

# 基于路径集合运算的公交网络寻径算法研究

伍雁鹏<sup>1,2</sup> 彭小奇<sup>1,3</sup> 黄同成<sup>2</sup>

(中南大学能源科学与工程学院 长沙 410083)<sup>1</sup> (邵阳学院信息工程系 邵阳 422000)<sup>2</sup>

(湖南第一师范学院信息技术系 长沙 410205)<sup>3</sup>

**摘要** 大规模多换乘网络中最短时间路径精确查询的算法是公交网络寻径问题的研究难点之一,近似搜索算法的求解满意度不高,而精确搜索算法的效率较低。提出了基于路径集合运算的公交网络寻径算法,按换乘次数从低到高依次求取路径集合,通过删除大量冗余路径来优化路径集合并减少计算量,最后生成最短时间路径汇总集合用于快速精确寻径。实验结果表明了算法的可行性和有效性。

**关键词** 公交网络, 寻径算法, 多换乘, 路径集合运算, 最短时间路径

**中图分类号** U491, O121 **文献标识码** A

## Research on Path Set Operation Based Algorithm for Path Searching in Public Transit Network

WU Yan-peng<sup>1,2</sup> PENG Xiao-qi<sup>1,3</sup> HUANG Tong-cheng<sup>2</sup>

(School of Energy Science and Engineering, Central South University, Changsha 410083, China)<sup>1</sup>

(Department of Information Engineering, Shaoyang University, Shaoyang 422000, China)<sup>2</sup>

(Information Technology Department, Hunan First Normal University, Changsha 410205, China)<sup>3</sup>

**Abstract** Path searching problem of public transit network is NP-hard, one of whose nodus is the algorithm of accurately searching shortest-time-path in large multi-transfer network. A searching algorithm of public traffic network, based on path set calculation, was proposed to solve the nodus. Path sets are generated from low to high in accordance with the number of transfer, optimized by deleting redundant paths to reduce storage space and computation, and summarized to generate summary shortest-time-path set, which is used to search optimal path rapidly and accurately. Experimental results of Beijing public transit network show the algorithm is feasible and effective.

**Keywords** Public transit network, Searching algorithm, Multi-transfer, Path set calculation, Shortest-time-path

公共交通是城市的重要基础设施,研究公交网络寻径算法对提高交通资源利用效率、缓解城市交通拥堵、方便居民出行有重大意义。

公交网络寻径是 NP 难问题,大规模公交网络中存在的多换乘现象加大了搜索的难度和深度。公交网络寻径算法主要分为两类。第一类是近似搜索算法,包括经典最短路经算法<sup>[1-3]</sup>(如 Dijkstra 算法、A\* 算法等)和基于人工智能搜索算法<sup>[4-6]</sup>(如遗传算法、蚁群算法、免疫算法等),此类算法的优点在于运算效率高,缺点是不能处理换乘现象,路径搜索结果精确性不高。第二类是精确搜索算法,典型如矩阵运算<sup>[7,8]</sup>或数据库运算<sup>[9,10]</sup>,优点在于多目标(最短到达时间、最小换乘次数、最少出行费用等)求解,路径搜索精确满意,缺点在于计算过程中会搜索大量不合理的出行路径,容易产生维数爆炸问题,搜索效率低,不能适用于大规模公交网络。为此,本文提出一种基于最短时间路径集合运算的公交网络寻径算法,实现了大规模公交网络中多换乘最短时间路径的高效精确查询。

## 1 公交网络模型

### 1.1 公交网络组成

城市公交网络主要由公交站点(简称站点,下同)和公交线路(简称线路,下同)组成。线路方向类型有单向、双向、环行公交线路。

不同线路可以共用相同站点,即可以通过站点换乘线路。经过多次换乘可以到达任意站点;从一个站点到达另一个站点的通路称为一条出行路径。

### 1.2 模型假设

为简化模型,做如下假设:

假设 0 所有线路均为简单单向行驶线路。

假设 1 任意两个站点经有限次换乘可达。

假设 2 乘车时间与经过站点数成正比,与所乘线路类型无关。

假设 3 乘车从一个站点到下一个站点的时间为常数。

假设 4 任意线路任意站点的候车时间为常数。

### 1.3 公交网络模型定义

通常将公交网络表示成有向图的形式: $G=(V, E, R)$ ,其中  $v$  是所有站点的集合,  $E$  是所有公交路段(边)的集合,  $R$  为有向线路的集合。

路径定义为:  $s = \{v_0, r_1, v_1, r_2, v_2, \dots, r_k, v_k\}$ ,  $v_i \in V, r_i \in$

$R$ ,表示从站点  $v_0$  乘线路  $r_1$  至站点  $v_1$ ,再从站点  $v_1$  换乘线路  $r_2$  至站点  $v_2, \dots$ ,最后从站点  $v_{k-1}$  换乘线路  $r_k$  至站点  $v_k$ 。路径的换乘次数为  $k$ 。特别地,换乘次数为 1 的路径称为直达路径。路径也可表示为:  $v_0 \xrightarrow{r_1} v_1 \xrightarrow{r_2} v_2 \dots \xrightarrow{r_{d-1}} v_{d-1} \xrightarrow{r_d} v_d$ 。

杨新苗等通过对人们出行心理的调查,得出了影响人们选择公交出行路线的最重要因素为换乘次数和出行时间<sup>[2]</sup>;大多数公交网络寻径算法将换乘次数最小和出行时间最短作为主要考虑因素,其次考虑出行花费因素,这符合人们实际生活习惯。本模型通过将换乘次数换算成候车时间,使目标函数统一为求具有最短出行时间(包括乘车时间和候车时间)的最优路径求解。

## 2 基于路径集合运算的公交网络寻径算法

### 2.1 最短时间路径集合运算

令  $P(v_0, v_d)$  表示从站点  $v_0$  至站点  $v_d$  的路径,  $L(v_0, v_d)$  表示从站点  $v_0$  至站点  $v_d$  的最短时间路径,  $T(L)$  表示路径  $L$  的时间花费,  $H(L)$  表示路径  $L$  的换乘次数。

设存在从站点  $v_0$  至站点  $v_d$  的一条最短时间路径  $L(v_0, v_d) = v_0 \xrightarrow{r_1} v_1 \xrightarrow{r_2} v_2 \dots \xrightarrow{r_d} v_d, v_i \in V, r_i \in R$ 。显然,对于路径  $L(v_0, v_d)$  中的任意一条子路径,如,  $v_0 \xrightarrow{r_1} v_1, v_1 \xrightarrow{r_2} v_2, \dots, v_0 \xrightarrow{r_1} v_1 \xrightarrow{r_2} v_2$ , 都是最短时间路径。

若已知  $L(v_0, v_d)$  经过中间站点  $v_x$ , 则

$$L(v_0, v_d) = v_0 \xrightarrow{r_1} v_1 \dots \xrightarrow{r_x} v_x \dots \xrightarrow{r_d} v_d$$

$$L(v_0, v_x), L(v_x, v_d) \text{ 是最短时间路径, 且}$$

$$T(L(v_0, v_d)) = T(L(v_0, v_x)) + T(L(v_x, v_d)) \quad (1)$$

$$H(L(v_0, v_d)) = H(L(v_0, v_x)) + H(L(v_x, v_d)) \quad (2)$$

式(1)、式(2)指出高次换乘最短时间路径与低次换乘最短时间路径之间关系,特别地,令  $v_x = v_{d-1}$ , 则有

$$L(v_0, v_{d-1}) = v_0 \xrightarrow{r_1} v_1 \dots \xrightarrow{r_x} v_x \dots \xrightarrow{r_{d-1}} v_{d-1}$$

$$L(v_{d-1}, v_d) = v_{d-1} \xrightarrow{r_d} v_d$$

$$T(L(v_0, v_d)) = T(L(v_0, v_{d-1})) + T(L(v_{d-1}, v_d)) \quad (3)$$

令  $S_k = \{P(v_i, v_j) \mid H(P(v_i, v_j)) = k, v_i, v_j \in V\}$  表示换乘次数为  $k$  的路径集合,  $W_k = \{L(v_i, v_j) \mid H(L(v_i, v_j)) = k, v_i, v_j \in V\}$  表示换乘次数为  $k$  的最短时间路径集合。

对于  $W_k$  中的每一条最短路径  $L(v_0, v_d)$ , 有

$$T(L(v_0, v_d)) = \min_{v_i \in V} (T(L(v_0, v_i)) + T(L(v_i, v_d))) \quad (4)$$

$$H(L(v_0, v_d)) = H(L(v_0, v_{d-1})) + H(L(v_{d-1}, v_d)) \quad (5)$$

由式(4)、式(5)知高次换乘路径集合可由低次换乘最短时间路径集合通过连接运算求得,即

$$S_2 = W_1 \times W_1$$

$$S_3 = W_1 \times W_2 = W_2 \times W_1$$

$$\dots$$

$$S_k = W_1 \times W_{k-1} = W_2 \times W_{k-2} = \dots = W_{k-1} \times W_1 \quad (6)$$

令  $Opt(S)$  表示对路径集合  $S$  进行优化操作:去掉所有非最短时间路径。即

$$W_k = Opt(S_k) \quad (7)$$

由式(6)、式(7)可得按换乘次数从低到高依次求取最短时间路径集合的方法:

$$S_2 = W_1 \times W_1$$

$$W_2 = Opt(S_2)$$

$$S_3 = W_2 \times W_1$$

$$W_3 = Opt(S_3)$$

...

$$S_k = W_{k-1} \times W_1$$

$$W_k = Opt(S_k)$$

...

这样可以精确计算出所有最短时间路径集合。在计算过程中,由于大量非最短时间路径被删除,内存和磁盘空间需求大为降低,计算量也大为减少。

### 2.2 基于最短时间路径集合运算的公交网络寻径算法的实现

(1)根据每条线路经过站点的先后顺序计算直达路径集合  $S_1 = \{v_i \xrightarrow{r_q} v_j, v_i, v_j \in V, r_q \in R$ 。直达路径的出行时间  $Tr_q v_i v_j = Th + Td \times Nr_q v_i v_j$ , 其中  $Th$  表示在站点  $v_i$  乘坐  $r_q$  的候车时间,  $Td$  表示乘车经过单位路段的时间,  $Nr_q v_i v_j$  表示通过  $r_q$  从站点  $v_i$  至站点  $v_j$  经过的路段数。  $Th, Td$  为常量。

计算直达最短时间集合  $W_1 = Opt(S_1)$ 。

(2)计算一次换乘路径集合  $S_2 = \{v_i \xrightarrow{r_q} v_j \xrightarrow{r_p} v_k, v_i, v_j, v_k \in V, r_q, r_p \in R$ 。由换乘路径集合运算原理可知:  $S_2 = W_1 \times W_1$ , 其中每条一次换乘路径的出行时间为:  $Tv_i v_k = Tv_i v_j + Tv_j v_k$ 。

计算直达最短时间集合  $W_2 = Opt(S_2)$ 。

(3)设所有最短时间路径的最大换乘次数为  $k$ , 依次计算  $m$  次最短时间路径集合:

$$\text{for } m=3 \text{ to } k$$

$$\{ S_k = W_{k-1} \times W_1$$

$$W_k = Opt(S_k) \}$$

(4)生成最短时间路径汇总集合  $W = Opt(\sum_{i=1}^k W_i)$ 。最短时间路径汇总集合包含了所有最短时间路径,进行最短时间路径查询只需在最短时间路径汇总集合中搜索即可。对最短时间路径汇总集合按照起始站号和终点站号进行索引,则最优路径查询时间为毫秒级。

## 3 实验仿真

为验证算法可行性及有效性,编制程序将算法应用于北京公交网络进行试算,基本参数和数据来源于2007年高教社杯全国大学生数学建模竞赛甲组B题“乘公交,看奥运”<sup>[12]</sup>。计算出最短时间路径汇总集合的计算时间为38小时,分别对题中要求的6组出行目标进行了路径查询,查询时间均小于1s。表1列出最优路径查询结果。

表1 北京公交网络最优路径查询结果

序号	最优路径(最短时间)	出行时间	换乘次数	出行费用
1	S3359 $\xrightarrow{L015}$ S1327 $\xrightarrow{L328}$ S0525 $\xrightarrow{L103}$ S0073 $\xrightarrow{L467}$ S2703 $\xrightarrow{L485}$ S1784 $\xrightarrow{L167}$ S1828	60	5	6
2	S1557 $\xrightarrow{L084}$ S1919 $\xrightarrow{L189}$ S3186 $\xrightarrow{L091}$ S0902 $\xrightarrow{L447}$ S0481	96	3	4
3	S0971 $\xrightarrow{L119}$ S1520 $\xrightarrow{L485}$ S1784 $\xrightarrow{L264}$ S3409 $\xrightarrow{L290}$ S2159 $\xrightarrow{L469}$ S0485	99	4	5
4	S0008 $\xrightarrow{L198}$ S3766 $\xrightarrow{L476}$ S2085 $\xrightarrow{L406}$ S0483 $\xrightarrow{L328}$ S0525 $\xrightarrow{L103}$ S0073	54	4	5
5	S0148 $\xrightarrow{L308}$ S3604 $\xrightarrow{L081}$ S2361 $\xrightarrow{L156}$ S3351 $\xrightarrow{L417}$ S0485	99	3	4
6	S0087 $\xrightarrow{L454}$ S0088 $\xrightarrow{L381}$ S0427 $\xrightarrow{L462}$ S3676	45	2	3

(下转第272页)

用 GMM 结合颜色纹理特征融合的算法,能大幅提高分类性能;针对不同地形区域边界上分类性能差以及同一地形在相同条件下非一致性问题<sup>[9-11]</sup>,采用本文提出的分类策略,取得较好的分割结果。实验结果表明本文所建立的非结构复杂环境地形分类算法较改进的最近邻分类器<sup>[14]</sup>的分类和只用颜色进行地形分类<sup>[3]</sup>的性能更好。本文的实验数据仍具有一定约束性,下一步将采集更多更复杂情况下的地形进行分类实验研究。

### 参考文献

[1] Thrun S, Montemerlo M, Dahlkamp H, et al. Stanley: The Robot That Won The DAPRA Grand Challenge[J]. Journal of Field Robotics, 2006, 23(9): 661-692

[2] Bellutta P, Manduchi R, Matthies L, et al. Terrain perception for DEMO III[C]// Proceedings of the IEEE on Intelligent Vehicles Symposium. Dearborn, 2000: 326-331

[3] Manduchi R. Obstacle detection and terrain classification for autonomous off-road navigation[J]. Autonomous Robots, 2005, 18(1): 81-102

[4] Angelova A, Matthies L, Helmick D, et al. Fast Terrain Classification Using Variable-length Representation for Autonomous Navigation[M]. Computer Vision and Pattern Recognition. USA, 2007: 1-8

[5] Reynolds D A, Rose R C. Robust text-independent speaker identification using Gaussian mixture speaker models [J]. IEEE Trans. on Speech and Audio Processing, 1995, 3(1): 72-83

[6] Permuter H, Francos J, Jermyn I H. Gaussian mixture models of texture and colour for image database retrieval[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing, Hong Kong, China, 2003

[7] Yoon S H, Won C S, Pyun K, et al. Image classification using GMM with context information and reducing dimension for singular covariance[C]// Proceedings of the IEEE Data Compression Conference (DCC). Snowbird, UT, 2003

[8] Kim S C, Kang T J. Texture classification and segmentation using wavelet packet frame and Gaussian mixture model[J]. Pattern Recognition, 2007, 40: 1207-1221

[9] Schechner Y Y, Averbuch Y. Regularized Image Recovery in Scattering Media[J]. IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence, 2007, 29(9): 1655-1660

[10] Pietikäinen M, Nurmela T, Mäenpää T, et al. View-based recognition of real-world textures[J]. Pattern Recognition, 2004, 37: 313-323

[11] Turtinen M, Pietikäinen M. Visual training and classification of textured scene images[C]// The 3rd International Workshop on Texture Analysis and Synthesis. Nice, 2003: 101-106

[12] Castano R, Manduchi R, Fox J. Classification experiments on real world texture [C]// Proceedings of the Third Workshop on Empirical Evaluation Methods in Computer Vision. Hawaii, 2001: 3-20

[13] Sun J, Mehta T, Wooden D, et al. Learning from examples in unstructured, outdoor environments[J]. Journal of Robotic Systems, 2007, 23(11): 1019-1036

[14] Singh S, Haddon J, Markou M. Nearest-neighbour classifier in natural scene analysis[J]. Pattern Recognition, 2001, 34: 1601-1612

[15] Li J, Gray R, Olshen R. Multiresolution image classification by hierarchical modeling with two dimensional hidden Markov models[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2000, 46(5): 1826-1814

(上接第 240 页)

程序实现了北京公交网络最短时间路径的精确查询,查询快速精确,查询结果明显优于已知的答案<sup>[8,9]</sup>。

**结束语** 公交网络寻径问题是 NP 困难的,大规模公交网络中存在的多换乘现象加大了搜索的难度和深度,使得查询结果精确性或者搜索效率偏低。本文提出的基于路径集合运算的公交网络寻径算法,实现了大规模公交网络中多换乘最短时间路径的高效精确查询。对北京公汽网络的试算结果表明该算法运算效率高,查询结果精确,查询速度快,适用于大规模城市公交网络,具有很高的推广应用价值。

### 参考文献

[1] WU Qiu-jin, Hartley J. Using K-Shortest Paths Algorithms to Accommodate User Preferences in the Optimization of Public Transport Travel[C]// The 8th International Conference on Applications of Advanced Technologies in Transportation Engineering. U. S: ASCE, 2004: 181-186

[2] Jan Rong-hong, Chen Shiow-ling. Branch-and-bound algorithm for reliability-oriented task assignment in bus network systems [J]. Journal of Information Science and Engineering, 1994, 10(1): 81-97

[3] Dai Liang. Fast Shortest Path Algorithm for Road Network and Implementation[J]. Carleton University School of Computer

Science COMP 4905 HONOURS PROJECT Fall Term, 2005

[4] 毕军,付梦印,张宇河.一种改进的蚁群算法求解最短路径问题[J].计算机工程与应用,2003(3):106-108

[5] Bielli M, Caramia M, Carotenuto P. Genetic algorithms in bus network optimization [J]. Transportation Research Part C, 2002, 10(1): 19-34

[6] 白子建,赵淑芝,田振中.公共公交网络优化的禁忌算法设计与实现[J].吉林大学学报:工学版,2006,36(3):40-44

[7] 张林峰,范炳全,吕智林.公汽网络换乘矩阵的分析与算法[J].系统工程,2003,21(6):92-96

[8] 伍雁鹏,彭小奇,李仁明.公汽网络最优路径求解算法的回溯实现[J].湖南农业大学学报:自然科学版,2008,34(3):379-382

[9] 赵文英,孙青波,刘振勇,等.基于 Floyd 算法的北京公交线路查询系统的模型设计方法[J].牡丹江师范学院学报:自然科学版,2008(2):23-24

[10] 陈昊,宁红云.基于集合运算的最短路径搜索算法 [J].计算机工程,2007,33(20):199-203

[11] 杨新苗,王炜,马文腾.基于 GIS 的公交乘客出行路径选择模型 [J].东南大学学报,2000,30(6):88-91

[12] <http://download2.mcm.edu.cn/mcm07/GYtretHFUHSIU875744BFDY6t6vR6754tk0irdug98trbjg99/B2007.Doc>. 2007-09-28