不完备模糊系统的优势关系粗糙集与知识约简

魏利华[1,2] 唐振民[1] 杨习贝[1] 祁云嵩[1]

（南京理工大学计算机科学与技术学院 南京210094）[1] （德雷塞尔大学信息科学与技术学院 费城PA19104）[2]

摘 要 以不完备模糊决策系统为研究对象，根据拓展的优势关系，构建了粗糙模糊集模型，以获取不完备模糊决策系统中的“at least”和“at most”决策规则。为了获取简化的“at least”和“at most”规则，在不完备模糊决策系统中，提出了两种相对约简（相对下近似约简与相对上近似约简）的概念，给出了求得这两种约简的判定定理及区分函数，并进行了实例分析。

关键词 不完备模糊决策系统，优势关系，粗糙模糊集，决策规则，相对约简

中图法分类号 TP181 **文献标识码** A

Dominance-based Rough Set Approach and Knowledge Reductions in Incomplete Fuzzy System

WEI Li-hua[1,2] TANG Zhen-min[1] YANG Xi-bei[1] QI Yun-song[1]

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)[1]

(College of Information Science & Technology, Drexel University, Philadelphia, Pa 19104, USA)[2]

Abstract A rough fuzzy set model was constructed in the incomplete fuzzy decision system by using an extended dominance relation. By the proposed rough fuzzy approximation, all “at least” and “at most” decision rules can be generated from the incomplete fuzzy decision system. Moreover, to obtain the simplified “at least” and “at most” rules, two types of knowledge reductions, the relative lower and upper approximate reducts are proposed. These two types of reducts are minimal subsets of the attributes, which preserve the membership degrees of the lower and upper approximations for an object in the universe respectively. The judgment theorems, discernible functions associated with these two reducts were also obtained. Some numerical examples were employed to substantiate the conceptual arguments.

Keywords Incomplete fuzzy decision system, Dominance relation, Rough fuzzy set, Decision rules, Relative reduct

1 引言

波兰学者Pawlak于上世纪80年代初提出的粗糙集理论[1-3]，近年来已被成功应用到模式识别[4]、医疗诊断[5]、Kansei工程[6]、市场决策[7]等众多领域。

众所周知，传统粗糙集模型是建立在不可分辨关系（自反、对称、传递）基础上的，因此它只能用于处理具有离散数据的信息系统。然而考虑到现实世界中广泛存在的模糊数据，目前已有许多研究者将传统的粗糙集模型在模糊环境[8-10]中进行了推广，提出了各种不同的模糊粗糙集与粗糙模糊集模型。但值得注意的是，这些工作仅仅假设模糊信息系统中所有属性均为常规属性，并未考虑到不同属性值之间的偏序关系。为解决这个问题，Greco将优势关系的概念[11,12]引入到模糊信息系统中，提出了基于优势关系的粗糙模糊集模型[13]。这种粗糙模糊方法不同于传统的粗糙模糊和模糊粗糙技术，它没有使用任何模糊连接词（如t-norm，t-conorm，模糊蕴涵），因为它是建立在不同模糊隶属度的偏序关系的基础上的。

本文的研究对象为不完备模糊信息系统，即模糊信息系统中出现了未知属性值。笔者认为未知属性值仅仅是被遗漏的，但它又是确实存在的。换句话说，就是由于知识不精确，迫使人们去处理只有部分信息的不完备信息系统，各个个体对象具有潜在的完备信息，而当前只是遗漏了这些值[14]。因而在不完备模糊系统中，未知属性值可被认为是与其他任何的已知属性值都是可以比较的。根据这样的解释，利用扩展的优势关系，笔者在不完备模糊决策系统中构建了基于优势关系的粗糙模糊集模型。根据这样的粗糙模糊集模型，可以获取不完备模糊决策系统中所有的“at least”和“at most”决策规则。进一步地，为了简化“at least”和“at most”决策规则，笔者提出了两种相对约简的概念：相对下近似约简与相对上近似约简。这两个约简分别是保持某个对象属于模糊决策的下、上近似隶属度不变的最小属性子集。

本文第2节简要介绍不完备模糊信息系统及其中的扩展优势关系，第3节根据扩展的优势关系构建了不完备模糊决策系统中的粗糙模糊集，并对其性质进行了讨论，第4节提出了相对下、上近似约简的概念，并给出了求得这些约简的具体操作手段，最后总结全文。

到稿日期：2008-07-24 返修日期：2008-10-21 本文受国家自然科学基金（60632050），浙江省教育厅科研项目（Y200805349）资助。

魏利华（1970—），女，博士生，副教授，主要研究方向为智能信息、粗糙集理论等，E-mail：weilihua18@163.com；唐振民（1961—），男，博士，教授，博士生导师，主要研究方向为模式识别与智能系统等；杨习贝（1980—），男，博士生，主要研究方向为智能信息处理、粗糙集理论等；祁云嵩（1967—），博士生，副教授，主要研究方向为生物信息、粗糙集理论。

2 基本概念

2.1 不完备模糊信息系统

信息系统可表示为一个四元组 $S=\langle U,AT,V,f\rangle$，其中 U 是一个被称为论域的非空有限对象集合；AT 表示一个非空有限的属性集合，对于 $\forall a\in AT:U\rightarrow V_a$，其中 V_a 是属性 a 的值域；V 为全体属性的值域，$V=V_{AT}=\bigcup_{a\in AT}V_a$；$\forall x\in U$，$f(x,a)$ 表示对象 x 在属性 $a(a\in AT)$ 上的取值。

模糊信息系统是指信息系统中的对象为模糊对象(对象的属性值为模糊表示)。比如，一个模糊信息系统可表示为 $S=\langle U,AT,V,f\rangle$，$AT$ 指的是模糊属性集，V 指的是所有模糊属性的值域，即 $V=[0,1]$。对 $\forall a\in AT,x\in U$，有 $f(x,a)\in[0,1]$。

不完备模糊信息系统是指模糊信息系统中的某些对象具有未知的属性值。本文中，一个不完备模糊信息系统仍然记成 $S=\langle U,AT,V,f\rangle$，未知属性值用“$*$”表示，此时，$V=[0,1]\cup\{*\}$。

例 1 表 1 是一个不完备模糊信息系统，其中 $U=\{x_1,x_2,\cdots,x_{10}\}$，属性集合 $AT=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$。

表 1 不完备模糊信息系统的示例

U	a1	a2	a3	a4
x1	0.9	*	0.2	0.7
x2	0.9	0.2	0.2	0.1
x3	0.1	0.1	0.1	0.9
x4	0.0	0.9	*	0.8
x5	0.1	0.1	1.0	0.8
x6	*	0.2	0.9	0.1
x7	0.0	0.1	0.9	0.2
x8	0.9	0.9	0.1	1.0
x9	0.8	0.4	1.0	1.0
x10	0.0	1.0	1.0	*

2.2 优势关系

在不完备模糊信息系统中，笔者认为未知属性值仅仅是遗漏的，但它们实际上是存在的，因而这些未知值可与其它任何属性值进行比较。根据这一解释，可构建如下所示的优势关系。

定义 1 令 S 是一个不完备模糊信息系统，基于属性集 AT 的优势关系定义为：

$$D(AT)=\{(x,y)\in U^2:\forall a\in AT,f(x,a)\geqslant f(y,a)\vee f(x,a)=*\vee f(y,a)=*\}$$

由于未知属性值的存在，优势关系 $D(AT)$ 仅仅是自反的，但它不一定是对称和传递的。定义 1 所示的优势关系类似于文献[15]中提出的扩充优势关系，不同之处在于文献[15]中的优势关系是在不完备信息系统中基于离散数据构建的，而本文中的 $D(AT)$ 是在含有模糊数据的不完备信息系统中构建的。

定理 1 令 S 是一个不完备模糊信息系统，若 $A\subseteq AT$，则 $D(AT)\subseteq D(A)$。

例 2 接例 1，由定义 1，有

$$D(AT)=\{(x_1,x_1),(x_1,x_2),(x_2,x_2),(x_3,x_3),(x_4,x_4),(x_4,x_6),(x_4,x_7),(x_5,x_5),(x_5,x_7),(x_6,x_2),(x_6,x_6),(x_7,x_7),(x_8,x_3),(x_8,x_4),(x_8,x_8),(x_9,x_3),(x_9,x_5),(x_9,x_6),(x_9,x_7),(x_9,x_9),(x_{10},x_4),(x_{10},x_6),(x_{10},x_7),(x_{10},x_{10})\}$$

由于未知属性值的存在，对于 $\forall(x,y)\in D(AT)$，x 被认为可能是优于 y 的，而 y 则被认为可能是劣于 x 的。因而根据优势关系 $D(AT)$，对于 $\forall x\in U$，可构建如下所示的两个集合：

$D_{AT}(x)^+=\{y\in U:(y,x)\in D(AT)\}$ 是所有可能优于 x 的对象的集合；

$D_{AT}(x)^-=\{y\in U:(x,y)\in D(AT)\}$ 是所有可能劣于 x 的对象的集合。

3 不完备模糊决策表和粗糙模糊近似

一个不完备模糊决策系统是一个不完备模糊信息系统 $S^D=\langle U,AT\cup d,V,f\rangle$，其中 $d\notin AT$。d 是一完备模糊属性，称为模糊决策属性，AT 称为模糊条件属性集合，因此 $V=V_{AT}\cup V_d$。

例 3 表 2 为一个不完备模糊决策系统，其中 $AT=\{a_1,a_2,a_3,a_4\}$ 是模糊条件属性集，d 是一个模糊决策属性。

表 2 不完备模糊决策系统的示例

U	a1	a2	a3	a4	d
x1	0.9	*	0.2	0.7	0.7
x2	0.9	0.2	0.2	0.1	0.8
x3	0.1	0.1	0.1	0.9	0.0
x4	0.0	0.9	*	0.8	0.5
x5	0.1	0.1	1.0	0.8	0.4
x6	*	0.2	0.9	0.1	0.3
x7	0.0	0.1	0.9	0.2	0.0
x8	0.9	0.9	0.1	1.0	0.6
x9	0.8	0.4	1.0	1.0	0.9
x10	0.0	1.0	1.0	*	0.0

定义 2 令 S^D 为一不完备模糊决策系统，d 关于 AT 的下近似是一个模糊集 $\underline{AT}(d)$，对于 $\forall x\in U$，x 的下近似隶属度函数记为 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$，且

$$\mu_{\underline{AT}(d)}(x)=\inf_{y\in D_{AT}(x)^+}\{f(y,d)\}$$

d 关于 AT 的上近似是一个模糊集 $\overline{AT}(d)$，对于 $\forall x\in U$，x 的上近似隶属度函数记为 $\mu_{\overline{AT}(d)}(x)$，且

$$\mu_{\overline{AT}(d)}(x)=\sup_{y\in D_{AT}(x)^-}\{f(y,d)\}$$

$[\underline{AT}(d),\overline{AT}(d)]$ 是模糊决策 d 基于优势关系的粗糙模糊集(Dominance-based Rough Fuzzy Set, DRFS)。

例 4 以表 2 为例，根据定义 2，可得如表 3 所列的结果。

表 3 表 2 中决策属性的下、上近似

	x1	x2	x3	x4	x5	x6	x7	x8	x9	x10
$\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$	0.7	0.3	0.0	0.0	0.4	0.0	0.0	0.6	0.9	0.0
$\mu_{\overline{AT}(d)}(x)$	0.8	0.8	0.0	0.5	0.4	0.8	0.0	0.6	0.9	0.5

定理 2 令 S^D 为一不完备模糊决策系统，有

1) $\underline{AT}(d)\subseteq d\subseteq\overline{AT}(d)$；

2) $d_1\subseteq d_2\Rightarrow\underline{AT}(d_1)\subseteq\underline{AT}(d_2)$，$\overline{AT}(d_1)\subseteq\overline{AT}(d_2)$；

3) $A\subseteq AT\Rightarrow\underline{A}(d)\subseteq\underline{AT}(d)$，$\overline{A}(d)\supseteq\overline{AT}(d)$；

4) $\underline{AT}(d_1\cap d_2)\subseteq\underline{AT}(d_1)\cap\underline{AT}(d_2)$，$\underline{AT}(d_1\cup d_2)\supseteq\underline{AT}(d_1)\cup\underline{AT}(d_2)$，$\overline{AT}(d_1\cap d_2)\subseteq\overline{AT}(d_1)\cap\overline{AT}(d_2)$，$\overline{AT}(d_1\cup d_2)\supseteq\overline{AT}(d_1)\cup\overline{AT}(d_2)$。

证明：1)可直接从定义 2 得到。

2)因为 $d_1\subseteq d_2$，所以对 $\forall y\in D_{AT}(x)^+$，有 $f(y,d_1)\leqslant f$

(y,d_2)，从而 $\mu_{\underline{AT}(d_1)}(x)\leqslant\mu_{\underline{AT}(d_2)}(x)$，即$\underline{AT}(d_1)\subseteq\underline{AT}(d_2)$。类似地，不难证明$\overline{AT}(d_1)\subseteq\overline{AT}(d_2)$。

3)由于 $A\subseteq AT$，因而对$\forall x\in U$，有 $D_{AT}(x)^+\subseteq D_A(x)^+$，即 $\mu_{\underline{A}(d)}(x)\leqslant\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$，$\underline{A}(d)\subseteq\underline{AT}(d)$。类似地，易证$\overline{A}(d)\supseteq\overline{AT}(d)$。

4)根据 2)有$\underline{AT}(d_1\cap d_2)\subseteq\underline{AT}(d_1)$，且$\underline{AT}(d_1\cap d_2)\subseteq\underline{AT}(d_2)$，所以有$\underline{AT}(d_1\cap d_2)\subseteq\underline{AT}(d_1)\cap\underline{AT}(d_2)$。

其它公式的证明类似。

4 决策规则与相对近似约简

根据 DRFS 模型，可以从不完备模糊决策系统中获取决策规则(if-then 规则)。对$\forall x\in U$，可生成两种不同的决策规则：

• “at least”规则

若对任意 $a\in AT$，有 $f(y,a)\geqslant f(x,a)$，则 $f(y,d)\geqslant\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$。

• “at most”规则

若对任意 $a\in AT$，有 $f(y,a)\leqslant f(x,a)$，则 $f(y,d)\leqslant\mu_{\overline{AT}(d)}(x)$。

例 5　接例 4，以 x_1 为例，因为 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x_1)=0.7$，所以可得如下所示的“at least”规则：

• $f(y,a_1)\geqslant0.9\wedge f(y,a_2)\geqslant*\wedge f(y,a_3)\geqslant0.2\wedge f(y,a_4)\geqslant0.7\rightarrow f(y,d)\geqslant0.7$。

类似地，因为 $\mu_{\overline{AT}(d)}(x_2)=0.8$，所以可得到如下所示的“at most”规则：

• $f(y,a_1)\leqslant0.9\wedge f(y,a_2)\leqslant*\wedge f(y,a_3)\leqslant0.2\wedge f(y,a_4)\leqslant0.7\rightarrow f(y,d)\leqslant0.8$。

知识约简是粗糙集理论中的一个核心问题，借助知识约简能去除冗余知识，从而得到简化的规则。近年来，很多学者在不完备信息系统中为了获取不同类型的决策规则而提出了各种不同的知识约简方法[12,15-19]。笔者将提出两种新的相对约简概念来获取简化的“at least”和“at most”规则。

定义 3　令 S^D 为一不完备模糊决策系统，$A\subseteq AT$，对于$\forall x\in U$，定义：

1)A 是 x 的相对下近似约简，当且仅当 $\mu_{\overline{AT}(d)}(x)=\mu_{\underline{A}(d)}(x)$，且对$\forall B\subset A$，$\mu_{\underline{A}(d)}(x)\neq\mu_{\underline{B}(d)}(x)$。

2)A 是 x 的相对上近似约简，当且仅当 $\mu_{\overline{AT}(d)}(x)=\mu_{\overline{A}(d)}(x)$，且对$\forall B\subset A$，$\mu_{\overline{B}(d)}(x)\neq\mu_{\overline{A}(d)}(x)$。

由以上定义可知，x 的相对下、上近似约简分别是保持 x 的下、上近似隶属度不发生变化的最小属性子集。x 的所有下、上近似约简的集合分别记为 $Red_L(x)$和 $Red_H(x)$。

定义 4　令 S^D 为一不完备模糊决策系统，对$\forall x,y\in U$，定义：

$$D^L_{AT}(x,y)=\begin{cases}\{a\in AT:(y,x)\notin D(a)\}:\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)\\ AT:\text{otherwise}\end{cases}$$

$$D^H_{AT}(x,y)=\begin{cases}\{a\in AT:(x,y)\notin D(a)\}:\mu_{\overline{AT}(d)}(x)<f(y,d)\\ AT:\text{otherwise}\end{cases}$$

$D^L_{AT}(x,y)$和 $D^H_{AT}(x,y)$分别指对象对(x,y)的下、上近似区分集。

定理 3　令 S^D 为一不完备模糊决策系统，$A\subseteq AT$，对于$\forall x\in U$，有

1)$\mu_{\underline{AT}(d)}(x)=\mu_{\underline{A}(d)}(x)\Leftrightarrow A\cap D^L_{AT}(x,y)\neq\varnothing(\forall y\in U,\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d))$；

2)$\mu_{\overline{AT}(d)}(x)=\mu_{\overline{A}(d)}(x)\Leftrightarrow A\cap D^H_{AT}(x,y)\neq\varnothing(\forall y\in U,\mu_{\overline{AT}(d)}(x)<f(y,d))$。

证明：1)“$\Rightarrow$”：假设存在 $y\in U$ 且 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)$，使得 $A\cap D^L_{AT}(x,y)=\varnothing$，则$(y,x)\in D(A)$。由定义 2 可知，$\mu_{\underline{A}(d)}(x)\leqslant f(y,d)$。又因为有 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)=\mu_{\underline{A}(d)}(x)$，所以 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)\leqslant f(y,d)$，这与 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)$矛盾。

“$\Leftarrow$”：因为 $A\subseteq AT$，所以由定理 2 可得 $\mu_{\underline{A}(d)}(x)\leqslant\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$。假设 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)\neq\mu_{\underline{A}(d)}(x)$，则 $\mu_{\underline{A}(d)}(x)<\mu_{\underline{AT}(d)}(x)$，此时必定存在 $y\in U$，使得$(y,x)\in D(A)$且 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)$，即 $A\cap D^L_{AT}(x,y)=\varnothing$。综上所述，可得如下结论：对$\forall y\in U$，如果 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)$且 $A\cap D^L_{AT}(x,y)\neq\varnothing$，则 $\mu_{\underline{AT}(d)}(x)=\mu_{\underline{A}(d)}(x)$。

2)的证明过程与 1)类似。

定义 5　令 S^D 为一不完备模糊决策系统，定义

$$\Delta_L(x)=\bigwedge_{y\in U}\vee D^L_{AT}(x,y)=\bigwedge_{y\in U\wedge\mu_{\underline{AT}(d)}(x)>f(y,d)}\vee D^L_{AT}(x,y)$$

$$\Delta_H(x)=\bigwedge_{y\in U}\vee D^H_{AT}(x,y)=\bigwedge_{y\in U\wedge\mu_{\overline{AT}(d)}(x)<f(y,d)}\vee D^H_{AT}(x,y)$$

$\Delta_L(x)$和 $\Delta_H(x)$分别指 x 的相对下、上近似区分函数。

由定理 3，根据布尔推理技术易得如下所示的定理 4。

定理 4　令 S^D 为一不完备模糊决策系统，若 $A\subseteq AT$，则 A 是 x 的下(上)近似约简$\Leftrightarrow\wedge A$ 是 $\Delta_L(x)(\Delta_H(x))$的基本蕴涵项。

例 6　在表 2 中，以 x_1 为例。由定理 4 有

$D^L_{AT}(x_1,x_1)=AT$，$D^L_{AT}(x_1,x_2)=AT$，$D^L_{AT}(x_1,x_3)=\{a_1,a_3\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_4)=\{a_1\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_5)=\{a_1\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_6)=\{a_4\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_7)=\{a_1,a_4\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_8)=\{a_3\}$，$D^L_{AT}(x_1,x_9)=AT$，$D^L_{AT}(x_1,x_{10})=\{a_1\}$

由定义 5 和定理 4 可得，$\Delta_L(x_1)=a_1\wedge a_3\wedge a_4$，$\{a_1,a_3,a_4\}$是 x_1 的相对下近似约简，从下近似约简中可得到简化的“at least”规则：

$R_1^{\uparrow}:f(y,a_1)\geqslant0.9\wedge f(y,a_3)\geqslant0.2\wedge f(y,a_4)\geqslant0.7\rightarrow f(y,d)\geqslant0.7$

类似地，可计算其它对象的相对下近似约简和上近似约简如下：

$Red_L(x_2)=\{a_1\}$，$Red_L(x_3)=AT$，$Red_L(x_4)=AT$，$Red_L(x_5)=\{\{a_1,a_3\}\}$，$Red_L(x_6)=AT$，$Red_L(x_7)=AT$，$Red_L(x_8)=\{\{a_1,a_2\},\{a_1,a_4\}\}$，$Red_L(x_9)=\{\{a_1,a_3\}\}$，$Red_L(x_{10})=AT$

$Red_H(x_1)=\{\{a_3,a_4\}\}$，$Red_H(x_2)=\{\{a_2\},\{a_3\},\{a_4\}\}$，$Red_H(x_3)=\{\{a_2,a_3\}\}$，$Red_H(x_4)=\{a_1\}$，$Red_H(x_5)=\{a_1,a_2\}$，$Red_H(x_6)=\{\{a_2\},\{a_3\},\{a_4\}\}$，$Red_H(x_7)=\{\{a_1,a_2\},\{a_2,a_4\}\}$，$Red_H(x_8)=\{a_3\}$，$Red_H(x_9)=AT$，$Red_H(x_{10})=\{a_1\}$

根据上述结果，可以获取表 2 中所有简化的“at least”决策规则如下所示：

$R_2^{\uparrow}:f(y,a_1)\geqslant0.9\rightarrow f(y,d)\geqslant0.3$

$R_3^{\uparrow}:f(y,a_1)\geqslant0.1\wedge f(y,a_2)\geqslant0.1\wedge f(y,a_3)\geqslant0.1\wedge f(y,a_4)\geqslant0.9\rightarrow f(y,d)\geqslant0.0$

$R_4^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.0 \wedge f(y,a_2)\geqslant 0.9 \wedge f(y,a_3)\geqslant * \wedge f(y,a_4)\geqslant 0.8 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.0$

$R_5^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.1 \wedge f(y,a_3)\geqslant 1.0 < f(y,d)\geqslant 0.4$

$R_6^{\geqslant}: f(y,a_2)\geqslant 0.2 \wedge f(y,a_3)\geqslant 0.9 \wedge f(y,a_4)\geqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.0$

$R_7^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.0 \wedge f(y,a_2)\geqslant 0.1 \wedge f(y,a_3)\geqslant 0.9 \wedge f(y,a_4)\geqslant 0.2 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.0$

$R_8^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.9 \wedge f(y,a_2)\geqslant 0.9 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.6$

$R_9^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.9 \wedge f(y,a_4)\geqslant 1.0 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.6$

$R_{10}^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.8 \wedge f(y,a_3)\geqslant 1.0 \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.9$

$R_{11}^{\geqslant}: f(y,a_1)\geqslant 0.0 \wedge f(y,a_2)\geqslant 1.0 \wedge f(y,a_3)\geqslant 1.0 \wedge f(y,a_4)\geqslant * \rightarrow f(y,d)\geqslant 0.0$

表 2 中所有简化的“at most”决策规则如下所示：

$R_1^{\leqslant}: f(y,a_3)\leqslant 0.2 \wedge f(y,a_4)\leqslant 0.7 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.8$

$R_2^{\leqslant}: f(y,a_2)\leqslant 0.2 \vee f(y,a_3)\leqslant 0.2 \vee f(y,a_4)\leqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.8$

$R_3^{\leqslant}: f(y,a_2)\leqslant 0.1 \wedge f(y,a_3)\leqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.0$

$R_4^{\leqslant}: f(y,a_1)\leqslant 0.0 \wedge f(y,d)\leqslant 0.5$

$R_5^{\leqslant}: f(y,a_1)\leqslant 0.1 \wedge f(y,a_2)\leqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.4$

$R_6^{\leqslant}: f(y,a_2)\leqslant 0.2 \vee f(y,a_3)\leqslant 0.9 \vee f(y,a_4)\leqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.8$

$R_7^{\leqslant}: f(y,a_1)\leqslant 0.0 \wedge f(y,a_2)\leqslant 0.1 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.0$

$R_8^{\leqslant}: f(y,a_2)\leqslant 0.1 \wedge f(y,a_4)\leqslant 0.2 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.0$

$R_9^{\leqslant}: f(y,a_3)\leqslant 0.1 \wedge f(y,d)\leqslant 0.6$

$R_{10}^{\leqslant}: f(y,a_1)\leqslant 0.8 \wedge f(y,a_2)\leqslant 0.4 \wedge f(y,a_3)\leqslant 1.0 \wedge f(y,a_4)\leqslant 1.0\ (f(y,d)\leqslant 0.9$

$R_{11}^{\leqslant}: f(y,a_1)\leqslant 0.0 \rightarrow f(y,d)\leqslant 0.5$

结束语 本文在具有未知属性值的模糊决策系统中，根据优势关系，扩展了文献[13]提出的粗糙模糊集模型。在此基础上笔者提出了两种知识约简的概念，即相对下(上)近似约简，同时给出了用以计算这些约简的判定定理和区分函数，从而可以从不完备模糊决策系统中获取简化的“at least”和“at most”规则。综上，本文工作为从不完备系统中获取知识，提供新的理论方法和技术手段。

下一步的研究方向是对更为复杂的模糊系统(如不完备模糊区间值信息系统)中基于优势关系的粗糙集问题进行讨论。

参 考 文 献

[1] Pawlak Z. Rough sets-theoretical aspects of reasoning about data [M]. Netherlands: Kluwer Academic Publishers, 1991

[2] Pawlak Z. Rough sets and intelligent data analysis[J]. Information Sciences, 2002, 147(1): 1-12

[3] Pawlak Z, Skowron A. Rudiments of rough sets[J]. Information Sciences, 2007, 177(1): 3-27

[4] Swiniarski R W, Skowron A. Rough set method in feature selection and recognition[J]. Pattern Recognition Letter, 2003, 24 (6): 833-849

[5] Li H L, Chen M H. Induction of multiple criteria optimal classification rules for biological and medical data[J]. Computers in Biology and Medicine, 2008, 38(1): 42-52

[6] Zhai L Y, Khoo L P, Zhong Z W. A dominancebased rough set approach to kansei engineering in product development[J]. Expert Systems with Applications, doi: 10.1016/j.eswa.2007.09.041

[7] Shen L X, Loh H T. Applying rough sets to market timing decisions[J]. Decision Support Systems, 2004, 37(4): 583-597

[8] Wu W Z, Zhang W X, Li H Z. Knowledge acquisition in incomplete fuzzy information systems via the rough set approach[J]. Expert Systems, 2003, 20(5): 280-286

[9] Wang X X, Tsang E C C, Zhao S Y, et al. Learning fuzzy rules from fuzzy samples based on rough set technique[J]. Information Sciences, 2007, 177(20): 4493-4514

[10] Mieszkowicz - Rolka A , Rolka L . Fuzziness in information systems[J]. Electronic Notes in Theoretical Computer Science, 2003, 82(4): 164-173

[11] Greco S, Matarazzo B, Słowi'nski R. Rough approximation by dominance relations[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2002, 17(2): 153-171

[12] Yang X B, Yang J Y, Wu C, et al. Dominance-based rough set approach and knowledge reductions in incomplete ordered information system[J]. Information Sciences, 2008, 178(4): 1219-1234

[13] Greco S, Inuiguchi M, Słowi'nski R. Fuzzy rough sets and multiple-premise gradual decision rules[J]. International Journal of Approximate Reasoning, 2006, 41(2): 179-211

[14] 王国胤. Rough集理论在不完备信息系统中的扩充[J]. 计算机研究与发展, 2002, 39(10): 1238-1243

[15] Shao M W, Zhang W X. Dominance relation and rules in an incomplete ordered information system[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2005, 20(1): 13-27

[16] Leung Y, Li D Y. Maximal consistent block technique for rule acquisition in incomplete information systems[J]. Information Sciences, 2003, 153(1): 85-106

[17] 杨习贝, 於东军, 吴陈, 等. 不完备信息系统中基于相似关系的知识约简[J]. 计算机科学, 2008, 35(2): 163-165

[18] Wu W Z. Attribute reduction based on evidence theory in incomplete decision systems[J]. Information Sceinces, 2008, 178(5): 1355-1371

[19] Zhang W X, Mi J S. Incomplete information system and its optimal selections[J]. Computers & Mathematics with Applications, 2004, 48(5/6): 691-698

(上接第 187 页)

[9] Golbeck J, Parsia B, Hendler J. Trust networks on the semantic Web[C] // Proceedings of Seventh International Workshop on Cooperative Intelligent Agents CIA'03. Helsinki, Finland, Aug. 2003

[10] Hussain F K, Chang E, Dillon T S. Trust Ontology for Service-Oriented Environment[C] // Proceeding of AICCSA 2006, ACS/IEEE Inter -national Conference on Computer Systems and Applications. Los Alamitos, IEEE Computer Society Press, 2006: 320-325

[11] Gambetta D. Can We Trust Trust[C] // Gambetta D, ed. Trust: Making and Breaking Cooperative Relations. Oxford: Basil Blackwell, 1990: 213-238

[12] Choi Namyoun, Song Il-Yeol, Han Hyoil. A Survey on Ontology Mapping[J]. SIGMOD Record, 2006, 35(3)