

多值直觉模糊集定义^{*})张善文¹ 李晓曼² 雷英杰²(宁波工程学院 宁波 315016)¹ (空军工程大学导弹学院 陕西三原 713800)²

摘要 基于直觉模糊集的基本概念,考虑其隶属度与非隶属度两个因素的影响,定义了一种多值直觉模糊集,并给出了五种多值直觉模糊集的隶属度与非隶属度的综合评判准则,即算术平均法、几何平均法、去掉最大最小值算术平均法、隶属度中值法、非隶属度中值法,从而使直觉模糊得到了拓广和应用。

关键词 直觉模糊集,多值直觉模糊集,隶属度,非隶属度

Multi-value Intuitionistic Fuzzy Sets

ZHANG Shan-Wen¹ LI Xiao-Man² LEI Ying-Jie²(Ningbo University of Technology, Ningbo 315016)¹ (Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800)²

Abstract Based on the fundamental notions of intuitionistic fuzzy sets, and on consideration of the effects of both the membership and the nonmembership, the multi-value intuitionistic fuzzy sets is defined, and the five synthetic criterions of membership and the nonmembership are presented, i. e. those of arithmetic mean, geometric mean, arithmetic mean after removing maximin value, middle-value of membership and the nonmembership. Then, the intuitionistic fuzzy sets is further extended and applied.

Keywords Intuitionistic fuzzy sets, Multi-value intuitionistic fuzzy, Membership, Nonmembership.

直觉模糊集(intuitionistic fuzzy sets)最初由 Atanassov 提出^[1~3],是对 Zadeh 模糊集理论的一种扩充和发展随着模糊集理论的发展。随着模糊知识处理技术的发展,许多新概念被引进,在描述和求解不确定、不精确、信息不完全的问题过程中,产生了模糊集理论的多种拓展形式,如:直觉模糊集、L-模糊集与 L-直觉模糊集、区间值模糊集与区间值直觉模糊集、Vague 集等理论。这种情形,既反映出模糊集理论研究与应用中的活跃态势,又反映出客观对象的复杂性对于应用研究的反作用。

本文引入多值直觉模糊集定义,是对直觉模糊集的拓展,对其隶属度与非隶属度的综合评判进行了讨论。

1 直觉模糊集

直觉模糊集是对经典模糊集的扩充,增加了一个新的属性参数:非隶属度函数,能够更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本质,因而引起众多学者的研究和关注。

直觉模糊集^[3]:定义设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个直觉模糊集 A 为

$$A = \{ \langle x, \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle \mid x \in X \} \quad (1)$$

其中, $\mu_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 和 $\gamma_A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 分别代表 A 的隶属函数 $\mu_A(x)$ 和非隶属函数 $\gamma_A(x)$, 且对于 A 上的所有 $x \in X$, $0 \leq \mu_A(x) + \gamma_A(x) \leq 1$ 成立。

当 X 为连续空间时, $A = \{ \langle \mu_A(x), \gamma_A(x) \rangle / x, x \in X$; 当 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 为离散空间时, $A = \sum_{i=1}^n \langle \mu_A(x_i), \gamma_A(x_i) \rangle / x_i, x_i \in X, i=1, 2, \dots, n$, 直觉模糊集 A 有时可以简记作 $A = \langle x, \mu_A, \gamma_A \rangle$ 或者 $A = \langle \mu_A, \gamma_A \rangle / x$ 。

对于 X 中的每一个直觉模糊子集,我们称 $\pi_A(x) = 1 - \mu_A(x) - \gamma_A(x)$ 为 A 中 x 的直觉指数,它是 x 对 A 的犹豫程度的一种测度。

对于一个模糊集 $A \in F(U)$, 其单一隶属度 $\mu_A(x)$ 既包含了支持 x 的证据 $\mu_A(x)$, 也包含了反对 x 的证据 $1 - \mu_A(x)$,

它不可能表示既不支持也不反对的“非此非彼”的中立状态的证据。而一个直觉模糊集 $A \in IFS(U)$, 其隶属度 $\mu_A(x), \forall x \in U$ 与非隶属度 $\gamma_A(x), \forall x \in U$ 及其直觉指数 $\pi_A(x), \forall x \in U$, 则可分别表示对象 x 属于直觉模糊集 A 的支持、反对、中立这三种证据的程度。例如,假设直觉模糊集 $A = \langle x, 0.6, 0.25 \rangle$, 表示其隶属度 $\mu_A(x) = 0.6$, 非隶属度 $\gamma_A(x) = 0.25$, 犹豫度 $\pi_A(x) = 1 - 0.6 - 0.25 = 0.15$, 则表示对象 x 属于直觉模糊集 A 的程度为 0.6, 不属于集 A 的程度为 0.25, 既不支持也不反对的中立程度为 0.15。

2 多值直觉模糊集定义

在实际中,对一个对象的评价,不同的人得到的结果往往是不一样的,即使同一人从不同角度出发得到的结果往往也是不同的。例如,不同的评委对一个参赛选手打分一般是不同的;同一种武器系统的威胁程度,对于作战方和防御方来说是不一样的。由此启发我们引入多值直觉模糊集的概念。

定义 设 X 是一个给定论域,则 X 上的一个多值直觉模糊集 A 为

$$A = \{ \langle x, [\mu_1^A(x), \mu_2^A(x), \dots, \mu_n^A(x)], [\gamma_1^A(x), \gamma_2^A(x), \dots, \gamma_n^A(x)] \rangle \mid x \in X \} \quad (2)$$

其中, $\mu_k^A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 和 $\gamma_k^A(x) : X \rightarrow [0, 1]$ 分别代表 A 的第 k 个隶属函数 $\mu_k^A(x)$ 和非隶属函数 $\gamma_k^A(x)$, 且对于 A 上的所有 $x \in X, 0 \leq \mu_k^A(x) + \gamma_k^A(x) \leq 1 (k=1, 2, \dots, n)$ 成立。

多值直觉模糊集 A 可表示为:

$$\text{当 } X \text{ 为连续空间时 } A = \int_A \langle [\mu_1^A(x), \mu_2^A(x), \dots, \mu_n^A(x)], [\gamma_1^A(x), \gamma_2^A(x), \dots, \gamma_n^A(x)] \rangle / x, x \in X$$

当 X 为离散空间时 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_M\}$, 多值直觉模糊集 A 可表示为:

$$A = \sum_{i=1}^M \langle [\mu_1^A(x_i), \mu_2^A(x_i), \dots, \mu_n^A(x_i)], [\gamma_1^A(x_i), \gamma_2^A(x_i), \dots, \gamma_n^A(x_i)] \rangle / x_i, x_i \in X, i=1, 2, \dots, M$$

^{*})基金项目:陕西省自然科学基金资助课题(2006F18)。张善文 副教授,博士,主要研究方向为智能信息处理与智能决策。

多值直觉模糊集 A 有时可以简记作 $A = \langle x, \mu^A, \gamma^A \rangle$ 或者 $A = \langle x, \mu^A, \gamma^A \rangle / x$, 其中, μ^A, γ^A 看作 n 维向量。

对于 X 中的每一个直觉模糊子集, 我们称 $\mu_k^A(x) = 1 - \gamma_k^A(x)$ 为 A 中 x 的第 k 个直觉模糊指数, 它是 x 对 A 的犹豫程度的一种测度。

直觉模糊集的很多理论^[6~9]都可以应用到多值直觉模糊集。

3 多值直觉模糊集的隶属度与非隶属度的综合评判

通过不同的准则, 可以将多值直觉模糊集变换为一般直觉模糊集。

已知多值直觉模糊集 $A = \{ \langle x, [\mu_1^A(x), \mu_2^A(x), \dots, \mu_n^A(x)], [\gamma_1^A(x), \gamma_2^A(x), \dots, \gamma_n^A(x)] \rangle | x \in X \}$, 转换成的直觉模糊集记为 $B = \{ \langle x, \mu_B(x), \gamma_B(x) \rangle | x \in X \}$, 其中 $\mu_B(x), \gamma_B(x)$ 可由下列 8 种准则得到:

1) 算术平均法

$$\mu_B(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mu_k^A(x), \gamma_B(x) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \gamma_k^A(x) \quad (3)$$

2) 几何平均法

$$\mu_B(x) = \sqrt[n]{\sum_{k=1}^n \frac{1}{n} [\mu_k^A(x)]^2}, \gamma_B(x) = \sqrt[n]{\sum_{k=1}^n \frac{1}{n} [\gamma_k^A(x)]^2} \quad (4)$$

3) 加权算术平均法

$$\mu_B(x) = \sum_{k=1}^n \alpha_k \cdot \mu_k^A(x), \gamma_B(x) = \sum_{k=1}^n \beta_k \cdot \gamma_k^A(x) \quad (5)$$

其中 $\alpha_k, \beta_k (k=1, 2, \dots, n)$ 为权值, 而 $\alpha_k \geq 0, \beta_k \geq 0$, 且 $\sum_{k=1}^n \alpha_k = 1, \sum_{k=1}^n \beta_k = 1$ 。

4) 去掉最大最小值算术平均法

$$\mu_B(x) = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n [\mu_k^A(x) - \max_i \mu_i^A(x) - \min_i \mu_i^A(x)];$$

$$\gamma_B(x) = \frac{1}{n-2} \sum_{k=1}^n [\gamma_k^A(x) - \max_j \gamma_j^A(x) - \min_j \gamma_j^A(x)] \quad (6)$$

注: 在实际中, $\mu_k^A(x)$ 和 $\gamma_k^A(x)$ (对于所有 k) 的最大值和最小值往往偏离评判的真实结果, 处理方法一般为去掉后再平均。

5) 最大最小法

$$\mu_B(x) = \max_k [\mu_k^A(x)], \gamma_B(x) = \min_k [\gamma_k^A(x)] \quad (7)$$

6) 最小最大法

$$\mu_B(x) = \min_k [\mu_k^A(x)], \gamma_B(x) = \max_k [\gamma_k^A(x)] \quad (8)$$

7) 取隶属度中值法

$$m = \text{find}(\text{mid}[\mu_k^A(x)])$$

$$\mu_B(x) = \mu_m^A(x), \gamma_B(x) = \gamma_m^A(x) \quad (9)$$

应用综合评判准则 1 (算术平均法), 计算得到指挥中心对雷达目标的识别率为:

$$B = \langle [0.66 \quad 0.64 \quad 0.78 \quad 0.75], [0.13, 0.26, 0.15, 0.19] \rangle$$

由这个实例分析可以看出, 根据多值直觉模糊集合能够表示实际问题中的不确定信息, 进而进行分析和综合评判。

总结 为了形成统一的模糊集理论, 近年来有的学者提出“统一集”的概念, 统一集不仅能够对现有的理论进行总结、统一, 而且还为开辟崭新的集合论、逻辑推理方法提供很好的理论基础。本文只是针对实际问题中经常遇到的现象, 给出了多值直觉模糊集的概念及其最终的判决准则, 是对直觉模

其中, m 为 $\mu_k^A(x)$ 的中值 (对于所有 k) 的下标。

8) 取非隶属度中值法

$$m = \text{find}(\text{mid}[\gamma_k^A(x)]) \quad (10)$$

$$\mu_B(x) = \mu_m^A(x), \gamma_B(x) = \gamma_m^A(x)$$

其中, m 为 γ_k^A 的中值 (对于所有 k) 的下标。

上面的 8 种准则, 分别适用于不同的场合。在实际应用中, 常用的是算术平均法和几何平均法。

4 实际应用

雷达目标识别是一种具有很强不确定性的问题, 要解决的关键是能否抓住待识别目标的核心信息, 进而依据核心信息的区别做出判断识别。但在大多数情况下, 由各种传感器等探测设备获得的并不是精确的数据信息, 而是一些不完善、不一致或相当粗略的信息。由于, 这些粗糙的信息集合中含有大量的冗余信息, 甚至包含有一些错误信息, 所以, 利用不同的信息和相同识别方法得到的识别结果一般不同; 利用相同的信息和不同识别方法得到的识别结果一般不同; 利用不同的信息和不同识别方法得到的识别结果一般不同。到底哪一种方法的识别效果比较好呢? 如果利用传统的解析方法处理这类问题就遇到困难。直觉模糊集理论在识别领域的应用为解决该问题提供了新的方法。本文利用多值直觉模糊集理论对雷达目标识别方法做了研究。

利用雷达目标的一维距离像、雷达目标的声信号、雷达目标的 RCS (反射截面积) 航迹、速度、加速度等信息都可以对目标进行识别。表 1 为某研究单位提供某四种不同类型飞机的识别结果。其中, A, B, C, D 为实际数据得到的识别结果, 而 E 为理想情况下的数据 (不是实际数据) 得到的识别结果。

表 1 四种不同类型飞机的识别结果

飞机类型	x_1		x_2		x_3		x_4	
识别结果	是	非	是	非	是	非	是	非
一维距离像	0.64	0.23	0.70	0.20	0.80	0.10	0.82	0.12
声信号	0.60	0.11	0.50	0.30	0.68	0.25	0.74	0.22
RCS	0.57	0.14	0.43	0.50	0.58	0.30	0.65	0.24
航迹、速度、 加速度等 信息	0.58	0.15	0.68	0.25	0.88	0.10	0.65	0.28
理想情况	0.93	0.04	0.89	0.05	0.95	0.02	0.87	0.11

将表 1 表示成多值直觉模糊集合:

$$A = \left\{ \begin{aligned} & \langle [0.64, 0.60, 0.57, 0.58, 0.93], [0.23, 0.11, 0.14, 0.15, 0.04] \rangle / x_1 \\ & \langle [0.70, 0.50, 0.43, 0.68, 0.89], [0.20, 0.30, 0.50, 0.25, 0.05] \rangle / x_2 \\ & \langle [0.80, 0.68, 0.58, 0.88, 0.95], [0.10, 0.25, 0.30, 0.10, 0.02] \rangle / x_3 \\ & \langle [0.82, 0.74, 0.65, 0.65, 0.87], [0.12, 0.22, 0.24, 0.28, 0.11] \rangle / x_4 \end{aligned} \right\}$$

模糊集理论的一种扩充。这种扩充有助于描述并解决实际问题。

参考文献

- 1 Zadeh L A F. The Concept of a Linguistic Variable and Its Application to Approximate Reasoning [J]. Information Science, 1975, 8 (2): 199~249, 8(3): 301~357, 9 (1): 43~80
- 2 Atanassov K. Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20 (1): 87~96
- 3 Atanassov K. More on Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1989, 33 (1): 37~46

(下转第 245 页)

表4 本方法与 JPEG2000 方法对 Lena 局部 128×128 色彩图像编码结果比较

编码方法	色彩分量	编码后字节数	色彩分量			彩色图像		
			PSNR	MSE	C	PSNR	MSE	C
本方法	R	228	31.18	49.5	71.86	31.38	47.29	41.97
	G	820	32.41	37.32	20			
	B	123	30.72	55.05	133.2			
JPEG2000 方法	R	410	30.1	63.58	40	29.97	65.43	40
	G	410	30.77	54.48	40			
	B	410	29.19	78.22	40			

本方法对大图像或要求中低信噪比的编码更具有优势,

如表5(表中 Si、Se 分别为初始子块与最小子块大小, P1、P2、P3 为各级子块对应的不相关度阈值)的编码结果明显优于 JPEG2000 及文[1,2,4,5]的编码结果。在对要求特高信噪比的图像编码时,这种优势减弱。

结论 本文充分挖掘和利用彩色图像 RGB 色彩空间和相位的相似性,提出相关系数与 JPEG2000 相结合的编码相结合的方法,既能获得较满意的编码结果,又能提高编(解)码的速度。该方法尤其适合需求中低信噪比场合的彩色图像的编码,对小尺寸、纹理复杂的彩色图像的编码也有明显的优势。如何进一步规范或自适应选择阈值参数,实现出色差分析与其它编码方法的最佳配合,有待进一步研究。

表5 用本文方法对几个典型彩色图像的编码结果

图像名称及尺寸	参数设定	色彩分量	编码后字节数	色彩分量		彩色图像	
				PSNR	C	PSNR	C
Lena 512×512	Si=64×64, Se=8×8 P1=30, P2=40, P3=60 T1=40, T2=70, T3=100	R	1407	30.53	186.31	30.217	115.68
		G	4096	30.57	64		
		B	1295	29.62	202.73		
Lena 512×512		R	1470	31.95	178.33	31.92	70.26
		G	8192	33.28	32		
		B	1531	30.86	171.22		
Pepper 512×512	Si=64×64, Se=8×8 P1=20, P2=30, P3=50 T1=30, T2=60, T3=90	R	2609	28.19	100.47	29.59	61.44
		G	8192	32.65	32		
		B	1998	29.065	131.2		
Barbara 512×512		R	3840	27.22	69.27	28.088	32.87
		G	16384	30.49	16		
		B	3719	27.29	70.49		

参考文献

- Nadenau M J, Reichel J, Kunt M. Wavelet-based Color Image Compression: Exploiting the Contrast Sensitivity Function [J]. IEEE Transactions On Image Processing, 2003, 12(1): 58~70
- Brahimi Z, Saadi K A. Color image coding based on embedded wavelet zerotree and scalar quantization [J]. Pattern Recognition. In: ICPR 2004. Proceedings of the 17th International Conference on Volume 1, Aug. 2004. 504~507
- Delp E J, Ke Shen. Color Images Compression Using an Embedded Rate Scalable Approach [C]. In: Proceedings of IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), 1997. 32~34
- Qiu Guoping. Embedded colour image coding for content based retrieval [J]. J Vis Commun Image R, 2004, 15: 507~521
- Martin K, Lukac R, Plataniotis K N. Efficient encryption of wavelet-based coded color images [J]. Pattern Recognition, 2005, 38: 111~1115
- Skodras A, Christopoulos C, Ebrahimi T. The JPEG2000 still image compression standard [J]. Signal Processing Magazine, IEEE, 2001, 18(5): 36~58
- Hunt R W G. Measuring Color [M]. 2nd edition. 1cm plus 0.5cm minus 0.4cm. New York: Ellis Horwood, 1991
- Van Dyck R E, Rajala S A. Sensitivity to Color Error Introduced by Processing in Different color spaces [J]. Proc. IEEE VSPC, 1991. 192~195
- Sakatnoto T, Nakanish C, Hase T. Software pixels interpolation for digital still cameras suitable for a 32-bit MCU [J]. IEEE Trans Consumer Electron, 1998, 44(4): 1342~1351
- Genossar T, Porat M. Optimal Bi-Orthonormal Approximation of Signal. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1992, SMC-22(3): 449~460
- 陈宇拓, 余英林. 利用色彩分量相关性的彩色图像压缩编码 [J]. 中国图像图形学报, 2001, 6A(2): 123~128
- Shapiro J M. Embedded Image Coding Using Zerotrees of Wavelet Coefficients [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1993, 41(12): 3445~3462
- 军工程大学学报, 2005, 6(1): 69~72
- 雷英杰, 王宝树. 直觉模糊逻辑的语义算子研究 [J]. 计算机科学, 2004, 31 (11): 4~6
- 雷英杰, 孙金萍, 王宝树. 模糊知识处理与模糊集理论的若干拓展 [J]. 空军工程大学学报, 2004, 5(3): 40~44
- 张江, 林华, 贺仲雄. 统一集论与人工智能 [J]. 中国工程科学, 2002, 4 (3): 40~47
- 雷英杰, 王 涛, 赵 晔. 直觉模糊匹配的语义距离与贴近度 [J]. 空

(上接第 177 页)

- Atanassov K. New Operations Defined over the Intuitionistic Fuzzy Sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1994, 61(1): 137~142
- Atanassov K. Remarks on the Intuitionistic Fuzzy Sets-III [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1995, 75(3): 401~402
- 雷英杰, 赵 晔, 王 涛. 直觉模糊语义匹配的相似性度量 [J]. 空军工程大学学报, 2005, 6(2): 83~86
- 雷英杰, 王 涛, 赵 晔. 直觉模糊匹配的语义距离与贴近度 [J]. 空