直觉模糊 S-粗集时态逻辑算子及扩展运算性质

胡军红 雷英杰
（空军工程大学导弹学院 三原 713800）

摘 要 首先给出直觉模糊 S-粗集的基本概念，在直觉模糊 S-粗集基本运算的基础上，引入两个典型的作用于直觉模糊 S-粗集的时态逻辑算子“□(always)”和“◇(sometimes)”，重点研究了直觉模糊 S-粗集在时态逻辑算子作用下的若干扩展运算及其性质。最后将这些性质归结为定理，并给出详细的证明过程。

关键词 直觉模糊集合，直觉模糊奇异集合，直觉模糊 S-粗集，时态逻辑算子

中图法分类号 TP182 **文献标识码** A

Properties of Temporal Logic Operators and Extended Operations on Intuitionistic Fuzzy Singular Rough Sets

HU Jun-hong LEI Ying-jie
(Missile Institute, Air Force Engineering University, Sanyuan 713800, China)

Abstract Two typical temporal logic operators, “□(always)” and “◇(sometimes)”, acting on intuitionistic fuzzy singular rough sets were first introduced on the basis of studying on fundamental operations on intuitionistic fuzzy singular rough sets. Then, some extended operations on intuitionistic fuzzy singular rough sets were exposed under the actions of intuitionistic fuzzy singular rough sets temporal logic operators with an emphasis on investigating their operational properties. Finally, the operational properties were generalized into a set of theorems with the detailed courses of theorem proving.

Keywords Intuitionistic fuzzy sets, Intuitionistic fuzzy singular sets, Intuitionistic fuzzy singular rough sets, Temporal logic operators

1 引言

直觉模糊集(Intuitionistic Fuzzy Sets)最初由 Atanassov 提出，是对 Zadeh 模糊集理论的一种扩充和发展。直觉模糊集增加了一个新的属性参数：非隶属度函数，进而还可以描述“非此非彼”的模糊概念。2002 年史开泉教授在 Z. Pawlak 粗集理论的基础上给出动态集合的描述，以此提出具有动态特性的 S-粗集。S-粗集为动态数据挖掘、动态知识发现、系统动态粗特性等诸多领域的研究提供了理论支持和新的研究思想。直觉模糊 S-粗集是直觉模糊集和 S-粗集的有机结合，具有“直觉性”和“动态性”双重特性。直觉模糊 S-粗集丰富和推广了直觉模糊集理论和模糊粗糙集理论，对具有连续属性和模糊概念的信息系统的处理更具有优势，对边界的处理更加平滑。直觉模糊 S-粗集在不确定信息系统建模和处理上更具灵活性和表达力。

本文首先给出直觉模糊 S-粗集的基本概念和基本运算，然后引入两个典型的作用于直觉模糊 S-粗集的时态逻辑算子，重点研究直觉模糊 S-粗集上的若干扩展运算及其性质，最后将这些性质归结为定理，并给出详细的证明过程。

2 直觉模糊 S-粗集定义

我们在系统粗识别、系统粗决策、系统粗推理与证据合成等研究领域研究系统近似特性时，遇到下面的困难：

(1)任意取定集合 $X\subset U, X\neq\emptyset$，如何保证 X 中的元素(或信息)是完全而不是残缺的？因为只有 X 中的元素(或信息) 完整，才能得到符合实际的识别结论、决策结论、推理结论。如果 X 中的元素(或信息)残缺不全，则识别结论、决策结论、推理结论是不可靠的。

(2)在研究过程中，人们要对 $X\subset U$ 中的元素(或信息)进行补充，保障所得到的结论的真实性；或者要对 $X\subset U$ 中的元素(或信息)进行删除，使识别、决策、推理过程得到简化($X\subset U$ 中的元素(或信息)删除是以获得识别、决策、推理结论正确为条件的)。前者使 X 的边界向外扩展，后者使 X 的边界向里收缩。显然，集合 X 具有动态特性。

因此，针对问题集的不确定性和动态性，本文在直觉模糊集理论和 S-粗集理论的基础上，给出直觉模糊 S-粗集定义。

定义 1(单向直觉模糊 S-集合) 给定 U, F 是定义在 U 上的元素迁移族，$F=\{f_1, f_2, \cdots, f_m)$，称 $A^0\subset U$ 是 U 上的一个单向直觉模糊奇异集合(one direction Intuitionistic Fuzzy Singular set)，简称单向直觉模糊 S-集合，即

$A^0=A\cup A^f=\{x, A(x)\mid x\in X\}\cup\{u\mid u\dot{\in} U, u\overline{\in} A, f(u)=x=A\}$

定义 2(单向直觉模糊 S-粗集) 设 A^0 是 U 上的单向直觉模糊 S-集合，$A^0\subset U$，则 A^0 的下近似$\underline{A}^0_{(R,F)}(x)$和上近似

到稿日期：2008-07-31 返修日期：2008-10-16 本文受国家自然科学基金(60773209)，陕西省自然科学基金(2006F18)资助。

胡军红(1978－)，女，博士研究生，主要研究方向为智能信息处理与智能决策，E-mail：hujunhong0610@163.com；雷英杰(1956－)，男，教授，博士生导师，主要研究方向为智能信息处理与智能决策等。

$\overline{A}^0_{(R,F)}(x)$定义为$U$上的一对直觉模糊集合，用隶属函数分别表示为：

$\underline{A}^0_{(R,F)}(x)=\{\langle x,\inf\{\mu_y\mid y\in[x]_R\},\sup\{\gamma_y\mid y\in[x]_R\}\rangle\mid x\in U\}$

$\overline{A}^0_{(R,F)}(x)=\{\langle x,\sup\{\mu_y\mid y\in[x]_R\},\inf\{\gamma_y\mid y\in[x]_R\}\rangle\mid x\in U\}$

若$\underline{A}^0_{(R,F)}(x)=\overline{A}^0_{(R,F)}(x)$，则称$A^0$是可定义的。否则称$(\underline{A}^0_{(R,F)}(x),\overline{A}^0_{(R,F)}(x))$是$A^0\subset U$的单向直觉模糊奇异粗集(one direction Intuitionistic Fuzzy Singular Rough set)，简称单向直觉模糊S-粗集。

定义3(双向直觉模糊S-集合) 给定U，$\boldsymbol{F}=F\cup\overline{F}$，$F,\overline{F}$是定义在U上的元素迁移族，$F=\{f_1,f_2,\cdots,f_m\}$，$\overline{F}=\{\overline{f}_1,\overline{f}_2\cdots,\overline{f}_n\}$，称$A^*\subset U$是$U$上的一个双向直觉模糊奇异集合(two direction Intuitionistic Fuzzy Singular sets)，简称双向直觉模糊S-集合，即

$A^*=A'\cup\{u\mid u\in U,u\overline{\in}A,f(u)=x\in A\}$

称A'是$A\subset U$的亏集，而且

$A'=A-\{x\mid x\in A,\overline{f}(x)=u\overline{\in}A\}$

称$A^{\overline{f}}$是$A\subset U$的$\overline{f}$-萎缩，而且

$A^{\overline{f}}=\{x\mid x\in A,\overline{f}(x)=u\overline{\in}A\}$

定义4(双向直觉模糊S-粗集) 设A^*是U上的双向直觉模糊S-集合，$A^*\subset U$，则A^*的下近似$\underline{A}^*_{(R,F)}(x)$和上近似$\overline{A}^*_{(R,F)}(x)$定义为$U$上的一对直觉模糊集合，其隶属函数分别定义为

$\underline{A}^*_{(R,F)}(x)=\{\langle x,\inf\{\mu_y\mid y\in[x]_R\},\sup\{\gamma_y\mid y\in[x]_R\}\rangle\mid x\in U\}$

$\overline{A}^*_{(R,F)}(x)=\{\langle x,\sup\{\mu_y\mid y\in[x]_R\},\inf\{\gamma_y\mid y\in[x]_R\}\rangle\mid x\in U\}$

若$\underline{A}^*_{(R,F)}(x)=\overline{A}^*_{(R,F)}(x)$，则称$A^*$是可定义的。否则，称$(\underline{A}^*_{(R,F)}(x),\overline{A}^*_{(R,F)}(x))$是$A^*\subset U$的双向直觉模糊奇异粗集(two direction Intuitionistic Fuzzy Singular Rough sets)，简称双向直觉模糊S-粗集。

以下我们以单向直觉模糊S-粗集为例进行讨论，给出单向直觉模糊S-粗集的基本运算、扩展运算及性质。将论域A^0扩展为论域A^*，可以类似得到双向直觉模糊S-粗集的基本运算、扩展运算及性质。

定义5(直觉模糊S-粗集基本运算) 设A'和B'是给定论域A^0上的单向直觉模糊S-粗集子集，则有

(1) $A'\cap B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)\wedge\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)\vee\gamma_{B'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

(2) $A'\cup B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)\vee\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)\wedge\gamma_{B'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

(3) $\overline{A}'=A'^c=\{\langle x,\gamma_{A'}(x),\mu_{A'}(x)\rangle\mid x\in A^0\}$

(4) $A'\subseteq B'\Leftrightarrow\forall x\in A^0,[\mu_{A'}(x)\leqslant\mu_{B'}(x)\wedge\gamma_{A'}(x)\geqslant\gamma_{B'}(x)]$

(5) $A'\subset B'\Leftrightarrow\forall x\in A^0,[\mu_{A'}(x)\langle\mu_{B'}(x)\wedge\gamma_{A'}(x)\rangle\gamma_{B'}(x)]$

(6) $A'=B'\Leftrightarrow\forall x\in A^0,[\mu_{A'}(x)=\mu_{B'}(x)\wedge\gamma_A(x)=\gamma_B(x)]$

3 直觉模糊S-粗集扩展运算

定义6(直觉模糊S-粗集扩展运算) 设A'和B'是给定论域A^0上的单向直觉模糊S-粗集子集，则有

(1) $A'+B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)+\mu_{B'}(x)-\mu_{A'}(x)\cdot\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)\cdot\gamma_{B'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

(2) $A'\cdot B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)\cdot\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)+\gamma_{B'}(x)-\gamma_{A'}(x)\cdot\gamma_{B'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

(3) $\Box A'=\{\langle x,\mu_{A'}(x),1-\mu_{A'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

(4) $\Diamond A'=\{\langle x,1-\gamma_{A'}(x),\gamma_{A'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

由上述定义中的(2)可以推知，

$A'^2=A'\cdot A'=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^2,1-(1-\gamma_{A'}(x))^2\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

$A'^3=A'^2\cdot A'=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^3,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^3\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

一般来说，对于正整数n，有

(5) $A'^n=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

容易验证，式子$0\leqslant[\mu_{A'}(x)]^n+1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\leqslant1$对于任意正实数$n$成立，故上面所定义的单向直觉模糊S-粗集子集$A^n$对于任意正实数$n$均成立。

对于任意正实数n，定义n与单向直觉模糊S-粗集A'的乘积nA'为：

(6) $nA'=\{\langle x,\mu_{nA'}(x),\gamma_{nA'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

其中$\mu_{nA'}(x)=1-[1-\mu_{A'}(x)]^n$，$\gamma_{nA'}(x)=[\gamma_{A'}(x)]^n$，即$nA'=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^n,[\gamma_{A'}(x)]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$。

4 直觉模糊S-粗集时态逻辑算子及运算性质

与模态逻辑中“必然”算子和“可能”算子相对应，时态逻辑中也有两个典型的逻辑算子“□(always)”和“◇(sometimes)”，当它们作用于直觉模糊S-粗集时，称为直觉模糊S-粗集时态逻辑算子。在此，令时态逻辑算子“□(always)”和“◇(sometimes)”作用于单向直觉模糊S-粗集，其含义为“$\Box A^0$”表示“永远有A^0”，“$\Diamond A^0$”表示“有时有A^0”。

作用于单向直觉模糊S-粗集上的时态逻辑算子运算之性质，可以概括为以下几个定理。

定理1 设A'是给定论域A^0上的单向直觉模糊S-粗集子集，n为一正实数，则有

(a) $\Box A'^n=(\Box A')^n$

(b) $\Diamond A'^n=(\Diamond A')^n$

证明：下面给出证明过程。

(a) $\Box A'^n=\Box\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-(1-\mu_{A'}(x))]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

$=(\{\langle x,\mu_{A'}(x),1-\mu_{A'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\})^n$

$=(\Box A')^n$

(b) $\Diamond A'^n=\Diamond\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,[1-\gamma_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle\mid\forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,1-\gamma_{A'}(x),\gamma_{A'}(x)\rangle\mid\forall x\in A^0\}^n$

$=(\Diamond A')^n$

定理2 设A'是给定论域A^0上的单向直觉模糊S-粗集子集，n为一正实数，则有

(a) $\Box nA'=n\Box A'$

(b) $\Diamond nA'=n\Diamond A'$

证明：下面给出详细的证明过程。

(a) $\Box nA' = \Box\{\langle x,\mu_{nA'}(x),\gamma_{nA'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$= \{\langle x,\mu_{nA'}(x),1-\mu_{nA'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$= \{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^n,[1-\mu_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$= n\{\langle x,\mu_{A'}(x),1-\mu_{A'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$= n\Box\{\langle x,\mu_{A'}(x),\gamma_{A'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$= n\Box A'$

(b) $\Diamond nA' = \Diamond\{\langle x,\mu_{nA'}(x),\gamma_{nA'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,1-\gamma_{nA}(x),\gamma_{nA}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,1-[\gamma_{A'}(x)]^n,[\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=n\{\langle x,1-\gamma_{A'}(x),\gamma_{A'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=n\Diamond A'$

单向直觉模糊 S-粗集的扩展运算之性质，可以概括为以下几个定理。

定理 3 设 A' 是给定论域 A^0 上的单向直觉模糊 S-粗集子集，n 为一正实数，则有

(a) 若 $\pi_{A'}(x)=0$，则 $\pi_{A'^n}(x)=0$；

(b) $A'^m\subseteq A'^n$，其中 m 和 n 是正实数且 $m\geqslant n$；

(c) 若 A' 是完全直觉模糊的，则 A'^n 也是完全直觉模糊的。

证明：下面给出证明过程。

(a) $\pi_{A'}(x)=0\Rightarrow\mu_{A'}(x)+\gamma_{A'}(x)=1$

$A'^n=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$\Leftrightarrow A'^n=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[\mu_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$\Leftrightarrow \pi_{A'^n}(x)=1-[\mu_{A'}(x)]^n-\{1-[\mu_{A'}(x)]^n\}=0$

(b) $A'^m=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^m,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^m\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$A'^n=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

因为 $m\geqslant n$ 且 $0\leqslant\mu_{A'}(x)\leqslant 1, 0\leqslant\gamma_{A'}(x)\leqslant 1$

所以 $[\mu_{A'}(x)]^m\leqslant[\mu_{A'}(x)]^n$ 且 $1-[1-\gamma_{A'}(x)]^m\geqslant 1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\Leftrightarrow A'^m\subseteq A'^n$

(c) 由定义可直接得知。

定理 4 设 A' 是给定论域 A^0 上的直觉模糊 S-粗集子集，n 为一正实数，则有

(a) 若 $\pi_{A'}(x)=0$，则 $\pi_{nA'}(x)=0$；

(b) $mA'\subseteq nA'$，其中 m 和 n 是正实数且 $m\leqslant n$；

(c) 若 A' 是完全直觉的，则 nA' 也是完全直觉的。

证明：下面给出详细的证明过程。

(a) $\pi_{A'}(x)=0\Rightarrow\mu_{A'}(x)+\gamma_{A'}(x)=1$

$nA'=\{\langle x,\mu_{nA'}(x),\gamma_{nA'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$\Leftrightarrow nA'=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^n,[\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$\Leftrightarrow\pi_{nA'}(x)=1-\{1-[1-\mu_{A'}(x)]^n\}-[\gamma_{A'}(x)]^n$

$\Leftrightarrow\pi_{nA'}(x)=[1-\mu_{A'}(x)]^n-[1-\mu_{A'}(x)]^n$

$\Leftrightarrow\pi_{nA'}(x)=0$

(b) $mA'=\{\langle x,\mu_{mA'}(x),\gamma_{mA'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$\Leftrightarrow mA'=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^m,[\gamma_A(x)]^m\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$nA'=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^n,[\gamma_A(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

因为 $m\leqslant n$ 且 $0\leqslant 1-\mu_{A'}(x)\leqslant 1, 0\leqslant\gamma_{A'}(x)\leqslant 1$

所以 $1-[1-\mu_{A'}(x)]^m\leqslant 1-[1-\mu_{A'}(x)]^n$ 且

$[\gamma_{A'}(x)]^m\geqslant[\gamma_{A'}(x)]^n\Leftrightarrow mA'\subseteq nA'$

(c) 由定义可直接得知。

定理 5 设 A',B' 是给定论域 A^0 上的直觉模糊 S-粗集子集，n 为一正实数，则有

(a) 若 $A'\subseteq B'$，则 $A'^n\subseteq B'^n$；

(b) 若 $A'\subseteq B'$，则 $nA'\subseteq nB'$；

(c) $(A'\cap B')^n=A'^n\cap B'^n$；

(d) $(A'\cup B')^n=A'^n\cup B'^n$；

(e) $n(A'\cap B')=nA'\cap nB'$；

(f) $n(A'\cup B')=nA'\cup nB'$；

证明：下面给出(a)，(b)，(c)，(f)的证明过程，其余证明类似。

(a) $A'\subseteq B'\Leftrightarrow\forall x\in A^0,[\mu_{A'}(x)\leqslant\mu_{B'}(x)\wedge\gamma_{A'}(x)\geqslant\gamma_{B'}(x)]$

$A'^n=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$B'^n=\{\langle x,[\mu_{B'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

因为 $[\mu_{A'}(x)]^n\leqslant[\mu_{B'}(x)]^n$ 且

$1-[1-\gamma_{A'}(x)]^n\geqslant 1-[1-\mu_{B'}(x)]^n$

所以 $A'^n\subseteq B'^n$，即 $A'\subseteq B'\Rightarrow A'^n\subseteq B'^n$

(b) $A'\subseteq B'\Leftrightarrow\forall x\in A^0,[\mu_{A'}(x)\leqslant\mu_{B'}(x)\wedge\gamma_{A'}(x)\geqslant\gamma_{B'}(x)]$

$nA'=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)]^n,[\gamma_{A'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$nB'=\{\langle x,1-[1-\mu_{B'}(x)]^n,[\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

因为 $1-[1-\mu_{A'}(x)]^n\leqslant 1-[1-\mu_{B'}(x)]^n$ 且

$[\gamma_{A'}(x)]^n\geqslant[\mu_{B'}(x)]^n$

所以 $nA'\subseteq nB'$，即 $A'\subseteq B'\Rightarrow nA'\subseteq nB'$

(c) $A'\cap B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)\wedge\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)\vee\gamma_{B'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$ $(A'\cap B')^n$

$=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)\wedge\mu_{B'}(x)]^n,1-[1-\gamma_{A'}(x)\vee\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)\wedge\mu_{B'}(x)]^n,1-[1-(1-\gamma_{A'}(x))\wedge(1-\gamma_{B'}(x))]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,[\mu_{A'}(x)]^n\wedge[\mu_{B'}(x)]^n,1-(1-\gamma_{A'}(x))^n]\vee[1-(1-\gamma_{B'}(x))^n]\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=A'^n\cap B'^n$

(f) $A'\cup B'=\{\langle x,\mu_{A'}(x)\vee\mu_{B'}(x),\gamma_{A'}(x)\wedge\gamma_{B'}(x)\rangle \mid \forall x\in A^0\}$ $n(A'\cup B')$

$=\{\langle x,1-[1-\mu_{A'}(x)\vee\mu_{B'}(x)]^n,[\gamma_{A'}(x)\wedge\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,1-[(1-\mu_{A'}(x))\wedge(1-\mu_{B'}(x))]^n,[\gamma_{A'}(x)\wedge\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=\{\langle x,[1-(1-\mu_{A'}(x))^n]\vee[1-(1-\mu_{B'}(x))^n],[\gamma_{A'}(x)]^n\wedge[\gamma_{B'}(x)]^n\rangle \mid \forall x\in A^0\}$

$=nA'\cup nB'$

结束语 直觉模糊集理论能够更加细腻地描述和刻画客观世界的模糊性本质，因而形成新的研究热点。国内仅有少数学者对直觉模糊集理论开展研究，且多局限于纯数学范畴。将直觉模糊集理论用于知识处理领域尚处在起步阶段。直觉模糊 S-粗集结合 S-粗集的动态特性，发展了直觉模糊集理论，在知识处理领域提供了理论支持和新的研究思想。

本文在直觉模糊 S-粗集基本运算的基础上，引入两个典型的作用于直觉模糊 S-粗集的时态逻辑算子，研究了直觉模糊 S-粗集上的若干扩展运算及其性质，将这些性质归结为一组定理，并给出详细的证明过程。从而进一步深化了直觉模糊 S-粗集时态逻辑算子理论基础，扩展了直觉模糊 S-粗集在知识处理领域中的应用。

（下转第 209 页）

1	FCM 算法	否	46	0.345434
	本文的 FCM 算法	是	11	0.091434
2	FCM 算法	是	18	0.060578
	本文的 FCM 算法	是	13	0.109996
3	FCM 算法	否	25	0.398679
	本文的 FCM 算法	是	15	0.174943
4	FCM 算法	否	19	0.43618
	本文的 FCM 算法	是	16	0.2973
5	FCM 算法	是	18	0.165696
	本文的 FCM 算法	是	12	0.119673
6	FCM 算法	是	48	0.129645
	本文的 FCM 算法	是	12	0.096729
7	FCM 算法	是	28	0.165567
	本文的 FCM 算法	是	14	0.128063
8	FCM 算法	否	42	0.362489
	本文的 FCM 算法	是	12	0.106727
9	FCM 算法	否	24	0.394597
	本文的 FCM 算法	是	12	0.244384
10	FCM 算法	否	28	0.425329
	本文的 FCM 算法	是	11	0.098775
11	FCM 算法	否	27	0.419897
	本文的 FCM 算法	是	13	0.147179
12	FCM 算法	是	18	0.185628
	本文的 FCM 算法	是	15	0.137559
13	FCM 算法	否	33	0.370963
	本文的 FCM 算法	是	14	0.262661
14	FCM 算法	否	33	0.635626
	本文的 FCM 算法	是	17	0.134647
15	FCM 算法	是	16	0.154437
	本文的 FCM 算法	是	11	0.114687
16	FCM 算法	否	80	0.372068
	本文的 FCM 算法	是	16	0.139304
17	FCM 算法	否	30	0.403245
	本文的 FCM 算法	是	14	0.092422
18	FCM 算法	是	27	0.203187
	本文的 FCM 算法	是	11	0.160997
19	FCM 算法	是	25	0.090149
	本文的 FCM 算法	是	11	0.101655
20	FCM 算法	否	55	0.387513
	本文的 FCM 算法	是	10	0.164109

其中，聚类中心的均方差计算公式为 $MSE=\sqrt{\sum_{i=1}^{c}\|\overline{\omega_i}-\omega_i\|^2}$，其中 $\overline{\omega_i}$ 为真实的聚类中心，ω_i 为所计算的聚类中心。实验结果表明，采用标准的 FCM 算法，有些时候不能找到得到正确的分类数据子集，从而陷入局部极小；而本文的 FCM 算法能够保证每次收敛的结果都是正确一致的，并且，当样本的可分性较好时，本文 FCM 算法可以大大减少迭代次数，节省运算时间。

结束语 本文通过简洁快速的初始聚类中心选取规则，变随机选取初始聚类中心为有目的地确定 FCM 算法的聚类中心，解决了 FCM 算法对初始值敏感且易陷入局部最优解的问题；并且在目标函数中考虑了各聚类中心之间的影响，这样在保证每一类数据的紧密性的同时可以确保不同类之间的分离度，还可以较好地避免所求取的聚类结果为局部最优解。仿真结果证明了此 FCM 算法的有效性和优越性。

参考文献

[1] Bezdek J C. Pattern Recognition with Fuzzy Objective Function Algorithms[M]. Plenum Press, NewYork, 1981

[2] Duda R, Hart P, Stork D. Pattern Classification (2 nd Edition) [M]. New York, USA: John Wiley& Sons, 2001

[3] Rose K, Gurewitz E, Fox GC. Constrained clustering as optimization method[J]. IEEE Trans. on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1993, 15(8): 785-794

[4] Krishnapuram R, Keller J M. A possibilistic approach to clustering[J]. IEEE Trans. Fuzzy Systems, 1993, 1(2): 98-110

[5] Timm H, Kruse R. A modification to improve possibilistic fuzzy cluster analysis[C]// Proc. of the 2002 IEEE Int'l Conf. on Fuzzy Systems, (2). Honululu: IEEE, 2002: 1460-1465

[6] Timm H, Borgelt C, Dorring C, et al. Fuzzy cluster analysis with cluster repulsion[C]// Proc. of the Eruopean Symp. On Intelligent Technologies, Tenerife. 2001. CD-ROM

[7] Ozdemir D, Akarun L. Fuzzy algorithms for combined quantization and dithering[J]. IEEE Trans. Image Processing, 2001, 10 (6): 923-931

[8] Wu Kuo-Lung, Yu Jian, Yang Miin-Shen. A novel fuzzy clustering algorithm based on a fuzzy scatter matrix with optimality tests[J]. Pattern Recognition Letters, 2005(26): 639-652

[9] 王涛，沈谦，冯焕清. 一种改进的模糊聚类算法[J]. 电路与系统学报，1999，4(1)：64-69

[10] 张新波. 两阶段模糊 C-均值聚类算法[J]. 电路与系统学报，2005，10(2)：117-121

[11] 张敏，于剑. 基于划分的模糊聚类算法[J]. 软件学报，2004，15(6)：859-868

[12] Yin Zhonghang, Tang Yuangang, Sun Fuchun, et al. Fuzzy Clustering with Novel Separable Criterion[J]. Tsinghua Science and Technology, 2006, 11(1): 50-53

[13] Berget I, Mevik B-H, Nas T. New modifications and applications of fuzzy C-means Methodology[J]. Computational statistics & data analysis, 2008(52): 2403-2418

(上接第 198 页)

参考文献

[1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information and Control, 1965, 8 (3): 338-353

[2] Atanassov K. Intuitionistic fuzzy sets [J]. Fuzzy Sets and Systems, 1986, 20(1): 87-96

[3] Pawlak Z. Rough sets [J]. International Journal of Computer and Information Sciences, 1982(11): 341-356

[4] Vauhgan P. Chu spaces as a semantic bridge between linear logic and mathematics [J]. Theoretical Computer Science, 2003, 294 (3): 439-471

[5] 雷英杰，王宝树. 直觉模糊逻辑的语义算子研究[J]. 计算机科学，2004，31(11)：4-6

[6] 王艳平，盖如栋. 直觉模糊逻辑算子的研究[J]. 辽宁工程技术大学学报：自然科学版，2002，21(3)：395-397

[7] 刘新. 直觉模糊时态逻辑算子及其性质[J]. 吉林师范大学学报：自然科学版，2003，24(2)：37-38，54

[8] 史开泉，崔玉泉. S-粗集和它的一般结构[J]. 山东大学学报：理学版，2002，37(6)：471-474

[9] 史开泉，崔玉泉. S-粗集与粗决策[M]. 北京：科学出版社，2006

[10] 张文修，吴伟志，梁吉业，等. 粗糙集理论与方法. 北京：科学出版社，2001