了计算方便、简单,直接利用式(43)生成向量 $a$,直接利用式(44)生成向量 $b$;省略了第 4 节中式(28)中给出的向量生成方法。利用亏损规律 $w(x)^F$ 的存在得到了完全的真实的估计。本节的应用例子中给出的分析与结果,在 2010 年年底的集团公司年度财务报告中得到了认证。

**结束语** P-集合是一个具有动态特征的、新的数学模型;它的动态特征与一类信息系统的动态特征相同,与风险投资系统的动态特征相同。P-集合的动态特征与利润波动变化的特征相同;P-集合是研究经济预测分析,利润状态估计的一个新理论与新方法。本文给出的研究证明了这个结论。本文把 P-集合、P-推理交叉到风险投资中的利润亏损发现-辨识研究中,得到的结果被认证。P-集合获得了多个应用,文献[1-20]仅是这些应用的一部分。P-集合是把动态特征引入到有限普通集合 $X$ 内改进有限普通集合被提出的;利用 P-集合研究动态信息系统,能够得到一些新结果[1-20],这些新结果潜藏在一类动态信息系统中,它不被人们事先知道。

## 参考文献


[1] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报:理学版,2008,43(11):77-84

[2] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications,2009,9(2):209-219

[3] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学,2010,37(8):1-8

[4] 史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学,2011,38(7):1-9

[5] Shi Kai-quan,Li Xiu-hong. Camouflaged information identification and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications,2010,10(2):157-167

[6] 张丽,崔玉泉,史开泉. 外 P-集合与数据内发现[J]. 系统工程与电子技术,2010,32(6):1233-1238

[7] Li Yu-ying, Zhang Li, Shi Kai-quan. P-sets and applications of internal-outer data circle[J]. Quantitative Logic and Soft Computing,2010,1(2):581-592

[8] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and the reasoningi-dengtification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology,2010,7(1):337-345

[9] Lin Hong-kang,Fan Cheng-xian. The dual form of P-reasoning and idengtification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications,2012,6(1):121-131

[10] Huang Shun-liang,Wang Wei,Geng Dian-you. P-sets and its internal P-memory characteristics[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications,2010,10(2):216-222

[11] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics,2011,2(4):281-288

[12] Li Yu-ying,Zhang Li,Shi Kai-quan. Generation and recovery of compressed data and redundant data[J]. Quantitative Logic and Soft Computing,2010,1(2):661-672

[13] Xiu Ming,Shi Kai-quan,Zhang Li. P-sets and $\overline{F}$-data selection-

discovery[J]. Quantitative Logic and Soft Computing, 2010, 1 (2): 791- 800
[14] 史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2012, 47(1): 98-109
[15] 张景晓, 徐凤生, 史开泉. P-集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 246-249
[16] Wang Yang, Geng Hong-qin, Shi Kai-quan. The mining of dynamic information based on P-Sets and its application[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2010, 10(2): 234-240
[17] 于秀清. 迭代 F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(12): 2196-2731
[18] 李豫颖, 范成贤, 史开泉. 混合记忆信息与记忆信息筛选[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(8): 1824-1828
[19] 徐凤生, 于秀清, 史开泉. 内 P-推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 212-215
[20] Fan Cheng-xian, Huang Shun-liang. Inverse P-reasoning discovery -identification of inverse P-information [J]. International Journal of Digital Content Technology and Applications, 2012, 6 (20): 735-744

(上接第 203 页)

1°. 从第 2 节中的逆 P-集合的结构中容易得到:外逆 P-集合 $\overline{X}_\lambda^F$ 与 $\overline{X}_\lambda^F$ 的属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 构成对应关系;或者, $\overline{X}_\lambda^F$ 具有属性集合 $\alpha_\lambda^F$;反之,属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 一定对应着外逆 P-集合 $\overline{X}_\lambda^F$。换一个说法,外逆 P-嵌入隐藏信息 $(\overline{x})_\lambda^F$ 具有属性集合 $\alpha_\lambda^F$;利用属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 能够找到唯一的 $(\overline{x})_\lambda^F$, $(\overline{x})_\lambda^F$ 是具有属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 的外逆 P-嵌入隐藏信息。基于这个基本的理论事实得到:式(45)中的 $(x)^\circ$ 与约定中的 $(x)$ 满足 $(x)^\circ=(x)$。

2°. 从式(42)—式(48)中得到: $(\overline{x})_\lambda^F\subseteq(x)$;或者, $(\overline{x})_\lambda^F\Rightarrow(x)$; $(\overline{x})_\lambda^F\Rightarrow(x)$ 表明: $(x)$ 内的一些重要信息元 $x_i$ 被 $A$ 删除, $A$ 用明码传递 $(\overline{x})_\lambda^F$。若 $(\overline{x})_\lambda^F$ 在传递过程中被他人篡改,被篡改的 $(\overline{x})_\lambda^F$ 会被 $B$ 发现;因此,他人篡改是徒劳的。从式(42)—式(48)中还能得到: $(\overline{x})_\lambda^F$ 的属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 与 $(x)$ 的属性集合 $\alpha$ 满足 $\alpha_\lambda^F\subseteq\alpha$;或者, $\alpha_\lambda^F\Rightarrow\alpha$;利用外逆 P-推理:

$$\text{if } \alpha_\lambda^F\Rightarrow\alpha,\ \text{then } (\overline{x})_\lambda^F\Rightarrow(x) \tag{49}$$

得到: $A$ 送来的 $(\overline{x})_\lambda^F$ 是某个信息 $(x)$ 的一个不完全信息( $(x)$ 内被删除了一些信息元);或者, $A$ 送来的是一个假信息 $(\overline{x})_\lambda^F$, $(\overline{x})_\lambda^F$ 被盗取者盗取是无意义的。

3°. $(\overline{x})_\lambda^F$ 与 $(x)$, $(\overline{x})_\lambda^F$ 的属性集合 $\alpha_\lambda^F$ 与 $(x)$ 的属性集合 $\alpha$ 满足外逆 P-推理: if $\alpha_\lambda^F\Rightarrow\alpha$, then $(\overline{x})_\lambda^F\Rightarrow(x)$, $(\overline{x})_\lambda^F$ 是从 $(x)$ 内分离得到的, $(\overline{x})_\lambda^F$ 是从 $(x)$ 内被发现的;式(44)、式(45)是利用式(24)把 $(\overline{x})_\lambda^F$ 还原成 $(x)$ 的;或者,利用

$$\alpha_\lambda^F-(\alpha-\nabla\alpha)=\varnothing \tag{50}$$

得到 $(x)^\circ$, $(x)^\circ$ 是 $A$ 传递的信息 $(x)$。

**结束语** 文献[1,2]提出逆 P-集合,逆 P-集合是把动态特性引入到有限普通集合 $X$ 内(Cantor set $X$),改进有限普通集合 $X$ 得到的。文献[3,4]提出 P-集合(packet sets),P-集合是把动态特征引入到有限普通集合 $X$ 内,改进有限普通集合 $X$ 得到的。逆 P-集合是另一类动态信息数学模型表示,P-集合是一类动态信息数学模型表示。逆 P-集合的特征是: $x_i$ 的属性满足 $\bigvee_{i=1}^{k}\alpha_i$;P-集合的特征是: $x_i$ 的属性满足 $\bigwedge_{i=1}^{k}\alpha_i$。显然,逆 P-集合、P-集合是满足属性的不同逻辑关系的两个动态数学模型。本文利用逆 P-集合,给出逆 P-信息嵌入隐藏与逆 P-推理分离-发现的研究,给出一些基本的理论结果及应用。逆 P-集合是研究另一类动态信息及动态信息系统的新方法、新模型。

## 参 考 文 献

[1] 史开泉. 逆 P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2012, 47(11): 98-109
[2] 史开泉. P-集合,逆 P-集合与信息智能融合-过滤辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(4): 1-13
[3] 史开泉. P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2008, 43(11): 77-84
[4] Shi Kai-quan. P-sets and its applications[J]. An International Journal Advances in Systems Science and Applications, 2009, 9 (2): 209-219
[5] 史开泉. P-集合与它的应用特性[J]. 计算机科学, 2010, 37(8): 1-8
[6] 史开泉. P-推理与信息的 P-推理发现-辨识[J]. 计算机科学, 2011, 38(7): 1-9
[7] 林宏康, 范成贤, 史开泉. 倒向 P-推理与属性剩余发现-应用[J]. 计算机科学, 2011, 38(10): 189-198
[8] 史开泉. 函数 P-集合[J]. 山东大学学报:理学版, 2011, 46(2): 62-69
[9] Shi Kai-quan. Function P-sets[J]. International Journal of Machine Learning and Cybernetics, 2011, 2(4): 281-288
[10] Lin Hong-kang, Fan Cheng-xian. The dual form of P-reasoning and identification of unknown attribute[J]. International Journal of Digital Content Technology and its Applications, 2012, 6(1): 121-131
[11] Fan Cheng-xian, Lin Hong-kang. P-sets and reasoning- identification of disaster information[J]. International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(1): 337-345
[12] Lin Rong, Fan Cheng-xian. Packet sets and identification of inward- convergence information[J]. An International Journal of Convergence Information Technology, 2012, 7(7): 157-164
[13] 于秀清. P-集合与 F-嵌入信息辨识-发现[J]. 计算机科学, 2011, 38(2): 250-270
[14] 徐凤生, 于秀清, 史开泉. 内 P-推理与内收敛信息的辨识[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 212-215
[15] 张景晓, 徐凤生, 史开泉. P-集合与它的动态等价类特征[J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 246-249
[16] 阎红灿, 王坚, 刘保相. 基于 P-集合的本体形式背景抽取[J]. 计算机应用研究, 2012, 29(6): 2196-2204
[17] 于秀清. 迭代 F-内嵌入信息生成及其遗传发现-应用[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(12): 2196-2731
[18] 李豫颖, 范成贤, 史开泉. 混合记忆信息与记忆信息筛选[J]. 系统工程与电子技术, 2011, 38(8): 1824-1828