

一种双正则项各向异性扩散的纹理去噪模型研究

李晓宁¹ 龚家强¹ 幸浩洋²

(四川师范大学计算机科学学院 成都 610101)¹ (四川大学物理科学与技术学院 成都 610064)²

摘要 为了有效滤除图像噪声,同时最大限度地保留图像纹理和边缘等细节信息,将多尺度几何分析方法和各向异性扩散模型结合,构建了一种采用双正则项各向异性扩散的反应扩散方程,并完成了目标函数的离散及其数值收敛性证明。目标函数定义为以波原子、曲波变换后邻域内梯度值为参数的扩散控制函数,使扩散在图像信息丰富的纹理和边缘区域减弱,并通过反应项对扩散进行调节,以得到更好的平滑效果。实验结果证明,该方法较传统的反应扩散模型不仅能提高图像的信噪比,而且可以更好地保留图像边缘和纹理等细节信息。

关键词 纹理去噪,扩散控制函数,双正则项,反应扩散方程

中图分类号 TP391.41 **文献标识码** A

Noise Reduction Algorithm for Texture Images Using Anisotropic Diffusion with Double-regularizing Terms

LI Xiao-ning¹ GONG Jia-qiang¹ XING Hao-yang²

(College of Computer Science, Sichuan Normal University, Chengdu 610101, China)¹

(School of Physic Science and Technology, Sichuan University, Chengdu 610064, China)²

Abstract Important information, such as textures or edges, is often lost or blurred in the process of smoothing algorithm based on P-M Anisotropic Diffusion. We defined a new diffusivity operator which is used to control the velocity of the diffusion and proposed a reaction-diffusion equation with double-regularizing terms to overcome this defect, besides, we analysed and verified the model's convergence. The diffusivity operator relies on the change rules of gradient in a neighborhood to weaken the diffusion intensity in texture or edge regions. Two forcing terms were used to regulate diffusion and maintain edges, boundaries and texture. Experiment results and comparisons show the good performance of the proposed method for texture and edge preserving in the process of denoising, and demonstrate the proposed algorithm is feasible and applicable.

Keywords Texture denoising, Diffusivity operator, Double-regularizing terms, Reaction-diffusion equation

1 引言

近年来,为了在保持期望的图像细节的同时滤除图像中的噪声,研究人员提出了大量的非线性滤波器,如总变分法^[1,2]、各项异性扩散模型^[3];非局部自适应均值算法^[4,5]以及小波阈值法^[6,7]等旨在平滑噪声图像的同时能够较好地保持图像高频细节,使得滤波后的图像清晰逼真。各向异性扩散是一种非常重要的非线性滤波方法,最早由 Perona 和 Malik 提出,称为 P-M 模型^[3]。经研究表明,P-M 各向异性扩散模型能够有效地去除平滑区域的噪声,对图像边缘信息具有一定的保持效果,但 P-M 模型去噪后的图像会产生“阶梯效应”而出现分片光滑现象,且 P-M 模型的数值解不收敛,具有病态性^[8]。Catté 模型结合高斯(Gauss)卷积,很大程度上改善了 P-M 模型的去噪性能并且解决了 P-M 模型解的病态性,但仍无法克服 P-M 模型中出现的“阶梯效应”。在此基础上,G Plonka 等^[9,10]提出将改善对比的反应项($I-u$)引入到各向异性扩散函数的构建中,并推导出另一类基于各向异性扩散的反应扩散方程,取得了较好的仿真效果。随后,Jian-

Wei Ma 等^[11,12]用曲波(Curvelet)变换^[13]代替高斯卷积,并引入波原子(wave atoms)变换^[14]作为反应项,提出曲波正则化反应扩散模型。该模型能有效抑制“阶梯效应”,并解决了高斯标准差 δ 选择困难这一问题,有助于保护图像的纹理和边缘信息,但由于波原子变化缺乏平移不变性,导致去噪后的图像会产生伪吉普斯现象,使视觉效果不够理想。

然而,上述两类基于各向异性扩散的反应扩散方程仍存在一些不足:首先,这两类模型都是通过单点梯度值来确定扩散方向,没有引入纹理、边缘扩散控制函数,使扩散不能沿着纹理方向、弯曲边缘进行,导致扩散后的纹理、边缘区域出现模糊、断裂;其次,上述模型的扩散项和反应项之间是由一个固定参数来控制,无法真正地实现对图像中的不同区域进行自适应的扩散。作者针对已有的基于各向异性扩散的反应扩散方程存在的问题,构建了一种采用双正则项各向异性扩散的反应扩散方程,并完成了目标函数的离散化及其数值收敛性证明。目标函数定义为以波原子、曲波变换后邻域内梯度值为参数的扩散控制函数,使扩散在图像信息丰富的纹理和边缘区域减弱,并通过反应项对扩散进行调节。实验结果

到稿日期:2012-08-17 返修日期:2012-11-21 本文受国家自然科学基金(81171339),四川省科技厅苗子工程项目(2011-053),四川师范大学科研创新基金(2011-022)资助。

李晓宁(1972-),男,博士,副教授,主要研究方向为图像处理与模式识别,E-mail:lxn@sicnu.edu.cn。

证明,本文方法较传统的反应扩散去噪模型不仅可以提高图像的信噪比,而且可以更好地保留图像边缘和纹理等细节信息。

2 双正则项各向异性扩散去噪算法

2.1 模型建立

研究发现,波原子能够实现对纹理的最优稀疏表示,其变换系数可以反映出图像的纹理信息;曲波变换可以实现对弯曲边缘的非线性逼近,变换信息则可以通过曲波变换的系数体现,并且随着尺度增加而快速衰减。扩散控制函数以邻域内梯度值为自变量,根据不同区域内波原子、曲波变换后邻域内梯度模值,采用梯度阈值法使纹理、边缘和其他区域获得不同的扩散控制函数,进行自适应扩散强度控制,即:

$$\begin{aligned} G(x) &= g(\alpha|\nabla Su|)|_{x \in U_1} + g(\beta|Pu|)|_{x \in U_2} + \\ &\quad g(\gamma|\nabla u|)|_{x \notin U_1 \cup U_2} \quad (1) \\ U_1 &= \{x \in \Omega: |\nabla Su| \geq \mu_1\} \\ U_2 &= \{x \in \Omega: |\nabla Su| < \mu_1 \& |\nabla Pu| \geq \mu_2\} \end{aligned}$$

式中, α, β, γ 分别为梯度归一化参数; S 表示波原子(Wave atoms)变换, P 表示曲波(Curvelets)变换^[12,13];通常取 $g(|x|)$ 为定义在 R^+ 上的一个单调递减函数 $g(|x|) = \frac{1}{1+|x|^2}$,且满足 $\lim_{x \rightarrow \infty} g(|x|) = 0$; μ_1 和 μ_2 为自动估计梯度阈值函数, $\mu_1 = 1.486 * M(|\nabla Su| - M(|\nabla Su|))$, M 为图像均值,类似地, $\mu_2 = 1.486 * M(|\nabla Pu| - M(|\nabla Pu|))$ 。

反应项 $SI-u$ 表示波原子变换后的图与原图的差值,用于保持扩散后的高频纹理信息; $PI-u$ 用于保持边缘细节信息。扩散过程与反应项之间通过扩散控制函数自适应调节平衡,即:

$$\begin{cases} \frac{\partial u(x,y)}{\partial t} = \text{div}(G \cdot \nabla u) + a(1-G)(SI-u) + \\ \quad b(1-G)(PI-u) \\ u(x,y,0) = I(x,y) \end{cases} \quad (2)$$

上式右边第一项为扩散项,后两项为反应项,其中 a 和 b 是调整参数, G 是扩散控制函数。

扩散控制函数 G 的定义,使得扩散发生在纹理、边缘以外的区域时满足 $G(x) = g(\gamma|\nabla u|)|_{x \notin U_1 \cup U_2}$ 。设变量 ϵ 和 ω 是相互垂直的两个变量,分别表示图像的梯度和边缘方向:

$$\epsilon = \frac{(u_x, u_y)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}, \omega = \frac{(-u_y, u_x)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}$$

根据上述定义可将目标函数的扩散项按梯度和边缘方向展开,即:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} &= \text{div}(g(|\nabla u|)\nabla u) \\ &= \frac{\partial(g(|\nabla u|)u_x)}{\partial x} + \frac{\partial(g(|\nabla u|)u_y)}{\partial y} \\ &= u_{xx}g(|\nabla u|) + u_x \frac{\partial g(|\nabla u|)}{\partial x} + u_{yy}g(|\nabla u|) + \\ &\quad u_y \frac{\partial g(|\nabla u|)}{\partial y} \\ &= g(|\nabla u|)(u_{xx} + u_{yy}) + u_x \cdot g'(|\nabla u|) \cdot \\ &\quad \frac{\partial(\sqrt{u_x^2 + u_y^2})}{\partial x} + u_y \cdot g'(|\nabla u|) \cdot \frac{\partial(\sqrt{u_x^2 + u_y^2})}{\partial y} \\ &= g(|\nabla u|)(u_{xx} + u_{yy}) + g'(|\nabla u|) \cdot \nabla u \cdot u_{\epsilon} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= g(|\nabla u|)(1 + \frac{|\nabla u|g'(|\nabla u|)}{g(|\nabla u|)})u_{\epsilon} + u_{\omega} \\ &= \frac{1}{\sqrt{1+|\nabla u|^2}}(\frac{1}{1+|\nabla u|^2}u_{\epsilon} + u_{\omega}) \end{aligned}$$

式中, u_{ϵ} 和 u_{ω} 分别表示图像 $u(x,y)$ 在方向 ϵ 和 ω 上的二阶导数,即:

$$\begin{aligned} u_{\epsilon} &= (\frac{\partial u_{\epsilon}}{\partial x}, \frac{\partial u_{\epsilon}}{\partial y}) \cdot \frac{(u_x, u_y)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} = \frac{u_{xx}u_x + 2u_{xy}u_xu_y + u_{yy}u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} \\ u_{\omega} &= (\frac{\partial u_{\omega}}{\partial x}, \frac{\partial u_{\omega}}{\partial y}) \cdot \frac{(-u_y, u_x)}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}} = \frac{u_{yx}u_x - 2u_{xy}u_xu_y + u_{yy}u_y^2}{u_x^2 + u_y^2} \end{aligned}$$

式(1)中第一个控制因子的作用是在 $|\nabla u|$ 大时扩散减弱, $|\nabla u|$ 小则增强,在平坦区域,梯度幅值较小,扩散程度较强;此外,对 ϵ 和 ω 方向分别分配不同的控制因子, $|\nabla u|$ 大时梯度方向停止扩散,使扩散沿着边缘方向,有利于保护图像边缘等细节信息。类似地,扩散发生在纹理信息丰富区域时 $|\nabla Su|$ 值最大,而 $|\nabla u|$ 和 $|\nabla Pu|$ 较小,满足 $G(x) = g(\alpha|\nabla Su|)|_{x \in U_1}$,利于扩散项减弱;当扩散在边缘区域进行时 $|\nabla Pu|$ 值最大,控制函数 $G(x)$ 值仍较小。扩散在纹理和边缘区域时: $(1-G) \approx 1$ 主要是反应项起作用,对平滑丢失的纹理、边缘等信息进行重构。

图1给出了传统的梯度扩散、梯度阈值扩散^[10]和本文扩散方法在两幅复杂纹理图像Lena和Barbara中的结果。对比3种扩散结果可知,本文的扩散函数对纹理和边缘信息的保持较以往的扩散方法效果更好。



图1 不同扩散函数的扩散结果

2.2 数值离散

为了计算目标函数的数值解,将图像通过矩阵进行数值离散化表示。设 $u_{ij}(x,y)$ 表示点 $(x,y) = (x_i, y_j)$ 处的强度值,其中 $x_i = i * \Delta x, y_j = j * \Delta y$,为了便于计算,我们使 $\Delta x = \Delta y = 1$ 。 u_{ij}^n 表示 $u_{ij}(x,y)$ 经过 n 次迭代后的结果,则该时刻的偏导数可计算为:

$$\frac{\partial u}{\partial t} \approx \frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{\Delta t}, t_n = n * \Delta t$$

本文在数值计算上采用稳定性高、效率高和计算量较小的“半隐式方案”来求解目标函数(2),即:

$$\frac{u_{ij}^{n+1} - u_{ij}^n}{\Delta t} \approx \nabla \cdot (G(\nabla u_{ij}^n)) + a(1-G)(Su_{ij}^0 - u_{ij}^{n+1}) + b(1-G)(Pu_{ij}^0 - u_{ij}^{n+1})$$

将上式进一步求解,则经过 n 次迭代后的图像数值解的近似值可表示为:

$$u_{ij}^{n+1} \approx \frac{1}{1+\lambda_1(1-G)+\lambda_2(1-G)} (u_{ij}^n + \lambda_1(1-G)Su_{ij}^0 + \lambda_2(1-G)Pu_{ij}^0 + \Delta t G \nabla \cdot (\nabla u_{ij}^n)) \quad (3)$$

式中, $\lambda_1 = \Delta t * a, \lambda_2 = \Delta t * b$. Δt 表示步长。

初始条件为 $u_{ij}^0 = I(x_i, y_j)$ 。表 1 对算法的执行步骤进行了简要的描述,其中 N 表示迭代次数。

表 1 算法描述

算法描述
1. 输入噪声图像 I , 初始化参数 $a, b, \alpha, \beta, \gamma, \Delta t, \theta$ 和迭代次数 N ;
2. 对图像 $u^0 = I$ 做波原子变换和曲波变换, 根据自动估计梯度阈值函数计算 μ_1, μ_2 , 根据式(1)计算 G ;
3. 循环计算 $n=0; N-1$ 根据式(3)更新 u^{n+1} ; 对 u^{n+1} 重新做波原子变换和曲波变换, 更新 μ_1, μ_2 , 然后根据式(1)更新 G ;
结束循环
4. 输出结果图像 $I_d = u^N$ 。

2.3 收敛性分析

信号领域中的信息可以看作是无数的边 E 和节点 Ω 组成的集合,且满足 $\Omega \subset R^N$, 那么一幅图像 u 则可以看作是节点空间 Ω 上的一个函数: $u: \Omega \rightarrow R$, 在节点空间 Ω 上为其分配一个线性序列 $\kappa_1 < \kappa_2 < \dots < \kappa_M$, 其中节点 κ 处的值记为 $u_\kappa, \kappa = 1, 2, \dots, M$, 则 u 被表示为: $u = (u_1, u_2, \dots, u_M)^T \in R^M$, 其中任意两节点之间的边用 e_{κ_i, κ_j} 表示, 其长度为 $\|e_{\kappa_i, \kappa_j}\| := \|\kappa_i - \kappa_j\|_2$, 此时两节点称为 $\kappa_i \sim \kappa_j$; e 沿着 κ_i, κ_j 的偏导数表示为 $D_{e_{\kappa_i, \kappa_j}} u = (\partial u / \partial e)|_{\kappa_i} := \frac{u_{\kappa_j} - u_{\kappa_i}}{\|e_{\kappa_i, \kappa_j}\|}$, 显然有 $(\partial u / \partial e)|_{\kappa_i} = -(\partial u / \partial e)|_{\kappa_j}$ 成立^[11]。

在上述条件下,假定该模型的弱解存在惟一,并满足这些正则性假设,采用半隐迭代方式的数值解收敛到原方程的弱解。根据式(1)对 G 的定义可知 $0 < G \leq 1$, 导入式(3)中可得:

$$\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} (u^n + \Delta t G \nabla \cdot (\nabla u_{ij}^n)) \leq u^{n+1} \leq (u^n + \lambda_1 Su^0 + \lambda_2 Pu^0 + \Delta t G \nabla \cdot (\nabla u_{ij}^n)) \quad (4)$$

为了简化式(4),引入矩阵 $M^n = I + \Delta t * T^n$, 其中 I 为单位矩阵, T_{κ_1, κ_2}^n 定义如下:

$$T_{\kappa_1, \kappa_2}^n = \begin{cases} -\sum_{\gamma \sim \kappa_1} \frac{g(|D_{\kappa_1, \gamma} \tilde{u}^n|)}{\|e_{\kappa_1, \gamma}\|^2}, & \text{if } \kappa_1 = \kappa_2 \\ \frac{g(|D_{\kappa_1, \kappa_2} \tilde{u}^n|)}{\|e_{\kappa_1, \kappa_2}\|^2}, & \text{if } \kappa_1 \sim \kappa_2 \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

式中, $T_{\kappa_1, \kappa_2}^n = T(\tilde{u}^n)$, $\tilde{u}^n = (\tilde{u}_1^n, \tilde{u}_2^n, \dots, \tilde{u}_M^n)^T = \begin{Bmatrix} Pu^n \\ Su^n \end{Bmatrix}$, 将 M^n 代入式(4)中,即:

$$\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} (M^n u^n) \leq u^{n+1} \leq (M^n u^n + \lambda_1 Su^0 + \lambda_2 Pu^0) \quad (5)$$

参照文献[11]中对矩阵 $T_{\alpha, \beta}$ 的定义可知范数

$$\|M^n\|_2 = \|M^n\|_\infty = 1$$

并且存在一个矩阵 $\tilde{M}^n$ 满足 $\tilde{M}^n = \lim_{n \rightarrow \infty} M^n$ 。由于 $M^n \geq 0$ 并且

满足 $\|M^n\|_\infty = 1$, 于是 M^n 与 u^n 线性组合可以看作是一个简单线性平滑过程 $u_{mid}^{n+1} = M^n u^n$, 其范数为:

$$\|u_{mid}^{n+1}\|_2 = \|M^n u^n\|_2 \leq \|u^n\|_2 \leq \|u^0\|_2$$

由此可推导出:

$$\min\{\|u^0\|, \|Su^0\|, \|Pu^0\|\} \leq \|u^{n+1}\|_2 \leq \max\{\|u^0\|, \|Su^0\|, \|Pu^0\|\} \quad (6)$$

同理可得:

$$\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} \|u^0\| \leq \|u^{n+1}\|_2 \quad (7)$$

联合式(6)和式(7)得出:

$$\min\{\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} \|u^0\|, \|Su^0\|, \|Pu^0\|\} \leq \|u^{n+1}\|_2 \leq \max\{\|u^0\|, \|Su^0\|, \|Pu^0\|\} \quad (8)$$

为了讨论模型的收敛性,先讨论简单线性平滑过程 $D^n u^n$ 的收敛性。

$$\begin{aligned} \|u_{mid}^{n+1} - u_{mid}^n\|_2 &= \|M^n u^n - M^{n-1} u^{n-1}\|_2 \\ &\leq \|M^n(u^n - u^{n-1})\|_2 + \|(M^n - M^{n-1})u^{n-1}\|_2 \\ &\leq \|u^n - u^{n-1}\|_2 + R \|u^n - u^{n-1}\|_2 \|u^{n-1}\|_2 \\ &\leq \xi + R\xi X \end{aligned}$$

这里 $X := \max\{\|u^0\|\}, \|u^n - u^{n-1}\|_2 < \xi$ 对于所有 $n \geq E_c$, 其中 $E_c \in N$; 此外分解 Lipschitz 连续条件可知 $\|F(x) - F(y)\|_2 \leq R \|x - y\|_2$, 对于所有的 x, y 都成立, R 为常数。因此我们可知序列 $M^n u^n$ 收敛。设 $A^n = \lim_{n \rightarrow \infty} u_{mid}^{n+1}$, 于是可以发现:

$$\begin{aligned} A^n &= \lim_{n \rightarrow \infty} (M^n u^n) = \tilde{M}^n \lim_{n \rightarrow \infty} u^n = \tilde{M}^n \lim_{n \rightarrow \infty} M^{n-1} u^{n-1} \\ &\dots \\ &= u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i \end{aligned}$$

上式对所有的 $n \in N$ 成立。由于实际的 n 值是有限的, 因此, 对式(5)两边取极限值可以得到迭代之后多项式的极限值:

$$\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} (u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i) \leq \lim_{n \rightarrow \infty} u^{n+1} \leq u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i + \lambda_1 Su^0 + \lambda_2 Pu^0$$

$$(1) \text{ 当 } \lambda_1 = \lambda_2 = 0 \text{ 时, } \lim_{n \rightarrow \infty} u^{n+1} = u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i$$

$$(2) \text{ 当 } \lambda_1 \neq 0 \text{ 或 } \lambda_2 \neq 0,$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u^{n+1} \in (\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i, u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i + \lambda_1 Su^0 + \lambda_2 Pu^0)$$

证明完毕,此时有结论 1 成立。

结论 1 在上述条件中,假设 $\{u^{n+1}, n=1, 2, 3, \dots\}$ 是式(3)的解,则 u^{n+1} 收敛于原方程的唯一弱解为

$$[\frac{1}{1+\lambda_1+\lambda_2} u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i, u^0 \prod_{i \in [0, n]} \tilde{M}^i + \lambda_1 Su^0 + \lambda_2 Pu^0]$$

3 实验结果及分析

3.1 去噪性能分析

为验证本文算法的正确性和有效性,实验选取两类复杂纹理图像(Lena 图、Barbara 图)做了实验仿真,并与总变分法^[2]、传统反应扩散模型^[10]及曲波正则化反应扩散模型^[11]进行对比。对于大小为 $M \times N$ 的原始图像 u 和去噪之后的图像 w , 选择标准的信噪比(SNR)来评价实验结果,其中 SNR(db)定义为:

$$SNR = 10 \lg \left(\frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (w(i, j))^2}{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N (w(i, j) - u(i, j))^2} \right)$$

为了更客观地评价本文算法的有效性,还引入残差图及其直方图来刻画去噪图与原图的逼近程度。

首先选择含丰富纹理信息、边缘清晰的 Lena 图像(见图 2(a)),对其添加 $\sigma=30$ 的随机噪声。其面部轮廓、帽子上的纹理信息、发丝等被噪声污染从而导致视觉模糊不清,严重影响人类的视觉感知(见图 2(b))。图 2(c)~(e)分别是总变分法、传统反应扩散模型及曲波正则化反应扩散模型的去噪结果;图 2(c)中的方法对噪声的去除性能较差,图中仍有大量的噪声未被有效去除;而图 2(d)~(e)中虽然噪声去除效果明显改善,但伴随着波原子变换导致的伪吉普斯现象使结果出现不同程度上的信息模糊。图 2(f)为本文方法结合循环平移技术(Cycle Spanning)^[15]在最佳参数 $N=11, a=4, b=0.8, \alpha=0.009, \beta=0.005, \gamma=0.001, \Delta t=0.2$ 条件下的去噪结果。对比去噪结果,本文方法对噪声清除得更彻底,且通过结合循环平移技术有效地避免了伪吉普斯现象,使结果更加清晰、自然,视觉效果明显改善。表 2 记录了上述不同方法对这两种不同纹理图像去噪的信噪比(SNR)值,其中第二列为 Lena 图像叠加 $\sigma=30$ 的结果,第三列为 Barbara 图像叠加 $\sigma=30$ 的结果,迭代次数 N 均为 11。结合表 2 中 SNR 值可以更加客观地说明本文方法的去噪性能明显优于其他方法。

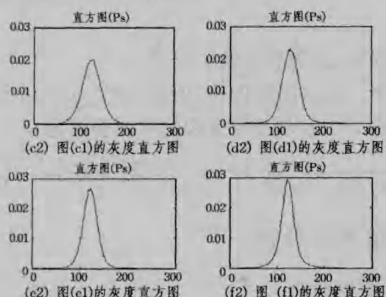


图 2 不同方法对 Lena 图的去噪结果图及其残差图

表 2 实验中图像去噪的 SNR 值

T 方法	Lena	Barbara
噪声图	4.0537	3.9263
总变分法	9.0103	8.4467
传统反应扩散	14.6658	9.4868
曲波正则化反应扩散	15.3071	11.4185
本文方法	16.5069	12.8999

图 2(c1)~(f1)分别为上述 4 类方法的残差图,图 2(c2)

~(f2)为其对应的残差图的直方图,残差直方图中用均值(mean)和标准差(standard deviation)作为量化指标;若灰度直方图的中心越靠近 0 灰度,则此时均值越小,说明两图像灰度平均的逼近程度越好;若其直方图呈现窄且尖,说明标准差越小,即两图像灰度分布的逼近程度越好;相反,平均逼近程度越差。本文方法和总变分方法在去噪过程中滤掉的图像细节信息较少,但总变分方法对噪声清除得不够彻底;相比传统反应扩散模型及曲波正则化反应扩散模型,本文方法在有效去除噪声的同时,对图像的细节信息滤除更少,更逼真。

3.2 不同噪声程度的去噪性能分析

为了进一步讨论本文算法的去噪性能,在实验中选择大小为 256×256 的 Barbara 膝盖截图(见图 3(a)),并分别为原始图添加 $\sigma=5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40$ 不同程度的随机噪声。采用上述 4 类方法分别对不同噪声污染程度的图像进行去噪。图 3 给出了 $\sigma=40$ 的情况(见图 3(b))下不同方法对 Barbara 膝盖截图的去噪结果。从图 3(c)~(f)可看出,本文算法对噪声污染严重的 Barbara 膝盖截图能够更彻底地清除图像中的噪声,而且能够较好地保持图像的细节信息,使去噪结果更好地与原图吻合。

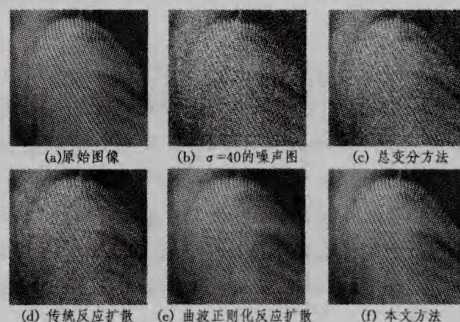


图 3 不同方法对 Barbara 腿部截图的去噪结果图

根据实验中的结果,我们绘制了不同方法对不同噪声程度的 SNR 值曲线变化图(见图 4)。

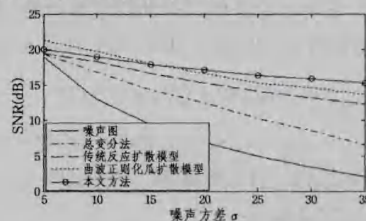


图 4 不同方法处理不同程度噪声的曲线变化图

图像受噪声污染越严重,恢复的难度就越大。所有方法的 SNR 值都随着噪声方差的增加而减小,但本文方法的 SNR 值减小得较缓慢。当 $\sigma < 15$ 时,曲波正则化反应扩散模型的效果优于本文方法;当 $\sigma > 15$ 时,本文方法更优,且随着噪声的增加,本文方法效果越明显,充分体现了其在处理较大噪声时的有效性和可行性。

3.3 时间复杂度对比分析

经过上述分析可知,本文方法在噪声去除和保持图像纹理等细节信息的能力较以往的反应扩散模型有明显的改进。本小节分析对比曲波正则化反应扩散模型和本文方法的时间复杂度。图像采用 Barbara 图像膝盖部位截图,噪声方差 $\sigma=40$ 。图 5(a)为曲波正则化反应扩散模型在参数 $\lambda=0.2$ 和 0.4 ,

$\Delta t=0.2$ 的情况下 SNR 值随迭代次数 N (横坐标)变化的曲线图,迭代次数 $N>10$ 之后 SNR 值趋于稳定;图 5(b)则为本文模型分别在 $(a,b) \in [(0.4,0.8), (4,0.8), (4,4)]$ 3 种情况下 SNR 值随迭代次数 N (横坐标)变化的曲线图($a=4, b=0.8$ 为最佳参数),从图中可以看出 $N>6$ 就可以使 SNR 值趋于稳定的一个值,迭代次数更少,可以一定程度上减少算法执行时间。

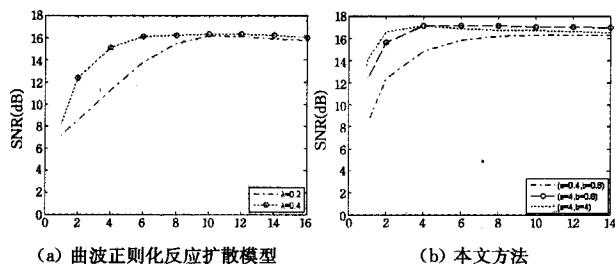


图 5 不同算法在不同调和参数下的时间复杂度的度量

目标函数中 a 和 b 分别为两个反应项的调整参数,用于调整扩散项和两个正则项之间的平衡。从图 5(b)可以看出,当 b 值不变时,增加 a 值会一定程度上减少迭代次数,使其尽快地进入平稳状态,但随着 a, b 值的过度增加反而导致噪声去除不彻底使 SNR 值下降,因此调整参数应取偏小的值。

结束语 复杂纹理图像去噪中纹理和边缘信息的保持是一个难点。为了更好地平衡去噪与纹理、边缘等信息的保持,本文分析纹理、边缘与噪声的自身特点,将多尺度几何分析方法和各向异性扩散模型相结合,构建了一种采用双正则项各向异性扩散的反应扩散方程,并完成了目标函数的离散化及其数值解的收敛性证明。目标函数定义为以波原子、曲波变换后邻域内梯度值为参数的扩散控制函数,使扩散在图像信息丰富的纹理和边缘区域减弱,并通过反应项对扩散进行调节,以得到更好的平滑效果。实验结果证明,本文方法较以往的反应扩散模型不仅可以提高图像的信噪比,而且可以更好地保留图像边缘和纹理等细节信息。

参考文献

- [1] Chan T F, Osher S, Shen J. The digital TV filter and nonlinear denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2001, 10(2): 231-241
- [2] Vese L, Osher S. Modeling textures with total variation minimization and oscillating patterns in image processing [J]. J. Sci. Comput, 2003, 19(1-3): 553-572
- [3] Weickert J. Anisotropic diffusion in image processing [M]. Stuttgart; B. G. Teubner-Verlag, 1998
- [4] 王志明, 张丽. 自适应的快速非局部图像去噪算法 [J]. 中国图象图形学报, 2009, 14(4): 1-7
- [5] Buades A, Morel J M. A non-local algorithm for image denoising [C]//Proceeding of IEEE Computer Society Conference on Pattern Recognition. San Diego, CA, USA, 2005: 60-65
- [6] 刘芳, 刘文学, 焦李成. 基于复小波邻域隐马尔科夫模型的图像去噪 [J]. 电子学报, 2005, 33(7): 1284-1287
- [7] Donoho D L. Adaptive wavelet threshold for image denoising [J]. Electronics Letters, 2005, 41(10): 586-587
- [8] 刘镇强, 李涛, 杜慧敏, 等. 基于 context 模型的 contourlet 域图像去噪 [J]. 计算机科学, 2012, 39(3): 243-245
- [9] Plonka G. A digital diffusion-reaction type filter for nonlinear denoising [J]. Results Math, 2009, 53(3/4): 371-381
- [10] de O Casaca W C, Boaventura M. A Regularized Nonlinear Diffusion Approach for Texture Image Denoising [C]//XXII Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing, 2009: 1-5
- [11] Plonka G, Ma J. Nonlinear regularized reaction-diffusion filters for denoising of images with textures [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(2): 1283-1294
- [12] Ma Jian-wei, Plonka G. Combined Curvelet Shrinkage and Nonlinear Anisotropic Diffusion [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2007, 16(9): 2198-2206
- [13] 隆刚, 肖磊, 陈学俊. Curvelet 变换在图像处理中的应用综述 [J]. 计算机研究与发展, 2005, 42(8): 1331-1337
- [14] Demanet L, Ying L. Wave atoms and sparsity of oscillatory patterns [J]. Appl. Comput. Harmon. Anal, 2007, 23(3): 368-387
- [15] 宋宜美, 宋国乡. 结合波原子和 Cycle Spinning 的图像去噪 [J]. 西安电子科技大学学报: 自然科学版, 2010, 37(2): 1-2
- [16] preference prediction [J]. Mach Learn, 2009, 74(1): 75-109
- [17] Bei D M, Laferty J D. Correlated topic models [M]. Advances in Neural Information Processing Systems 18, Cambridge, MA: MIT Press, 2006
- [18] Mimno D, Wallach H M, McCallum A. Gibbs Sampling for Logistic Normal Topic Models with Graph-Based Priors [C]//NIPS Workshop on Analyzing Graphs, Whistler, BC, 2008
- [19] Griffiths T L, Steyvers M. Finding scientific topics [J]. PNAS, 2004, 101(1): 5228-5235
- [20] Zhang Fu-guo. Research on Recommendation List Diversity of Recommender Systems [C]//International Conference on Management of e-Commerce and e-Government. Nanchang, China, 2008: 72-76
- [21] Lee J-S, Olafsson S. Two-way cooperative prediction for collaborative filtering recommendations [J]. Expert Systems with Applications, 2009, 36(3): 553-561
- [22] Wang Ke-bin, Tan Ying. A New Collaborative Filtering Recommendation Approach Based on Naive Bayesian Method [C]//Lecture Notes in Computer Science, 2011, 6729: 218-227
- [23] Hofman T. Collaborative filtering via Gaussian probabilistic latent semantic analysis [C]//Proceedings of international conference on SIGIR'03. Toronto, Canada, July 2003
- [24] Marlin B. Modeling user rating profiles for collaborative filtering [C]//Advances in Neural Information Processing Systems, 2004, 16: 627-634
- [25] Savia E, Puolamäki K, Kaski S. Latent grouping models for user

(上接第 278 页)