

# 水体注入器皿的动力学粒子建模研究

宋传鸣<sup>1</sup> 李婷婷<sup>1,3</sup> 王相海<sup>1,2</sup> 成琛<sup>1</sup>

(辽宁师范大学计算机与信息技术学院 大连 116029)<sup>1</sup>

(智能计算与信息处理教育部重点实验室 湘潭 411105)<sup>2</sup> (大连东软信息学院数字艺术系 大连 116023)<sup>3</sup>

**摘要** 基于物理过程的建模方式能够真实地模拟流体的运动状态,表现出很好的模拟效果,但对不同的流体形态以及同一种流体的不同细节状况,所涉及到的细节属性参数也不同,通常存在着较大的建模差异。首先对流体动力学的流体模拟原理进行了分析,在此基础上对水体倒入4种不同形状容器的流体动力学平滑粒子模型进行了研究,提出一种基于分块的邻居粒子搜索方法,以提高在空间均匀网格上对邻居粒子的搜索速度,给出了流体与器皿碰撞的判断与响应方法。最后通过水体注入不同器皿的仿真试验验证了所建立模型的有效性。

**关键词** 水体模拟,平滑流体粒子动力学,N-S方程,水体碰撞,器皿

**中图分类号** TP391.41 **文献标识码** A

## Research on Dynamics Particles Modeling of Water into Vessel

SONG Chuan-ming<sup>1</sup> LI Ting-ting<sup>1,3</sup> WANG Xiang-hai<sup>1,2</sup> CHENG Chen<sup>1</sup>

(College of Computer and Information Technology, Liaoning Normal University, Dalian 116029, China)<sup>1</sup>

(Key Laboratory of Intelligent Computing & Information Processing of Ministry of Education, Xiangtan 411105, China)<sup>2</sup>

(Department of Digital Arts, Dalian Neusoft Institute of Information, Dalian 116023, China)<sup>3</sup>

**Abstract** Modeling approach based on physical processes can simulate the real state of fluid movement, obtain good simulation results. However, different forms of fluid and same fluid of different details, involved in the different details of the property parameters usually have large differences in modeling. This article first analyzed the principle of dynamics fluid simulation, and then based on smoothed particle hydrodynamics model, studied four different shapes water poured into containers, proposed a neighborhood particle search method based on the blocks to improve the neighborhood particle search speed on uniform grid space, gave fluids and containers collision response determine methods. Finally, the simulation tests of water into the different containers verify the effectiveness of the established model.

**Keywords** Simulation of water, Smooth fluid particle dynamics, N-S equation, Water collision, Vessel

## 1 引言

近年来,随着影视游戏技术的不断发展,流体模拟被广泛应用于影视特效、电脑游戏等领域,这又进一步对流体真实感模拟提出了更高的要求。目前,流体模拟的建模主要包括6种形式<sup>[1,2]</sup>:基于过程纹理函数的建模、基于统计模型的建模、基于细胞自动机的建模、基于分形几何的建模、基于粒子系统的建模和基于物理过程的建模方法等。其中,随着计算机硬件性能的不断提高,借助流体及场景客体较为精确的物理描述来再现逼真视觉效果的物理建模方案逐渐成为可能,并受到学术界和产业界的关注。

基于物理过程的流体建模是指根据流体的动力学等物理特性对其运动过程进行模拟,从而较为精确地模拟流体的形

状及其运动特性<sup>[3]</sup>。基于物理的流体仿真总体上分为两类,即欧拉仿真方法和拉格朗日仿真方法<sup>[4]</sup>。前者是一种基于网格的方法,即通过研究流体所占据的空间中每一个网格点处流体物理属性参数随时间的变化,以及由一个网格点转移到另一个网格点时流体物理属性参数的变化来模拟流体的运动状态;后者是一种基于粒子的方法,主要研究流体单个质点随时间的改变其运动物理参数的变化,以及由一个质点转移到另一个质点时物理属性参数的变化。无论哪一类方法,流体在运动过程中主要受控于流体运动方程(N-S方程);所不同的是,欧拉法采用有限差分在均匀网格上求解N-S方程,如早期的基于物理的流体模拟<sup>[5]</sup>。然而,欧拉法对复杂流体的细节模拟很难取得好的效果,如漩涡或涡流的飞溅、融合、卷曲等;拉格朗日法则是通过综合各个流体质点的运动来获得

到稿日期:2012-06-12 返修日期:2012-09-24 本文受国家自然科学基金项目(41271422),计算机软件新技术国家重点实验室(南京大学)开放课题(KFKT2011B09,KFKT2011B11),江苏省图像处理与图像通信重点实验室(南京邮电大学)开放课题(LBEK2010003,LBEK2011001),辽宁省高等学校科学技术计划项目(L2011192)资助。

宋传鸣(1980-),男,博士,讲师,硕士生导师,主要研究方向为视频和图像编码、多媒体水印技术,E-mail:chmsong@lnnu.edu.cn;李婷婷(1985-),女,硕士,讲师,主要研究方向为计算机图形学;王相海(1965-),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为多媒体信息处理;成琛(1990-),女,硕士生,主要研究方向为计算机图形学。

一定空间内所有流体质点的运动规律,因而对流体细节和复杂流体表面的模拟更加灵活,如徐迎庆等通过直接求解 N-S 方程和连续性方程组得到流水形态<sup>[6]</sup>,柳有权等根据 N-S 方程实现了在复杂环境中烟雾运动的状态<sup>[7]</sup>,JosStam 提出一种基于 N-S 方程稳定解的稳定流体模型<sup>[8]</sup>来模拟流体的形态等。尽管基于物理过程的建模方式能够真实地模拟流体的运动形状及特征,但不同的流体形态以及同一种流体的不同细节状况所涉及到的属性参数却往往不同,存在着较大的建模差异,且目前模型的种类还不是很多。因此,基于物理过程的流体模拟效果还有待提高,其实用化特性还需进一步研究和挖掘。

本文首先对流体动力学的流体模拟原理进行分析讨论;在此基础上,研究了水体倒入 4 种不同形状容器的流体动力学粒子模型,特别对流体与容器碰撞的模拟参数进行了分析和建模;通过一种基于分块的邻居粒子搜索方法在空间均匀网格上快速搜索邻居粒子,提高了计算速度。仿真试验验证了所建立模型的有效性。

## 2 N-S 方程与 SPH 格式

传统的基于物理过程的流体建模方案主要是采用流体力学模型研究流体的运动过程,其中 Navier-Stokes (N-S) 方程是基于牛顿第二方程对流体力学模型进行描述,方程的形式如式(1):

$$\begin{cases} \nabla u = 0 \\ \rho \frac{Dv}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 v + \rho f \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\rho$ 、 $v$ 、 $P$  和  $\mu$  分别代表流体的密度、速度、压力和粘性系数, $f$  代表作用在粒子每个单位质量上的外力, $\nabla$  和  $\nabla^2$  表示梯度算子和拉普拉斯算子;进一步,公式中  $-\nabla P$  表示压力项,主要用于描述流体粒子运动时由于相互挤压而产生的力, $\mu \nabla^2 v$  表示扩散项或粘性项。由于流体扩散时受到阻碍力,公式中  $\rho f$  表示外力作用项,主要用于描述流体在运动时受到的外力作用,如风力、重力和浮力等。

光滑粒子流体动力学 (Smoothed Particle Hydrodynamics, SPH) 方法是一种拉格朗日方法<sup>[9]</sup>,最早用以描述天体中星际气流的模拟。该方法将流体划分成一个个离散的粒子,流体的流动通过粒子的形态变化来描述,流体中质点的物理量通过周围粒子物理量插值获得,其插值公式为:

$$A(r_i) = \sum_j m_j A_j / r_j W(r_i - r_j, h) \quad (2)$$

式中, $m_j$  和  $\rho_j$  分别表示粒子  $j$  的质量和所在位置的密度, $r_i$  和  $r_j$  分别表示粒子  $i$  和粒子  $j$  的位置, $A_j$  表示粒子  $j$  的速度、压力等场物理量, $A(r_i)$  则代表位置  $r_i$  的质点通过插值所获得的对应  $A_j$  的场物理量,即通过位置  $r_i$  对在平滑核  $W(r_i - r_j, h)$  范围内的场物理量进行加权求和获得  $A(r_i)$ ,这里的  $h$  为其平滑半径, $W(\cdot)$  是具有一定作用半径的平滑核函数,具有以下特性:

$$\int W(r) dr = 1 \quad (3)$$

流体运动过程受控于 N-S 方程,式(1)中的两个方程分别是质量守恒方程和动量守恒方程。在定义流体粒子时粒子的质量相同,而且在运动过程中质量不变,这样可以保证方程的质量守恒。将式(1)中动量方程的各项用 SPH 方法进行离散化,通过瞬时计算获得流体质点的密度、压力和扩散项等物理量,进而描述流体的运动状况,具体公式如下:

$$\begin{cases} \rho_i = \sum_j m_j W(r_i - r_j, h) \\ -\nabla P_i = -\sum_j m_j (P_i - P_j) \frac{\nabla W_{spiky}(r_i - r_j, h)}{2\rho_i} \\ \mu \nabla^2 U_i = \mu \sum_j m_j (v_i - v_j) \frac{\nabla^2 W_{viscosity}(r_i - r_j, h)}{\rho_i} \end{cases} \quad (4)$$

这里的  $\rho$ 、 $m$ 、 $P$ 、 $\mu$  和  $h$  等参量的含义与式(1)、式(2)相同, $W_{poly}(\cdot)$ 、 $\nabla W_{spiky}(\cdot)$  和  $\nabla^2 W_{viscosity}(\cdot)$  分别为计算流体质点的密度、压力和扩散项的核函数。在拉格朗日方法中,诸如压强、粘滞力等力的计算都是在其粒子的质量以及质量密度已知的情况下进行的,其中粒子的质量是一个预先定义的数据,粒子的质量密度是与整个流体相关联的属性值,需要在每个时间步长中确定。采用式(4)中的第一个方程求解流体的密度;第二个方程求解流体运动时所受的压力,粒子在压力梯度作用下运动,压力的计算与密度有关;第三个方程表示流体运动的粘性力。这些力共同作用,描述流体的运动。

## 3 水体倒入容器的动力学粒子建模

在基于 SPH 的流体粒子模型建立过程中,整个流体由粒子产生,而每个粒子拥有自己的质量。在没有粒子合并或者分裂的情况下,其可以保证质量守恒,更容易表达整个流体的运动以及诸如气泡、飞溅的水花和泡沫等细节。本文分别对水体倒入半圆拱底玻璃杯、碗型器皿、正方体形器皿和梯形器皿 4 种情况的动力学粒子建模方法进行了研究,其属于小尺度流体模拟,适宜于采用基于 N-S 方程的 SPH 方法。

### 3.1 基于分块的邻居粒子搜索

在采用 SPH 方法模拟流体运动时需要计算流体粒子的各种瞬时物理量。对于每一个粒子并不是周围所有粒子都有同样的作用,一般距离质点越近的粒子对该质点物理量的计算影响越大,为此对最邻近粒子搜索 (Nearest Neighboring Particle Search, NNPS) 法<sup>[10]</sup>进行了扩展,提出了基于体素的最邻近粒子的确定方法。NNPS 的基本思想是确定一个平滑半径  $h$ ,对每一个粒子,确定距离其  $h$  范围内(球体)的粒子(见图 1),然后通过核函数对这些粒子的物理量进行插值获得当前粒子的瞬时物理量。考虑到 NNPS 方法中计算粒子间的距离需要较大的计算量,本文采取了如下的基于空间分块的邻近粒子确定方法,即将空间分割成统一的、长宽高分别为  $2h$  的体素(其中体素的长宽高所在的棱分别与  $x$ 、 $y$ 、 $z$  轴平行),包含在一个体素中的粒子被认为是相邻粒子。

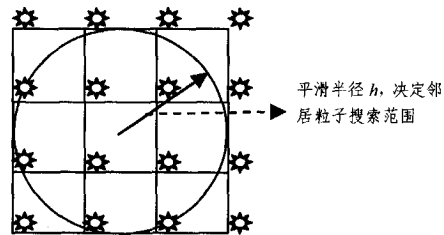


图 1 邻居粒子搜索示意图

### 3.2 粒子瞬时物理属性值确定

考虑水体粒子倒入一个半圆拱底的玻璃杯(见图 2)、碗型器皿(见图 3)、正方体形器皿(见图 4)和梯形器皿(见图 5)的情况,水体注入容器后会在容器内部发生碰撞运动。假设水体粒子初始时都位于各器皿上方( $z$  轴正向)的区域,粒子的质量  $m=0.02$ ,重力加速度  $g=9.8$  及方向竖直向下,初速度为  $(0,0,0)$ ,器皿壁及底的法线方向见图 2—图 5,玻璃杯内

壁法向量垂直杯壁指向杯里,杯底是拱形半圆,法向量垂直半圆指向外侧,这样根据流体运动规律可以模拟水体注入玻璃杯内的运动情况。水体注入碗型器皿、正方形器皿、梯形器皿等情况与之类似。

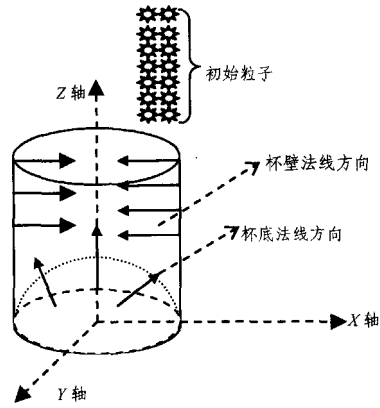


图2 流体粒子倒入水杯的建模示意图

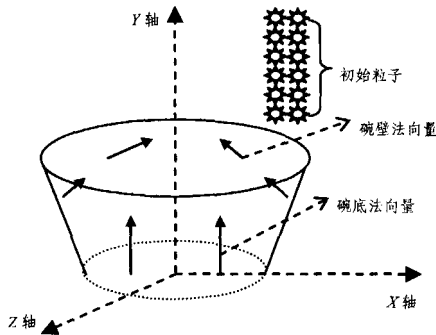


图3 流体粒子倒入碗状器皿的建模示意图

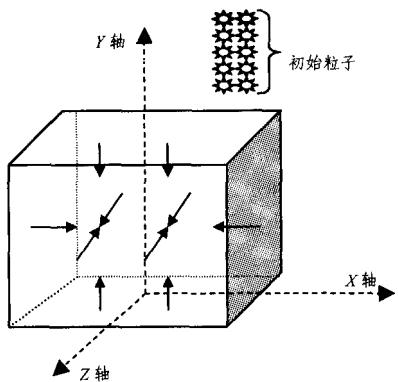


图4 流体粒子倒入立方体状器皿的建模示意图

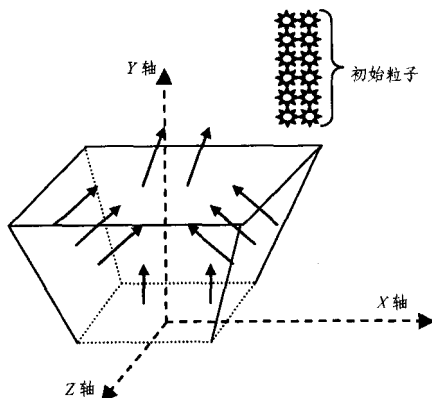


图5 流体粒子倒入人体形状器皿的建模示意图

水体在流动过程中粒子瞬时的物理属性值计算如下,其中核函数的选取参见文献[11]。

### (1) 密度计算

在流动模拟过程中,需要瞬时计算流体粒子在各个时段的物理属性值,首先按照 3.1 节方案搜索基于分块的最邻近粒子,然后利用式(5)进行 SPH 插值,计算粒子的密度,其中  $W_{poly}(r, h)$  为核函数。

$$\begin{cases} \rho_i = \sum_j m_j W_{poly}(r_i - r_j, h) \\ W_{poly}(r, h) = \begin{cases} \frac{315(h^2 - r^2)^3}{64\pi h^9}, & 0 \leq r \leq h \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad (5)$$

### (2) 压力计算

水体粒子受到的力可分为内力和外力,其中内力又可分为压力和粘滞性力,外力则包括重力和表面张力等。我们采用理想气体方程的简化形式作为压力状态方程求解压强并进而通过式(6)来计算各个压力属性  $F_i^{pressure}$ ,其中  $K$  为气体劲度系数(本文实验时选取其值为 1.5), $\rho_0$  为初始密度值(实验时选取为 1000), $\nabla W_{spiky}(r, h)$  为密度函数。

$$\begin{cases} P_m = K(\rho_m - \rho_0) \\ F_i^{pressure} = -\nabla P_i = -\sum_j m_j (P_i - P_j) / 2\rho_i \nabla W_{spiky}(r_i - r_j, h) \\ \nabla W_{spiky}(r, h) = \begin{cases} -\frac{45(h-r)}{\pi h^5}, & 0 \leq r \leq h \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

### (3) 扩散项计算

根据求解得到的压力和未更新的速度值可通过式(7)确定扩散项  $F_i^{viscosity}$ ,其中  $\nabla^2 W_{viscosity}(r, h)$  为核函数, $\mu$  是粘性系数。

$$\begin{cases} F_i^{viscosity} = \mu \nabla^2 U_i \\ = \mu \sum_j m_j (v_i - v_j, h) / \rho_i \nabla^2 W_{viscosity}(r_i - r_j, h) \\ \nabla^2 W_{viscosity}(r, h) = \begin{cases} \frac{45(h-r)}{\pi h^6}, & 0 \leq r \leq h \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \end{cases} \quad (7)$$

## 3.3 粒子与器皿壁和底部的碰撞处理

在模拟流体注入器皿中的流体效果时,必须要解决的一个重要问题是流体与器皿底部及器皿壁的碰撞问题。本文采用基于如下虚拟粒子法对粒子与器皿壁和底部的碰撞处理进行建模,即假设在器皿的边界内部放置了一组用于对临近边界的粒子给予排斥力的虚拟粒子(称为“固定粒子”,固定粒子的半径一般大于内部的流体粒子),内部粒子与器皿壁的碰撞转换为内部粒子与虚拟粒子的碰撞。具体过程如下:

首先,假设在器皿的内壁上均匀布满了固定粒子(见图 6 一图 9)。

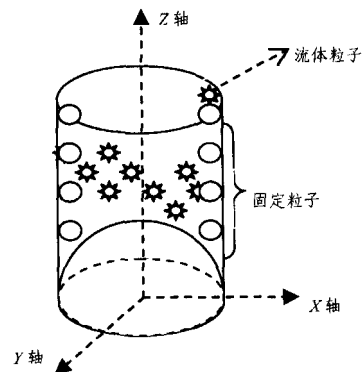


图6 水杯中固定粒子排布图

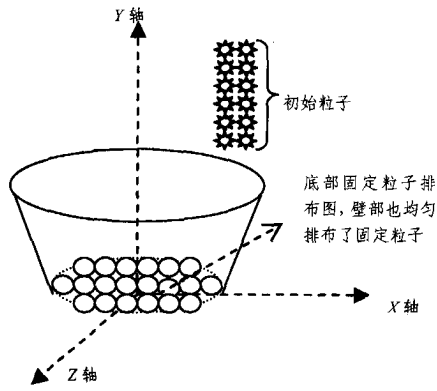


图7 碗型器皿中固定粒子分布示意图

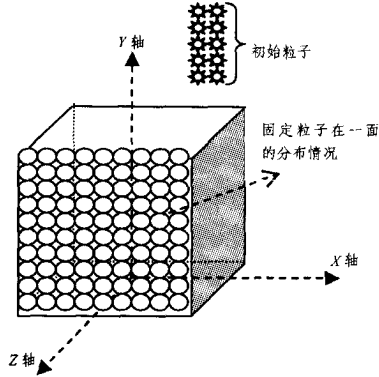


图8 立方体外表面固定粒子分布图

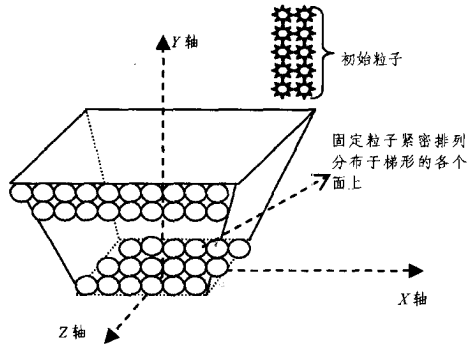


图9 梯形器皿表面固定粒子排布图

其次,进行碰撞检测。通过计算得出流体粒子坐标位置,设定固定粒子的半径,瞬时计算流体粒子坐标在固定壁面的穿透深度  $d$ ,根据  $d$  值确定流体粒子是否与器皿壁碰撞,见图 10。

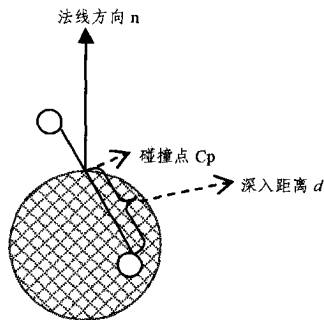


图10 固定粒子布置防止穿越示意图

最后,进行碰撞响应。流体粒子与器皿碰撞后的反弹速度方向以及大小与器皿的刚性、粒子深入的程度有很大关系,

所以本实验对于与器皿壁发生碰撞的流体粒子,根据预先确定的法线  $N$  按式(8)确定反射后粒子的速度:

$$V_i = V_i + (stiff \times d - damp \times (N \cdot V_i)) \times N \quad (8)$$

式中,  $N$  为法线方向,  $stiff$  为刚性系数(该系数的大小将会影响到粒子遇到器皿壁和底部的反弹速度,值越大反射速度就越快,其值的选取通常受器皿材质硬度的影响,材质的硬度越高,其值的选取就越大。本文模拟玻璃器皿,实验中其值选为 30000),  $d$  为粒子深入距离(瞬时计算得到结果),  $damp$  为扭转系数(本文实验中取为 128),  $V_i$  为粒子速度,其方向由入射方向  $I$  变为反射方向  $R$ (见图 11)。

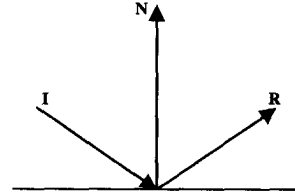


图11 反射方向示意图

在上面粒子与 4 种器皿的碰撞处理中,立方体器皿和梯形器皿的判断与水杯和碗型器皿略有不同,前者需要首先根据流体粒子所在的瞬间位置判断出与 4 个壁面的哪一个相撞,然后再进行相应的处理。

#### 4 算法实现

在仿真实验中,用粒子系统中粒子运动来描述水体质点的运动,并采用了 Maching Cube 方法渲染流体。

##### (1)粒子的属性结构

Struct particle

```
{
float sph->mass; // 粒子质量
float sph->density; // 粒子密度
float sph->pressure; // 粒子压力
vector3 sph->pos; // 粒子位置
vector3 sph->vel; // 粒子速度
vector3 sph->vel_half; // 向前半时间步长速度
vector3 sph->acc; // 粒子加速度
vector3 sph->normal; // 粒子法向量
}
```

##### (2)粒子的初始化

实验中水体的粒子数目设定为 2000 个,其初始位置为屏幕的正上方或偏右位端,初始速度为  $(0, 0, 0)$ ,在运动过程中所受的重力加速度为 9.8。

##### (3)粒子的属性更新

程序运行后,粒子的位置和速度在不断变化,粒子位置的更新可以根据粒子的受力和由以下公式计算得出:

$$\begin{cases} F_i = F_i^{face} + F_i^{pressure} + F_i^{viscosity} + F_i^{extern} \\ a_i = \frac{F_i}{m_i} \\ V_i(\frac{t+1}{2\Delta t}) = V_i(\frac{t-1}{2\Delta t}) + \Delta t a_i(t) \\ R_i(t+\Delta t) = R_i(t) + \Delta t V_i(\frac{t+1}{2\Delta t}) \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $V_i$  为粒子速度,  $\Delta t$  为时间步长,  $a_i$  为粒子加速度,  $t$  为时

间,  $\Delta t$  为时间变化量,  $R_i$  为粒子位移。

#### (4) 算法的实现过程

算法的具体过程如下:

① 根据粒子初始坐标搜索邻居粒子, 插值计算粒子当前密度 density;

② 根据 density 计算粒子产生的压力;

③ 计算粒子的粘性力, 以及表面张力;

④ 计算受力和, 根据受力和更新粒子的速度、加速度等属性;

⑤ 更新粒子的速度和加速度;

⑥ 碰撞性检测;

⑦ 基于 Maching Cube 方法的流体渲染。

算法的具体流程见图 12。



图 12 程序流程图

## 5 实验结果

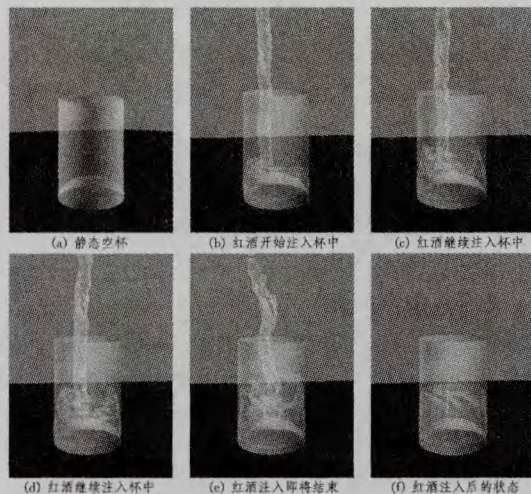


图 13 少量红酒倒入玻璃杯中效果图

图 13、图 14 分别给出了利用本文所提出的基于动力学粒子建模方法将红酒和水体分别注入半球拱底的玻璃杯和碗状器皿的效果图。

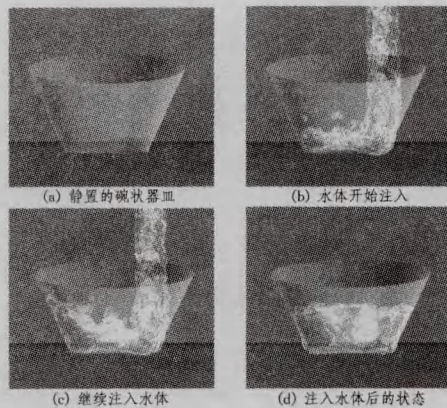


图 14 水体粒子倒入碗状器皿中效果图

在确定当前粒子的最邻近粒子的过程中, 本文建模过程采用了基于体素的最邻近粒子的确定方法。该方法无需像 NNPS 方法那样计算粒子间的欧氏距离, 只需通过粒子坐标值的判断即可确定其是否落到体素中。由于体素为立方体, 且其 6 个面分别与  $xoy$ 、 $yoz$  及  $xoz$  坐标面平行, 这样通过坐标值来判断一个粒子是否落入体素中, 比通过计算粒子间的距离来确定相邻粒子减少了大量的计算量。当然所确定的相邻粒子的数量可能会较 NNPS 方法略微多一些, 但不会影响到粒子物理量的确定效果。

**结束语** 真实感流体模拟在电影电视及游戏动画中有着广泛的应用。本文从流体运动物理特性出发, 对水体注入不同器皿中的基于 N-S 方程的建模方法进行了研究, 采用基于分块的邻居粒子搜索技术进行快速邻居粒子搜索, 通过 SPH 方法描述水体的动态过程, 最后通过 Maching Cube 渲染方法进行水体的真实感生成, 取得了很好的模拟效果。

## 参考文献

- [1] 张芹, 谢隽毅, 吴惠中, 等. 火焰、烟、云等不规则物体的建模方法研究综述[J]. 中国图象图形学报, 2000, 5(3): 86-90
- [2] 王树杰, 徐超, 袁鹏, 王英英. 流体真实性仿真的国内外研究进展[J]. 系统仿真学报, 2010, 22(2): 280-286
- [3] 应龙. 基于物理的流体动画建模技术研究[D]. 长沙: 国防科技大学, 2009
- [4] 柳有权, 刘学慧, 朱红斌, 等. 基于物理的流体模拟动画综述[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2005, 17(12): 2581-2589
- [5] Foster N, Metaxas D. Modeling the motion of a hot, turbulent gas[A]// Proceedings of SIGGRAPH, 1997[C]. NY: ACM, 1997: 181-188
- [6] 徐迎庆, 苏成, 李华, 等. 基于物理模型的流水及波浪模拟[J]. 计算机学报, 1996, 19(增刊): 153-159
- [7] 柳有权, 刘学慧, 吴恩华. 基于 GPU 带有复杂边界的三维实时流体模拟[J]. 软件学报, 2006, 17(3): 569-576
- [8] Stam J. Stable Fluids[A]// Proceedings of SIGGRAPH, 1999[C]. NY: ACM, 1999: 121-128
- [9] Monaghan J J. Smoothed particle hydrodynamics [J]. Reports on Progressing Physics, 2005, 68(8): 1703-1759
- [10] 张晨明, 刘瑛琦, 李同飞, 等. SPH 中的内外单元粒子搜索技术[J]. 水动力学研究与进展, 2008, 23(3): 275-280
- [11] Muller A, David C, Markus G. Particle-based fluid simulation for interactive applications[A]// Proceedings of the ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation, 2003[C]. AirelaVille, Switzerland; Eurographics Association, 2003: 154-159