

# 海浪绘制中波浪谱的选择和参数计算

陈丽宁 金一丞 任鸿翔 张秀凤

(大连海事大学航海动态仿真与控制交通行业重点实验室 大连 116026)

**摘要** 分析了 Phillips 波浪谱结构,指出该谱是由符合 Neumann 形式的频率谱和国际拖曳水池会议推荐的方向分布函数构成的方向谱,Phillips 谱的频率谱与 P-M 谱接近。参考 P-M 谱提供的方法给出了 Phillips 谱风速的确切含义并计算出该谱的常数,解决了其在应用中未尽的问题。比较 PM-ITTC 方向谱和 Phillips 谱的绘制结果,发现用 Phillips 谱绘制的海浪低频长波更加突出。对 Phillips 谱和 PM-ITTC 方向谱进行对比,发现 Phillips 谱的谱峰频率与 PM-ITTC 方向谱接近,但谱宽更窄,能量更集中于低频部分。为 Phillips 谱增加了风距参数,使绘制结果能反映风速、风距对海浪的影响。绘制海浪传播方向、波高随风速变化而变化,与航海实际情况相符,已应用于航海模拟器。

**关键词** 海浪绘制,Phillips 波浪谱,方向分布函数,风速,风距

**中图分类号** TP391.9 **文献标识码** A

## On Selection and Parameter Calculation of Wave Spectra in Ocean Wave Rendering

CHEN Li-ning JIN Yi-cheng REN Hong-xiang ZHANG Xiu-feng

(Key Laboratory of Marine Dynamic Simulation & Control for Ministry of Communications, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China)

**Abstract** The structure of Phillips wave spectra was analyzed. Phillips spectra is directional spectra, and can be separated into the frequency spectra and directional spreading function. Its frequency spectra accords with the Neumann spectra form, and is familiar with P-M spectra. Its directional spreading function is the function recommended by International Towing Tank Conference. By referencing P-M spectra, the wind speed of Phillips spectra is specified and its constant is calculated, which solves the unsettled problems in application. By comparing the rendering results of PM-ITTC directional spectra and Phillips spectra, it is found that long waves with low frequency band are more obvious in ocean wave rendered with Phillips spectra. Additionally, the study shows the peak spectral frequency of Phillips spectra is close to that of PM-ITTC directional spectra, but its spectral width is smaller and its wave energy more concentrates in low frequency band. Fetch length is added as a parameter of Phillips spectra. So the rendering result can reflect the influence of both wind speed and fetch length on rendered ocean wave. The propagation direction and wave height of the rendered ocean wave vary as wind speed changes, which conforms to the actual condition in navigation. The method is used in navigation simulator.

**Keywords** Ocean wave rendering, Phillips wave spectra, Directional spreading function, Wind speed, Fetch length

自然场景中海浪的实时绘制,在计算机动画、虚拟现实等领域有着广泛的应用,对航海仿真而言其重要性更是不言而喻。海浪场景的绘制是复杂的,一直是计算机图形学研究领域的热点之一。

Mihalef 等<sup>[1]</sup>指出海浪的绘制可分为 3 个尺度,其中精细尺度为飞溅和泡沫,中间尺度为水面的波纹,大尺度为波浪的翻转和破碎。目前海浪的绘制方法主要包括两大类:基于物理模型的方法和基于构造的方法。

基于物理模型的方法以纳维-斯托克斯(Navier-Stokes, N-S)方程为基础。对其描述又可分为两类<sup>[2]</sup>:拉格朗日法和欧拉法。两种方法的着眼点不同,拉格朗日法着眼于流体质

点,是一种基于网格的方法;欧拉法着眼于流场空间的点,是一种基于粒子的方法。基于物理模型的方法适合于绘制中间尺度的液体及精细尺度的飞溅和泡沫<sup>[3-5]</sup>。

基于构造的方法主要用数学公式构造出海浪外形。较之于基于物理模型的方法,它更适合于绘制大尺度海浪。该方法包括两大类:基于几何模型的方法和基于统计与谱的方法。基于几何模型的构造法主要是通过摆线、正弦曲线等<sup>[6-8]</sup>模拟海浪的几何形状。该方法比较简单,但绘制的海浪过于规则,人为痕迹明显。基于统计与谱的方法首先对波数进行采样,用波浪谱计算对应的波数域波幅,然后对波数域波幅进行二维快速傅里叶逆变换(Inverse Fast Fourier Transform, IF-

到稿日期:2012-09-12 返修日期:2012-12-11 本文受国家 973 重点基础研究发展规划项目基金(2009CB320805),中央高校基本科研业务费专项资金(2012TD002)资助。

陈丽宁(1981—),男,博士生,主要研究方向为计算机图形学、航海模拟器,E-mail:chenlining19811011@yahoo.com.cn;金一丞(1944—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为计算机图形学、船舶运动控制模型、航海模拟器;任鸿翔(1974—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为计算机图形学、航海模拟器;张秀凤(1972—),女,博士,副教授,主要研究方向为船舶运动控制模型、航海模拟器。

FT), 获得位置域波幅和水平方向位移, 进而在位置域构造海浪。该方式适合于绘制充分发展的海浪。Tessendorf<sup>[9]</sup>较早运用该方法于海浪绘制。Michel<sup>[10]</sup>提出了一种多尺度 IFFT 的海浪模拟方法, 即在比较粗糙的网格上采用 IFFT 生成海浪的高度图, 在精细的采样网格上生成波浪的法线图来实时计算海浪光照, 模拟航迹以及浅水区的波浪衰减现象。在 IFFT 构造海面的基础上, 任鸿翔<sup>[11]</sup>采用同心圆网格模型对海面进行采样, 减轻了瓷砖效应; 赵欣等<sup>[12]</sup>使用投影网格模型来提高绘制效率。

挪威船级社 (Det Norske Veritas, DNV) 在其 2.14 标准<sup>[13]</sup>中要求 A、B 级船桥模拟器, A、B 级救生艇筏操作模拟器和 A、B、P 级海洋平台起重机操作模拟器在绘制海浪时能使用至少 2 种波浪谱, 绘制海浪具有可变的传播方向、波高、周期。虽然 Phillips 谱得到了广泛应用, 但研究发现 Phillips 谱尚有几个值得商榷的问题, 这些问题直接关系到绘制海浪能否正确反映风对海浪的影响, 包括海浪的传播方向、波高、波长等。本文首先指出了使用 Phillips 谱在波浪绘制过程中可能遇到的问题, 分析该波浪谱的结构, 将该谱与其他波浪谱进行比较, 在此基础上给出 Phillips 谱常数的计算方法以及风速的确切含义。使用不同的谱绘制海浪并分析了绘制结果的差别, 发现使用 Phillips 谱绘制的海浪低频长波效果更明显, 而且使用该谱还可以减少采样点数量。进而对 Phillips 谱进行改进, 增加了风距参数, 使其能更充分反映风的特性以及风对海浪的影响。

## 1 基于 Phillips 谱的海浪绘制

### 1.1 算法简介

在三维世界坐标系  $xyz$  中, 平面  $xz$  平行于海平面,  $y$  轴垂直于海平面, 向上为正。令水平位置向量  $\mathbf{x} = (x, z)$ ; 波数向量  $\mathbf{k} = (k_x, k_z) = (k \cos \theta, k \sin \theta)$ ,  $k = |\mathbf{k}| = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$ , 其中  $\theta$  为向量  $\mathbf{k}$  与  $x$  轴正半轴夹角; 风速向量  $\mathbf{u} = (u_x, u_z) = (U \cos \alpha, U \sin \alpha)$ ,  $U$  为风速大小,  $\alpha$  为风向。则  $t$  时刻水平位置  $\mathbf{x}$  的波幅为:

$$h(\mathbf{x}, t) = \operatorname{Re} \left[ \sum_{\mathbf{k}} \bar{h}(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \right] \quad (1)$$

式中, 符号  $\operatorname{Re}$  表示取其括号内表达式的实部;  $\bar{h}(\mathbf{k}, t)$  表示波幅的傅里叶分量, 它决定了波面的结构;  $i$  为虚数单位; 在  $L_x \times L_z$  平面上采样  $M \times N$  个点, 则  $\mathbf{k} = (k_x, k_z) = (2\pi m/L_x, 2\pi n/L_z)$ ,  $\mathbf{x} = (x, z) = (mL_x/M, nL_z/N)$ ,  $m, n$  均为整数,  $-M/2 \leq m < M/2$ ,  $-N/2 \leq n < N/2$ 。式(1)通过 IFFT 将波幅从波数域  $\mathbf{k}$  变换到位置域  $\mathbf{x}$ , 可以通过位置和时间计算出波幅。  $\bar{h}(\mathbf{k}, t)$  的计算如下:

$$\bar{h}(\mathbf{k}, t) = \bar{h}_0(\mathbf{k}) \exp[i\omega(\mathbf{k})t] + \bar{h}_0^*(-\mathbf{k}) \exp[-i\omega(\mathbf{k})t] \quad (2)$$

式中,  $*$  表示复数取共轭。根据色散关系, 在深水中波数和频率有如下关系:

$$\omega^2(\mathbf{k}) = gk = g \sqrt{k_x^2 + k_z^2} \quad (3)$$

式中,  $g$  表示重力加速度;  $\bar{h}_0(\mathbf{k})$  的计算如下:

$$\bar{h}_0(\mathbf{k}) = (\epsilon_r + i\epsilon_i) \sqrt{Ph(\mathbf{k})/2} \quad (4)$$

式中,  $\epsilon_r$  和  $\epsilon_i$  为独立的均值为 0、方差为 1 的高斯随机数;  $Ph(\mathbf{k})$  为 Phillips 谱, 即:

$$Ph(\mathbf{k}) = A \frac{\exp[-1/(kL)^2]}{k^4} \left| \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}}{kU} \right|^2 \quad (5)$$

式中,  $A$  为常数;  $L = U^2/g$ 。

如果仅仅通过上述计算获得海浪的高程, 所绘制的海浪在几何上是对称的。但实际的海浪在几何上是不一定对称的, 当波浪陡度在局部增加时, 波峰会变得更加尖锐, 波谷会变得平坦。为了达到这一效果, 需要引入 Choppy 波。Choppy 波模型源自线性波变换产生的视觉效果。它的主要优势是把简洁性、稳定性、准确性进行了融合<sup>[14]</sup>。在基于 Phillips 谱绘制海浪的方法中, 需要使用  $\bar{h}(\mathbf{k}, t)$  来计算二维位移矢量场, 见式(6):

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}, t) = \operatorname{Im} \left[ \sum_{\mathbf{k}} \frac{\mathbf{k}}{k} \bar{h}(\mathbf{k}, t) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{x}) \right] \quad (6)$$

式中, 符号  $\operatorname{Im}$  表示取其括号内表达式的虚部。使用该矢量场, 波面网格点的水平位置为  $\mathbf{x} + \lambda \mathbf{D}(\mathbf{x}, t)$ 。  $\lambda$  为一常数, 用于衡量位移向量重要性。使用 Choppy 波不会直接改变波幅, 而是根据波幅的空间结构来扭曲表面点的水平位置。这种方法使得波峰部分变得尖锐, 波谷部分变得平缓, 绘制结果更加逼真。

### 1.2 应用 Phillips 谱所遇到的问题

虽然 Phillips 谱在绘制海浪中已经得到广泛应用, 但使用过程中还会遇到一些问题。(1) 常数  $A$  的取值或取值准则没有给出。(2) 对风速没有详细说明, 风速随距海面的高度变化而变化, 因此在波浪谱中都会对风速加以说明, 例如 Neumann 谱所用风速为距离海面 7.5m 高度处的风速, P-M (Pierson-Moscowitz) 谱的风速为距离海面 19.5m 高度处的风速, JOWSWAP 谱所用风速为距离海面 10m 高度处的风速。上述两个问题将直接影响绘制结果, 即能否准确体现风对于所绘制海浪的影响。

## 2 Phillips 谱的结构

为了解决上面提到的 Phillips 谱存在的问题, 需要对 Phillips 谱的结构作更深入的分析。

Phillips 谱是由 Phillips 于 1958 年提出的。凡满足  $\Psi(\mathbf{k}) \sim f(\theta)k^{-4}$  的波浪谱都称为 Phillips 谱<sup>[15]</sup>, 其中  $\Psi(\mathbf{k})$  表示波数波浪谱, 符号  $\sim$  表示正比于,  $\theta$  为波数向量  $\mathbf{k}$  的方向角,  $f(\theta)$  为波数的方向分布函数。因此 Phillips 谱是一类波浪谱。显然式(5)符合这一形式。通常我们使用的波浪谱以圆频率为参数, 则在深水中:

$$\begin{aligned} Ph(\omega, \theta) &= [Ph(\mathbf{k}) \times \frac{d\mathbf{k}}{d\omega}]_{\mathbf{k}=k(\omega)} \\ &= 2A \frac{g^3}{\omega^7} \exp\left[-\left(\frac{g}{\omega U}\right)^4\right] \cos^2(\theta - \alpha) \end{aligned} \quad (7)$$

变量中包含  $\omega$  和  $\theta$ , 则 Phillips 谱为方向谱。方向谱可以写成下列形式:

$$S(\omega, \theta) = S(\omega)G(\omega, \theta) \quad (8)$$

式中,  $S(\omega)$  为频率谱,  $G(\omega, \theta)$  为方向分布函数, 且方向分布函数必须满足  $\int_{-\pi}^{+\pi} G(\omega, \theta) d\theta = 1$ 。方向谱和频率谱有以下关系:

$$S(\omega) = \int_{-\pi}^{+\pi} S(\omega, \theta) d\theta$$

虽然理论上认为风浪成员波的能量分布在风向  $(-\pi, \pi)$  范围内, 但实际风浪的能量主要集中在风向的  $(-\pi/2, \pi/2)$ <sup>[16]</sup> 范围内。因此积分域可取  $(\alpha - \pi/2, \alpha + \pi/2)$ , 则 Phillips 谱的频率谱  $S_{Ph}$  为:

$$S_{Ph}(\omega) = \int_{\alpha - \pi/2}^{\alpha + \pi/2} Ph(\omega, \theta) d\theta = A\pi \frac{g^3}{\omega^7} \exp\left[-\left(\frac{g}{\omega U}\right)^4\right] \quad (9)$$

观察  $S_{Ph}$ , 发现其符合 Neumann 提出的波浪谱形式, 即:

$$S(\omega) = \frac{A_N}{\omega^p} \exp(-B_N \frac{1}{\omega^q}) \quad (10)$$

式中,  $A_N, B_N$  中包含风要素或波要素。对于  $S_{Ph}$ ,  $p=7, q=4$ 。迄今为止提出的许多波浪谱很大一部分符合这一形式<sup>[16]</sup>。Phillips 谱的方向分布函数以角度  $\theta$  为参数的形式  $G_{Ph}(\theta)$  如式(11)所示:

$$G_{Ph}(\omega, \theta) = G_{Ph}(\theta) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \cos^2(\theta - \alpha), & \theta - \alpha \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (11)$$

显然,  $G_{Ph}$  实际上是国际拖曳水池会议(International Towing Tank Conference, ITTC)推荐的方向分布函数<sup>[17]</sup>。

通过上述分析可知, 文献[9-12]所用的 Phillips 谱是一种方向谱, 由一个  $p=7, q=4$ 、符合 Neumann 形式的频率谱和 ITTC 推荐的方向分布函数构成。

### 3 Phillips 谱和其它波浪谱的比较

观察  $S_{Ph}$ , 其参数中仅有风速, 为无限风距海浪谱, 其结构与 P-M 谱类似。这里所说的风速, 要求说明所用风速距离海面的高度(如 1.2 节所述)。风距, 也叫风区长度、风程, 指的是风接近于不变的方向和速度时在开阔的水面上吹过的距离<sup>[11]</sup>。为便于比较, 作者确定了以下策略, 先用 P-M 谱和 ITTC 方向分布函数构造方向谱, 用该方向谱绘制波浪, 分析其绘制结果。参考 P-M 谱提供的方法说明 Phillips 谱所用的风速, 以此计算常数  $A$ , 进而用 Phillips 谱绘制海浪, 比较绘制结果, 发现用 Phillips 谱绘制的海浪低频长波更加突出。比较过程中还对 Phillips 谱和 PM-ITTC 方向谱进行了对比, 结果发现 Phillips 谱的谱峰频率与 P-M 谱接近, 但谱宽更窄, 能量更集中于低频部分。

#### 3.1 用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪

P-M 谱的公式如下:

$$S_{PM}(\omega) = \frac{\alpha g^2}{\omega^5} \exp[-\beta(\frac{g}{U_{19.5}\omega})^4] \quad (12)$$

式中,  $\alpha, \beta$  均为常数,  $\alpha = 8.1 \times 10^{-3}, \beta = 0.74; U_{19.5}$  为距离海面高度为 19.5m 处的风速。设  $m_r$  表示谱  $S(\omega)$  的  $r$  阶谱矩, 如式(13)所示:

$$m_r = \int_0^{\infty} \omega^r S(\omega) d\omega \quad (13)$$

谱矩通常用于计算波能、部分大波平均波高、平均波高、平均周期等参数。令  $\eta(t)$  表示  $t$  时刻波面某点距离平衡位置的高度, 则可用随机的余弦波叠加起来描述  $\eta(t)$ :

$$\eta(t) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(\omega_n t + \epsilon_n) \quad (14)$$

式中,  $a_n, \omega_n$  分别为成员波的振幅和圆频率;  $\epsilon_n$  为随机初相位。则 0 阶谱矩  $m_0$  为:

$$m_0[S(\omega)] = \int_0^{\infty} S(\omega) d\omega = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 \quad (15)$$

式(15)给出了  $m_0$  的物理意义, 即: 波浪所有成员波振幅平方和的 1/2。令液体密度为  $\rho$ , 则成员波单位面积具有的波能为  $E = \frac{1}{2} \rho g \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 = \rho g m_0$ <sup>[17]</sup>, 显然  $m_0$  反映了波能大小。 $m_0$  的数学意义为频率谱曲线与频率轴之间部分的面积。图 1 为不同风速下的 P-M 谱曲线。从中可以看出, 风速越大, 其对应的  $m_0$  越大, 成员波单位面积的波能越大。

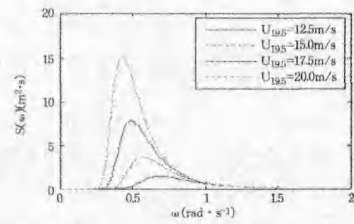


图 1 不同风速下的 P-M 谱曲线

P-M 谱参数中,  $\alpha, \beta$  取值确定, 风速明确。由于 P-M 谱与  $S_{Ph}$  近似, 因此作者首先采用 P-M 谱和 ITTC 推荐的方向分布函数构造方向谱  $S_{PM-ITTC}$ , 将其写成以波数为变量的形式, 如式(16)所示, 而后用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪。

$$S_{PM-ITTC}(\mathbf{k}) = \begin{cases} \frac{\alpha}{\pi k^3} \exp[-\beta(\frac{g^{1/2}}{U_{19.5} k^{1/2}})^4] (\frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{k}}{U_{19.5} k})^2, & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0 \\ 0, & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} \leq 0 \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $\mathbf{u}$  为风速向量,  $U_{19.5} = |\mathbf{u}|$ , 限定条件  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0$  表示生成波浪分布在风向的  $(-\pi/2, \pi/2)$  范围内, 对该波浪谱进行 IF-FT 后绘制海浪结果如图 2 所示。根据航海学和气象学定义, 本文中风向  $\alpha$  指的是风吹来的方向<sup>[18]</sup>。从绘制结果中可以看出, 随着风向  $\alpha$  的改变, 波浪的传播方向也随之变化, 但是波高随着风速  $U_{19.5}$  的增加变化不明显。

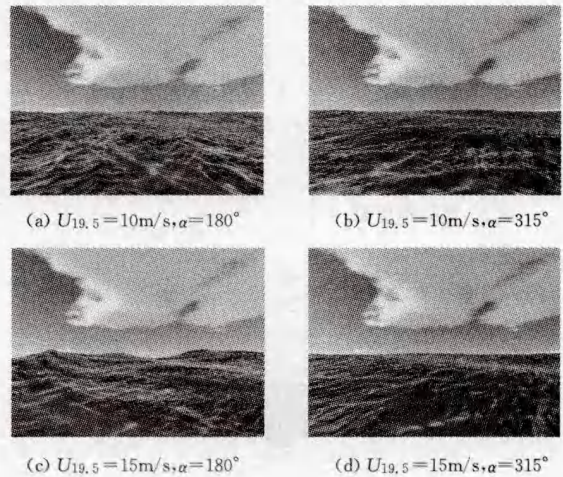


图 2 PM-ITTC 方向谱的绘制结果

下面分析产生这种结果的原因。

海浪的总能量由各种成员波提供,  $S(\omega)$  则给出不同频率间隔内的成员波提供的能量, 故  $S(\omega)$  代表海浪能量相对于成员波频率的分布。由于在深水中圆频率  $\omega$  和波数  $\mathbf{k}$  存在式(3)的关系, 因此频率谱也可以改写为以波数  $\mathbf{k}$  (即  $k_x, k_z$ ) 为参数的形式。这种以波数为参数的谱  $S(\mathbf{k})$  给出不同波数间隔内的成员波提供的能量。

因此将 P-M 谱改写为以波数为参数的形式, 如式(17)所示:

$$S_{PM}(\mathbf{k}) = \alpha \frac{1}{2k^3} \exp(-\beta \frac{g^2}{U_{19.5}^4 k^2}) \quad (17)$$

由于:

$$\begin{aligned} \cos(\theta - \alpha) &= \cos\theta \cos\alpha + \sin\theta \sin\alpha \\ &= (\cos\theta, \sin\theta) \cdot (\cos\alpha, \sin\alpha) \\ &= \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}}{kU} \end{aligned} \quad (18)$$

因此 ITTC 方向分布函数(式(11))可以用波数作为参数, 如

式(19)所示:

$$G_{ITTC}(\mathbf{k}) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left( \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{k}}{Uk} \right)^2, & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0 \\ 0, & \text{if } \mathbf{u} \cdot \mathbf{k} \leq 0 \end{cases} \quad (19)$$

式中,  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0$  表示  $\theta - \alpha \in (-\pi/2, \pi/2)$ ;  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} \leq 0$  表示  $\theta - \alpha \in (-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi]$ 。

则 PM-ITTC 方向谱也可以写成以波数为变量的形式  $S_{PM-ITTC}(\mathbf{k})$ 。

图 3—图 5 分别是以波数为变量的 P-M 谱曲面、ITTC 推荐的方向分布函数曲面、PM-ITTC 方向谱曲面, 其中  $U_{19.5} = 15\text{m/s}$ ,  $\alpha = 315^\circ$ 。通过观察可以发现, 用 P-M 谱和 ITTC 方向分布函数构造的方向谱中, ITTC 方向分布函数会削减、抑制 P-M 谱的能量。所谓的削减, 指的是  $G_{ITTC}$  使得  $S_{PM-ITTC}$  在  $\theta - \alpha \in (-\pi, -\pi/2] \cup [\pi/2, \pi]$  范围内函数值为 0, 将波浪的能量限定在  $\theta - \alpha \in (-\pi/2, \pi/2)$  范围内。由于  $G_{ITTC}(\mathbf{k}) \in [0, 2/\pi]$ ,  $G_{ITTC}$  使得相同波数在  $\theta - \alpha \in (-\pi/2, \pi/2)$  内的  $S_{PM-ITTC}$  函数值小于  $S_{PM}$  函数值,  $G_{ITTC}$  对  $S_{PM}$  还起到抑制作用。因此即使风速增加, 绘制海浪的波能增幅也不明显。这就是使用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪随风速增加而波高增加不明显的主要原因。

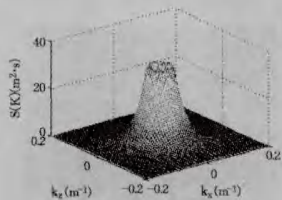


图 3 P-M 谱曲面

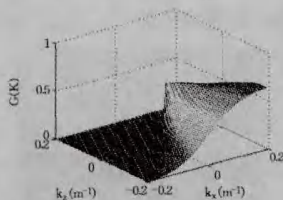


图 4 ITTC 推荐的方向分布函数曲面

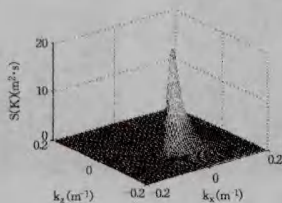


图 5 PM-ITTC 方向谱曲面

### 3.2 用 Phillips 谱绘制海浪

根据上文的分析, Phillips 谱在应用过程中尚有几个值得商榷的问题: (1) 常数  $A$  的取值或取值准则没有给出。(2) 谱中对风速没有详细说明。因此在使用 Phillips 谱绘制波浪之前先要解决这两个问题。由于 Phillips 谱的  $S_{Ph}$  与 P-M 谱形式相近, 因此作者假设其风速也为距离海面 19.5m 高度处的风速。P-M 谱本身是经过长期观测所获得的, 所依据的资料比较充分, 使用方便, 可以直接积分, 在海洋工程和船舶工程中得到广泛应用, 基于上述理由在计算常数  $A$  时参考了 P-M 谱。因此令 Phillips 谱和 P-M 谱的成员波具有相同的单位面积波能, 则  $m_0[S_{PM}(\omega)] = m_0[Ph(\mathbf{k})]$ , 常数  $A$  的计算采用式(20):

$$A = \frac{\int_0^\infty S_{PM}(\omega) d\omega}{\iint_D \frac{1}{k^4} \exp\left(-\frac{g^4}{k^2 U_{19.5}^4}\right) \left(\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}}{k U_{19.5}}\right)^2 dk_x dk_y} \quad (20)$$

式中, 积分域  $D$  表示  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{u} > 0$  的区域。显然有:

• 286 •

(1) Phillips 谱和 P-M 谱的部分大波平均波高相等。所谓的部分大波平均波高, 是指将波高按大小依次排列, 令  $a > 1$ , 则其中最高的  $1/a$  部分的平均值称为  $1/a$  部分大波的平均波高, 以  $H_{1/a}$  表示。常用的是  $H_{1/3}$  ( $a=3$  时) 和  $H_{1/10}$  ( $a=10$  时)。特别地,  $H_{1/3}$  称为有效波波高。部分大波的平均波高反应海浪的显著部分, 它们是航海、港口设计等工作中设计人员所特别关注的对象, 可以用式(21)计算:

$$H_{1/a} = (8m_0 \ln a)^{1/2} + a(2\pi m_0)^{1/2} \{1 - \text{erf}[(\ln a)^{1/2}]\} \quad (21)$$

式中,  $\text{erf}(t) = 1.1283 \int_0^t e^{-t^2} dt$ 。从该式中可以发现, 当  $m_0[S_{PM}(\omega)] = m_0[Ph(\mathbf{k})]$  时, 这两个谱对应的部分大波平均波高相等。

(2) Phillips 谱和 P-M 谱的平均波高相等。平均波高的计算见式(22):

$$\bar{H} = \frac{H_{1/a}}{[(4/\pi) \ln a]^{1/2} + a\{1 - \text{erf}[(\ln a)^{1/2}]\}} \quad (22)$$

从上式可得, 若两谱的部分大波平均波高相等, 则平均波高也相等。

式(20)中  $A$  的取值随  $U_{19.5}$  的变化而变化, 能反映  $U_{19.5}$  对谱的影响, 而且当风速值相等时, P-M 谱和 Phillips 谱的  $m_0$ 、部分大波平均波高、平均波高相等, 所以假设 Phillips 谱的风速为距海面高度 19.5m 处风速是合理的。随着风速增加,  $m_0$  增大,  $H_{1/a}$  和  $\bar{H}$  也会增加。即随着风速的增加, 波高变高, 波浪更加汹涌, 这与真实海浪是相符的。图 6 是使用 Phillips 谱绘制海浪, 参数  $A$  用式(20)计算。



(a)  $U_{19.5} = 10\text{m/s}$ ,  $\alpha = 180^\circ$  (b)  $U_{19.5} = 15\text{m/s}$ ,  $\alpha = 315^\circ$  (c)  $U_{19.5} = 20\text{m/s}$ ,  $\alpha = 315^\circ$

图 6 Phillips 谱绘制海浪

### 3.3 绘制结果的比较分析

将使用 PM-ITTC 方向谱和 Phillips 谱绘制结果相比较, 视觉上有所不同: (1) 使用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪比较“短”, 而使用 Phillips 谱绘制海浪比较“长”; (2) 使用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪随着风速的增加而波高变化不明显, 而使用 Phillips 谱绘制海浪随着风速的增加, 波高变化明显。

使用 Phillips 谱抑制了高频短波, 突出了低频长波。PM-ITTC 方向谱与 Phillips 谱的谱峰频率很接近 (见表 1), 但 Phillips 谱的谱宽度更小。表 2 列出了目前主要使用的波浪谱的  $p, q$  值<sup>[16, 17, 19, 20]</sup>。经比较发现,  $S_{Ph}$  的  $p$  值较之于其他波浪谱更大, 它关系到谱宽度。谱宽度反映谱内能量的集中程度。谱宽度的计算见式(23):

$$\nu = (m_0 m_2 / m_1^2 - 1)^{1/2} \quad (23)$$

式中,  $\nu \in [0, 1]$ , 其值越大, 谱越宽, 能量越分散; 其值越小, 谱越窄, 能量越集中。通常海上测得的  $\nu \in [0.2, 0.9]$ 。波谱的宽窄能影响到波浪的一些重要属性。经计算得  $\nu_{PM} = 0.42$ ,  $\nu_{Ph} = 0.28$ ,  $\nu_{Ph} < \nu_{PM}$ , 则 Phillips 谱的谱宽度更窄, 能量更集中。

在对波数采样过程中,  $x$  轴、 $z$  轴波数的采样步长分别为  $\Delta k_x = 2\pi/L_x$ ,  $\Delta k_z = 2\pi/L_z$ 。绘制画面范围越大, 即  $L_x$ 、 $L_z$  越大, 采样步长越小。当  $L_x$ 、 $L_z$  为定值时,  $M$ 、 $N$  不影响采样步长, 但影响波数采样范围。图 7 为  $S_{Ph}$  和 Phillips 谱以波数为变量的曲面 ( $U_{19.5} = 15\text{m/s}$ ,  $\alpha = 315^\circ$ )。对比图 3 与图 7(a) 发现,  $S_{Ph}$  的曲面更为尖锐, 波数范围更窄, 而图 7(b) 较之于图 5 波数范围也更窄。因此使用谱宽较窄的 Phillips 谱的一个优点就是当  $L_x$ 、 $L_z$  为定值时, 波数采样步长为定值, 由于 Phillips 谱波数范围更窄, 可以用较少的采样点完成对  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0$  范围内非零谱值的采样。例如当  $L_x = L_z = 1024$ , 使用 Phillips 谱, 若  $M = N \geq 64$  时即可完成;  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0$  范围内非零谱值的采样; 如果使用谱宽较大的谱, 例如 PM-ITTC 方向谱, 则  $M = N \geq 128$ 。而采样点数量越多, 进行 IFFT 时的计算量就越大, 绘制的帧率就越低。

表 1 不同风速对应的谱峰频率 (Rad/s)

| 风速 (m/s)    | 10   | 11   | 12   | 13   | 14   | 15   | 16   | 17   | 18   | 19   | 20   |
|-------------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|------|
| PM-ITTC 方向谱 | 0.86 | 0.78 | 0.71 | 0.66 | 0.61 | 0.57 | 0.54 | 0.51 | 0.48 | 0.45 | 0.43 |
| Phillips 谱  | 0.85 | 0.78 | 0.71 | 0.66 | 0.61 | 0.57 | 0.53 | 0.50 | 0.47 | 0.45 | 0.43 |

表 2 主要海浪频谱的  $p$  和  $q$  取值

| 谱名称 | Neumann 谱 | P-M 谱 | Bretschneider 谱 | 六参数谱         | JOWSWAP 谱 | Wallops 谱 |
|-----|-----------|-------|-----------------|--------------|-----------|-----------|
| $p$ | 4~6       | 5     | 5               | $4\lambda+1$ | 5         | 3~5       |
| $q$ | 2~4       | 4     | 4               | 4            | 4         | 4         |

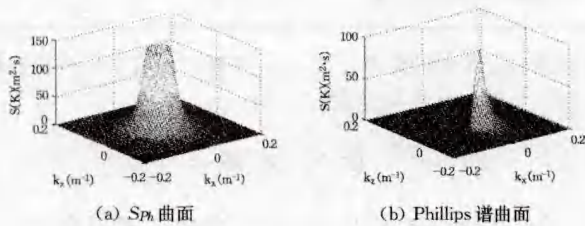


图 7  $S_{Ph}$  和 Phillips 谱的曲面

另外, 当风吹过海面时, 首先产生的是高频短波, 随后产生的是低频长波。随着波浪的成长, 一部分风输入的能量以波浪破碎的形式损失, 另一部分能量会从高频短波转移至低频长波<sup>[19]</sup>。到波浪充分成长时, 低频长波的作用会更加突出。因此较之于其他波浪谱, 谱宽较窄、能量集中于低频部分的 Phillips 谱在绘制充分发展的波浪时更为合适。使用式 (20) 计算常数  $A$ , 随着风速的增加, 部分大波波高、平均波波高, 因此波浪也更加汹涌。

#### 4 Phillips 谱的改进

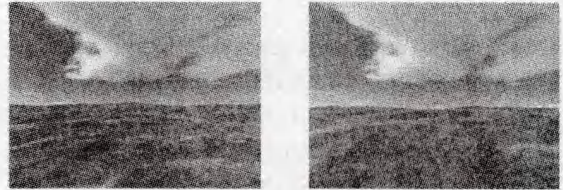
海浪的大小, 除了受到风速的影响, 还受到风距的影响。上文中采用的 P-M 谱和 Phillips 谱都属于无限风距谱, 而 JOWSWAP 谱考虑了风距, 因此参考 JOWSWAP 谱对 Phillips 谱进行了改进。改进后的 Phillips 谱的形式见式 (24):

$$Ph'(k) = \begin{cases} A \frac{\exp[-(k_m/k)^2]}{k^4} \gamma^{\exp[-(k^{1/2} - k_m^{1/2})^2 / (2\sigma^2 k_m)]} (\frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}}{kU_{10}})^4, & \text{if } \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} > 0 \\ 0, & \text{if } \mathbf{k} \cdot \mathbf{u} \leq 0 \end{cases} \quad (24)$$

式中的方向分布函数选择了国际船舶力学结构会议 (International Ship Structure Conference, ISSC) 推荐的形式;  $U_{10}$  为

距离海面 10m 高度处的风速;  $\gamma$  为谱峰升高因子, 本文的  $\gamma = 3.3$ ; 设  $X$  为风距, 无因次风距  $\bar{X} = gX/U_{10}^2$ ,  $k_m = 484g\bar{X}^{-0.66}/U_{10}^2$ ; 当  $k \leq k_m$  时  $\sigma = 0.07$ , 当  $k > k_m$  时  $\sigma = 0.09$ ; 常数  $A$  的计算采用式 (20), 由于参考了 JOWSWAP 谱, 计算式中将  $S_{PM}$  替换为  $S_{JOWSWAP}$ 。

图 8 为改进 Phillips 谱的绘制结果,  $U_{10} = 15\text{m/s}$ ,  $\alpha = 315^\circ$ 。其中图 8(a) 的风距为 50km, 图 8(b) 的风距为 200km。风距能影响波浪能量。风距越大, 波浪的能量越大, 越汹涌。从图 8 中可以看出, 在风速相同时, 随着风距的增大, 绘制的波浪更加汹涌。



(a) 风距为 50km

(b) 风距为 200km

图 8 改进 Phillips 谱的绘制结果

**结束语** 指出了目前绘制海浪广泛使用的 Phillips 谱在使用过程中遇到的问题: (1) 常数  $A$  的取值或取值准则没有给出; (2) 谱中对风速没有详细说明。

对该波浪谱进行了分析, 发现 Phillips 谱是一种方向谱, 由符合 Neumann 形式  $p=7$ 、 $q=4$  的频谱  $S_{Ph}$  和 ITTC 推荐的方向分布函数构造而成。从形式上看,  $S_{Ph}$  只包含风速, 与 P-M 谱相似。

用 P-M 谱和 ITTC 推荐的方向分布函数构造的方向谱绘制海浪。发现用 PM-ITTC 方向谱绘制海浪随着风速的增加而波高变化不明显, ITTC 推荐的方向分布函数会对波能起到削减、抑制作用。参考 P-M 谱提供的方法提出了 Phillips 谱中常数  $A$  的计算方法。该方法使得当风速相等时 Phillips 谱与 P-M 谱的 0 阶谱矩、部分大波平均波高和平均波高相等。进而用 Phillips 谱绘制海浪。通过比较绘制结果, 发现 Phillips 谱绘制海浪低频长波更加突出。比较过程中还对 Phillips 谱与 PM-ITTC 方向谱进行了对比, 发现两者的谱峰频率接近, 但 Phillips 谱的谱宽度更小, 能量更集中于低频部分, 且在波数采样时可以用更少的采样点完成  $\mathbf{u} \cdot \mathbf{k} > 0$  范围内非零谱值的采样, 有助于减少计算量。

参照 JOWSWAP 谱对 Phillips 谱进行了改进, 增加了风距作为参数, 使其能够更全面地反映风对于波浪的影响。

本文所绘制的海浪传播方向随风向变化而变化, 部分大波波高和平均波高随风速、风距增加而变大, 这与航海实际情况相符。同时使用了两种以上的波浪谱, 绘制结果满足了 DNV 提出的 2.14 标准<sup>[13]</sup>。因此可以将其应用于航海模拟器中, 以对船舶驾驶员培训起到一定的指导作用。

今后的工作将继续致力于提高海浪的绘制效果, 使其更加逼真, 一方面我们将研究能否在不同的情况下采用相应的波浪谱; 另一方面尝试运用大连海事大学实习船“育鲲”号上装备的雷达波浪检测仪和方向谱波浪仪对海浪进行观测, 得到适合于绘制海浪的波浪谱。

#### 参考文献

[1] Mihalef V, Metaxas D, Sussman M. Animation and Control of

Breaking Waves [A] // Proceedings of the 2004 ACM SINGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, 2004 [C]. Grenoble, ACM, 2004; 315-324

[2] 林建忠, 阮晓东, 陈邦国, 等. 流体力学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2005; 11-13

[3] Muller M, Solenthaler B, Keiser R, et al. Particle-based Fluid-fluid Interaction [A] // Proceedings of EUROGRAPHICS ACM SIGGRAPH Symposium on Computer Animation, 2005 [C]. Los Angeles: ACM, 2005; 237-244

[4] 延河, 王章野, 廖斌斌, 等. 基于物理的海浪场景的真实感建模与绘制 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2008, 20(9): 1117-1124

[5] 陈曦, 何戩, 延河, 等. GPU 中的流体场景实时模拟算法 [J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2010, 22(3): 396-405

[6] Fourier A. A Simple Model of Ocean Waves [A] // Proceedings of the 13th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques, 1986 [C]. Dallas: ACM, 1986; 75-84

[7] Yuksel C. Real-time Water Waves with Wave Particle [D]. Brazos County: Texas A&M University, 2010

[8] 苏玉民, 付金丽, 王卓. 基于三维随机海浪交互式仿真技术研究 [J]. 系统仿真学报, 2012, 24(1): 175-179

[9] Tessendorf J. Simulating Ocean Water [A] // Computer Graphics Proceedings, Annual Conference Series, ACM SIGGRAPH, 1999 [C]. Los Angeles: ACM, Course Notes 26, 1999

[10] Michel J. Real-Time Synthesis and Rendering of Ocean Water [DB/OL]. [http://developer.amd.com/media/gpu\\_assets/](http://developer.amd.com/media/gpu_assets/)

Mitchell-Real-Time\_Synthesis\_and\_Rendering\_of\_Ocean\_Water (ATITR\_Apr05). pdf, 2012-09-14

[11] 任鸿翔. 航海模拟器中基于 GPU 的海洋场景真实感绘制 [D]. 大连: 大连海事大学, 2009

[12] 赵欣, 裴炳南. 一种快速的海浪仿真方法 [J]. 系统仿真学报, 2012, 24(1): 132-136

[13] Veritas D N. Standard for Certification Maritime Simulator Systems No. 2. 14 January 2011 [DB/OL]. <http://exchange.dnv.com/publishing/stdcert/Standard2-14.pdf>, 2012-09-15

[14] Nouguier F, Guérin C, Chapron B. Choppy Wave Model for Non-linear Gravity Waves [J]. Journal of Geophysical Research, 2009, 114: C09012

[15] Phillips O. The Equilibrium Range in the Spectrum of Wind-generated Waves [J]. Journal of Fluid Mechanics, 1958, 4: 426-434

[16] 俞聿修. 随机波浪及其工程应用 [M]. 大连: 大连理工大学出版社, 1999; 131-174

[17] 李积德. 船舶耐波性 [M]. 哈尔滨: 哈尔滨理工大学出版社, 2007; 30-35

[18] Liu Da-gang, Leng Mei. Meteorology and Oceanography for Mariners [M]. Dalian: Dalian Maritime University Press, 2011; 5-7

[19] Ochi M. Ocean Waves: The Stochastic Approach [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1998; 33-50

[20] COST 714 Working Group 3. Measuring and Analyzing the Directional Spectrum of Ocean Waves [M]. Brussels: EU Publications Office, 2005; 3-12

(上接第 247 页)

法, 我们利用随机函数给出随机数, 采用 vc++ 语言编程后证实 (见表 1), 改进后的二分查找器的速度要高于折半查找算法的速度。

表 1 改进的二分查找器与折半查找的比较

| 查找表中的数据量(个) | 折半查找(/ms) | 改进后的二分查找(/ms) |
|-------------|-----------|---------------|
| 1000        | 134.8     | 131.8         |
| 2000        | 716.2     | 684.8         |
| 4000        | 1657.8    | 1607.8        |
| 8000        | 3661.3    | 3479.8        |
| 160000      | 8777.5    | 8721          |
| 320000      | 30577.6   | 28866.3       |

**结束语** 综上所述, 与已有的二分查找方案相比, 本文提出的基于结点群的动态的二分查找器具有如下优势: 首先, 通过在结点群之间使用分档定位查找, 而在结点群内部使用改进后的“类斐波那契”查找, 可以保证在缩小查找范围的过程中体现出加法的优势, 因此降低了原 Fibonacci 查找判定树的高度, 减少了其 ASL, 提高了查询速度, 这意味着算法的效率将提高很多。其次, 当查找范围内的数据源需要做频繁的变动时, 本文采用有序静态链表结构, 对结点群使用逆序操作, 实现了灵活的动态查找。与折半查找算法相比, 其不仅效率高, 而且具有链表所特有的插入、删除操作的灵活性。实验表明, 我们提出的二分查找器已达到了预期的效果。

总而言之, 在查找频繁变动的存储在外存的大量有序数据的情况下, 本文提出的基于结点群的更为高效的动态二分

查找器具有很好的参考价值, 其在实践中的应用价值我们将在随后的研究中进一步探讨。

## 参考文献

[1] Knuth D E. The Art of Computer Programming, 3: Sorting and Searching [M]. Addison Wesley, 1973

[2] 严蔚敏, 吴伟民. 数据结构 (C 语言版) [M]. 北京: 清华大学出版社, 2007; 220-222, 238-239

[3] iamhaiyang. 二分查找学习札记 [OL]. <http://blog.chinaunix.net/uid-544794-id-2097252.html>, 2012-02-20

[4] 詹炜, 等. 一种基于 Fibonacci 数的有序线性表查找算法 [J]. 电脑开发与应用, 2005, 18(12): 29

[5] 陈启星, 罗启宇. 分档定位排序以及向分档定位查找的发展 [J]. 计算机研究与发展, 2003, 40(5): 706

[6] 陈启星, 陈彬, 陈叶. 用静态链表和逆序插入算法构成的动态查找表 [J]. 电脑与信息技术, 2007, 15(3): 2-3

[7] 长春工业大学. 数据结构精品课程 [M]. 线性表的查找技术之斐波那契查找, 2011

[8] 周德苏, 李光明. 对 Fibonacci 静态查找算法的改进 [J]. 空军雷达学院学报, 2000, 14(3): 45-47

[9] 罗南超, 蹇旭, 崔丽. 一种改进的新二分查找算法的研究与实现 [J]. 计算机时代, 2009, 205(7): 56

[10] 一道笔试题: 用最快速度查出有序数组中的一个数 [OL]. <http://www.khgl.cn/html/38/n-4z76038.html>, 2012