

# Makinson 一个公开问题的注记

吴茂念<sup>1</sup> 陈武<sup>2</sup> 张明义<sup>3</sup> 沈复兴<sup>4</sup>

(贵州大学理学院 贵阳 550025)<sup>1</sup> (西南大学计算机与信息科学学院 重庆 400715)<sup>2</sup>

(贵州科学院 贵阳 550001)<sup>3</sup> (北京师范大学信息科学与技术学院 北京 100875)<sup>4</sup>

**摘要** 公式集的 essential 原子在逻辑中扮演了重要角色,如在 SAT 问题中可以去掉非 essential 原子,从而加快搜索解的速度。将 essential 原子引入到赋值集是近年的一个研究热点,2005 年 Makinson 提出一个关于 essential 原子的公开问题。现解决了这个公开问题,即证明了结论:任何原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当等价的赋值都属于  $V$  或者都不属于  $V$ 。

**关键词** 非单调推理, essential 原子, 等价关系

**中图分类号** O141.1 **文献标识码** A

## Note on Question of Makinson

WU Mao-nian<sup>1</sup> CHEN Wu<sup>2</sup> ZHANG Ming-yi<sup>3</sup> SHEN Fu-xing<sup>4</sup>

(College of Science, Guizhou University, Guiyang 550025, China)<sup>1</sup>

(School of Computer and Information Science, Southwest University, Chongqing 400715, China)<sup>2</sup>

(Guizhou Academy of Sciences, Guiyang 550001, China)<sup>3</sup>

(School of Information Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)<sup>4</sup>

**Abstract** Essential letter in a set of formulae plays an important role. Now it is a focus of research to introduce essential letter into a set of valuations. Makinson formulated an open problem about essential letter in 2005. This paper shows that no letter is essential to nonempty set of valuations  $V$  if equivalent valuations in  $V$  or not in  $V$ .

**Keywords** Non-monotonic reasoning, Essential letter, Equivalent relation

## 1 引言

非单调推理是人工智能领域的重要分支,也是目前人工智能研究的热点。公式集(赋值集)的 essential 原子(essential letter)是 Makinson<sup>[1]</sup>研究逻辑学家的友谊(Friendliness for Logicians)时的重要基础,他的同情友谊(Friendliness to Sympathy)就是利用公式集的 essential 原子建立起来的;公式集(赋值集)的 essential 原子(essential letter)同时也是 Wu 建立基于分离的信念更新<sup>[7-9]</sup>的重要基础。同时命题逻辑(相关概念见文献[2,3],本文讨论无限原子的命题逻辑)中公式集的 essential 原子在经典逻辑和某些非经典逻辑中扮演了重要角色,如在 SAT 问题中非 essential 原子可以不考虑,这样就减少了解空间的搜索,加快了求解的速度。Schlechta 发现可以把公式集关于 essential 原子的概念引入到赋值集, Makinson<sup>[1]</sup>给出了公式集和赋值集的 essential 原子的定义,对公式集  $A$ :假如存在两个仅在原子  $p$  处赋不同值的赋值使得仅有一个满足  $A$ ,那么就称原子  $p$  是公式集  $A$  的 essential 原子;对赋值集  $V$ :假如存在两个仅在原子  $p$  处赋不同值的赋值使得仅有一个在  $V$  中,那么就称原子  $p$  是赋值集  $V$  的 es-

sential 原子。文献[1]中作者给出了一个命题:一个公式集等价于恒真或恒假当且仅当任何原子都不是它的 essential 原子。但是欲把这个命题平移到赋值集上是不成立的,即如下命题不成立:一个赋值集是空集或者整个赋值集  $V'$  当且仅当任意原子都不是它的 essential 原子。Makinson 给了如下的赋值集  $V$  作为反例<sup>[1]</sup>。

$$V = \{v: |\{p \in X: v(p) = 1\}| < \omega \& |\{p \in P \setminus X: v(p) = 0\}| < \omega\}$$

其中  $P$  是命题逻辑的所有原子集,  $X$  是  $P$  的子集。并且将给出这样的充要条件。我们在赋值  $y, z$  间建立一个等价关系“ $\approx$ ”:

$$y \approx z \Leftrightarrow |\{p_i: y(p_i) \neq z(p_i)\}| < \omega$$

在这个等价关系“ $\approx$ ”下给出了该问题的一个充要条件:任何原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当等价的赋值都属于  $V$  或者都不属于  $V$ 。即也可以表述为:任何原子都不是非空赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当  $V$  是由一些如下形式的集合的并所组成的。

$$\{v \in V': |\{p_i \in X_u^0: v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1: v(p_i) = 0\}| < \omega\}$$

到稿日期:2008-07-15 返修日期:2008-10-17 本课题得到国家自然科学基金(No. 90718009),贵州大学省级研究生创新基金(省研理工 2006005),贵州省科学技术基金(黔科合 J 字[2009]2123 号)资助。

吴茂念 博士,副教授,研究方向为人工智能, E-mail: gzu\_wu@yahoo.com; 陈武 博士,讲师,研究方向为人工智能; 张明义 博士生导师,研究员,研究方向为人工智能; 沈复兴 博士生导师,教授,研究方向为数理逻辑。

其中  $u \in V'$ 。这很类似于 Makinson 给出的关于公式集命题(即赋值间的等价关系“ $\approx$ ”相似于公式间的等价关系“ $-|$ ”),所以我们完全解决了该公开问题。

## 2 主要结论

**定理** 任何原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当等价的赋值都属于  $V$  或者都不属于  $V$ 。即也可以表述为:非空  $V \subseteq V'$  无任何 essential 原子当且仅当  $V$  是由一些如下形式的集合的并所组成。

$\{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$ , 其中  $u \in V'$ 。

## 3 定理的证明

我们只考虑无限原子命题逻辑  $L = \{p_1, p_2, \dots\}$ , 因此假设  $V'$  是命题语言  $L$  上的所有赋值构成的集合。如  $u \in V'$ , 记使得  $u$  为真的原子集为  $X_u^1 = \{p_i : u(p_i) = 1\}$ , 记使得  $u$  为假的原子集为  $X_u^0 = \{p_i : u(p_i) = 0\}$ 。

**引理 1** 假如任意原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子且  $u \in V \subseteq V'$ , 那么

$\{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\} \subseteq V$

证明(反证法):假设结论不成立,即存在一个赋值  $x \notin V$  且

$x \in \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

令  $u-x = \{p_i : u(p_i) \neq x(p_i)\}$ , 由于

$x \in \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

我们有  $|u-x| < \omega$ 。不妨假设:

$u-x = \{r_1, r_2, \dots, r_n\}$ 。不失一般性,我们假设  $u(r_1) = 0$ 。根据题设任意原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子,我们就知道  $u(r_1/1) \in V$ , 其中  $u, u(r_1/1)$  就在  $r_1$  处的赋值不同,其余原子赋值均相同。又不失一般性,我们假设  $u(r_1/1)(r_2) = 0$ 。根据题设任意原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子,就知道  $u(r_1/1, r_2/1) \in V$ 。相同的方法继续,我们有  $u(r_1/1, r_2/1, \dots, r_n/1) \in V$ , 由  $u, x$  的构造知道  $x = u(r_1/1, r_2/1, \dots, r_n/1) \in V$ , 与前提设  $x \notin V$  矛盾。

**注释 1:** 假设  $y, z \in V \subseteq V'$ , 任意原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子,那么

$\{v \in V' : |\{p_i \in X_y^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_z^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\} = \{v \in V' : |\{p_i \in X_y^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_z^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

或者

$\{v \in V' : |\{p_i \in X_y^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_z^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\} \cap \{v \in V' : |\{p_i \in X_y^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_z^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\} = \emptyset$

**注释 2:** 假如任意原子都不是  $V \subseteq V'$  的 essential 原子,那么

$V = \bigcup_{u \in V'} \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

**注释 1, 2** 还表明:我们可以在赋值间建立一个等价的关系“ $\approx$ ”。假设  $y, z \in V'$ , 定义

$y \approx z \Leftrightarrow |\{p_i : y(p_i) \neq z(p_i)\}| < \omega$ 。

由引理 1 的证明还表明:如果任何原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子,那么等价的赋值都属于  $V$  或者都不属于  $V$ 。逆命题是我们下面要做的工作。

**引理 2** 假如  $u \in V \subseteq V'$ , 那么任意的原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当任意的原子都不是赋值集

$V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  的 essential 原子。

证明:首先证明必要条件:

(反证法)假设结论不成立,即假设存在一个  $p_i \in L$  是赋值集

$V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  的 essential 原子。那么由定义存在两个仅在  $p_i \in L$  处赋值不同的赋值  $x, y$  使得仅仅其中之一在

$V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  中。不妨假设:

$x \in V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

而

$y \notin V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

那么由于

$x \notin \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

和  $x, y$  的关系就有

$y \notin \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

从而  $y \notin V$ 。这样  $x, y$  就证明了  $p_i \in L$  是赋值集  $V$  的 essential 原子。与题设矛盾。

其次证明充分条件:

(反证法)假设结论不成立,即假设存在一个  $p_i \in L$  是赋值集  $V$  的 essential 原子。那么由定义存在两个仅在  $p_i \in L$  处赋值不同的赋值  $x, y$  使得仅仅其中之一在  $V$  中。不妨假设,  $x \in V$  而  $y \notin V$ 。那么由引理 1 知道

$\{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\} \subseteq V$

和

$y \notin \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  进而由  $x, y$  的关系

$x \notin \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

所以

$x \in V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$

这样赋值  $x, y$  就证明了  $p_i \in L$  是赋值集

$V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  的 essential 原子。与题设矛盾。

定理的证明:

首先证明必要条件:

由于  $V$  是非空的,因此存在  $u \in V$ 。由任意的原子都不是  $V$  的本质原子和引理 2, 得任意原子都不是赋值集

(下转第 222 页)

表8 新系统在 ACE2003 NWIRE 上对不同距离内的代词的消解结果

距离	代词数	基准系统		调整后的新系统			
		正确消解数	消解数	Precision	正确消解数	消解数	Precision
1句以内	254	164	301	54.5	154	244	63.1
2句以内	403	241	407	59.2	269	423	63.6
3句以内	430	258	383	67.4	295	460	64.1
全部	449	265	395	67.1	297	462	64.3

**结束语** 本文在 Soon 等<sup>[6]</sup>提出的指代消解平台基本框架之上,利用语义角色标注工具从句法树中获取语义角色信息,将它们作为一类特征引入机器学习的过程,并在中心理论的指导下,对各类特征进行了调整。使用 ACE 2003 NWIRE 语料库进行训练和测试,实验结果表明,语义角色信息能显著提升代词指代消解的召回率,同时其准确度略有下降,总体性能提升了约 2.4%。通过对代词的分类实验表明,语义角色信息的引入,对代词中人称代词的消解作用非常明显,准确率和召回率都有了明显提升;对中性代词而言,仅引入语义角色信息,能提升其准确率,但消解的效果仍然不够理想。对代词进行的不同距离内消解情况的实验表明,语义角色信息对短距离(2句以内)作用明显,但随着距离的增长,作用逐渐减小。

就代词而言,从本文中介绍的实验结果可以看出,目前代词指代消解的瓶颈仍然是中性代词,因为它蕴含了较少的语义信息。未来,在引入语义角色信息的基础上,我们将借助结构化信息,针对如何高效地获取语义类别信息开展中性代词消解的进一步研究。

### 参考文献

[1] Brennan S E, Friedman M W, Pollard C J. A centering approach to pronouns[C]//Proceedings of the 25th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics. Cambridge, Mass., 1987; 290-292  
 [2] Aone C, Bennett W W. Evaluating automated and manual acqui-

sition of anaphora resolution strategies[C]// ACL' 1995. 1995; 122-129

[3] Grosz A J, Weinstein S. Centering: a framework for modeling the local coherence of discourse [J]. Computational Linguistics, 1995, 21(2): 203-225  
 [4] Mitkov R. Robust pronoun resolution with limited knowledge. COLING-ACL, Montreal, Canada, 1998; 869-875  
 [5] Kibble R, College G. A Reformulation of Rule 2 of Centering [J]. Computational Linguistics, 2001, 27(4): 579-587  
 [6] Soon W M, Ng H T, Lim. A machine learning approach to coreference resolution of noun phrase [J]. Computational Linguistics, 2001, 27(4): 521-544  
 [7] Ng V, Cardie C. Improving machine learning approaches to coreference resolution[C]//Proceedings of the 40th Annual Meeting of the Association for Computational Linguistics, 2002  
 [8] Yang X F, Zhou G D, Su J, et al. Coreference Resolution Using Competition Learning Approach[C]// ACL' 2003. Sapporo, Japan, July 2003; 176- 183  
 [9] Yang X F, Su J, Zhou G D, et al. Improving pronoun resolution by incorporating coreferential information of candidates[C]// ACL' 2004. Barcelona, Spain, July 2004; 127-134  
 [10] Yang X F, Su J, Tan C L. Improving Pronoun Resolution Using Statistics-based Semantic Compatibility Information[C]// ACL' 2005. Univ. of Michigan-Ann Arbor, USA, June 2005; 165-172  
 [11] Yang X F, Su J. Coreference Resolution Using Semantic Relatedness Information from Automatically Discovered Patterns[C]// ACL' 2007. Prague, Czech Republic, June 2007; 528-535  
 [12] Ng V. Semantic Class Induction and Coreference Resolution[C]// ACL' 2007. Prague, Czech Republic, June 2007; 536-543  
 [13] Ng V. Shallow semantics for coreference resolution[C]// IJCAL 2007; 1689-1694  
 [14] Zhou G D, Kong F, Zhu Q M. Context-sensitive convolution tree kernel for pronoun resolution[C]// IJCNLP, 2008

(上接第 218 页)

$V_1 = \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$  的 essential 原子。假如  $V_1 = \emptyset$ , 结论成立。假如  $V_1 \neq \emptyset$ , 继续做  $V_1$ , 直到剩下的集合是空集。

其次证明充分条件:

假设任意的仅在  $p_i \in L$  处赋值不同的两个赋值  $x, y$ , 那么  $x \approx y$ 。那么由

$$\{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$$

的定义和注释 1, 我们就有对任何的  $u \subseteq V'$

$$x \in V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$$

$$\Leftrightarrow y \in V \setminus \{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$$

又由  $V$  是由一些如下形式的集合的并组成

$$\{v \in V' : |\{p_i \in X_u^0 : v(p_i) = 1\}| < \omega \& |\{p_i \in X_u^1 : v(p_i) = 0\}| < \omega\}$$

那么我们就有  $x \in V \Leftrightarrow y \in V$ 。所以任意的原子都不是  $V$  的本质原子。

**结束语** 上述定理可表述为:任何原子都不是赋值集  $V$  的 essential 原子当且仅当等价的赋值都属于或者都不属于  $V$ , 这类似于 Makinson 给出的关于公式集的命题, 该公开问题被我们完全解决。

把关于公式集的 essential 原子的概念引入赋值集上是刚

刚开始的研究工作, 据我所知, 除了文献[1]外, 国内外均没有更多的研究了。今后我们将把该等价关系“ $\approx$ ”应用到缺省推理<sup>[4]</sup>、占优赋值推理<sup>[5,6]</sup>以及信念更新<sup>[7-9]</sup>中, 讨论一些特殊的赋值集下的推理关系等。

### 参考文献

[1] Makinson D. Friendliness for Logicians [J]. We Will Show Them. 2005(2); 259  
 [2] 陆钟万. 面向计算机科学的数理逻辑[M]. 北京: 科学出版社, 1998  
 [3] Enderton H B. A Mathematical Introduction to Logic (Second Edition)[M]. Elsevier Science & Technology, UK, 2001  
 [4] 韩庆, 林作铨. 不协调知识的缺省推理[J]. 软件学报, 2004, 7: 1030  
 [5] 朱朝晖, 李斌, 朱梧. 单可表示类的特征[J]. 计算机学报, 2001 (06); 568  
 [6] 戈也挺, 朱朝晖, 陈世福. 行动推理中若干问题的研究[J]. 计算机科学, 2000(3); 85  
 [7] Wu M, Zhang M. Maximal invariable update operator based on Splitting[J]. RSKT2008, LNAI 5009; 418-425  
 [8] Wu M, Zhu Z, Zhang M. Partial meet contraction based on relevance criterion[J]. IMECS, 2008; 7-12  
 [9] 吴茂念. 基于分离的信念更新研究[D]. 贵阳: 贵州大学, 2008