

基于非参数平滑的 OFDM 系统信道估计算法

杨永立¹ 朱光喜^{1,2} REMI Tassing¹ 苏 钢¹

(华中科技大学电子与信息工程系 武汉 430074)¹ (武汉国家光电实验室 武汉 430074)²

摘 要 研究了双衰落信道下正交频分复用(Orthogonal Frequency Division Multiplexing, OFDM)系统中信道估计的非参数方法。提出的方案首先利用梳状导频或散布导频和最小二乘算法估计出导频处的信道频率响应并进行简单的分段线性插值,然后用基于非参数统计方法的 Savitzky-Golay 平滑滤波器对插值后的信道估计值进行非参数平滑。与传统信道估计算法相比,算法大大降低了信道估计的均方误差、系统的误符号率和计算复杂度,运算量仅正比于有效子载波数,且对多普勒频移具有很强的鲁棒性。数值仿真结果证明了上述结论的正确性。统计检验结果表明,该算法在最小二乘意义下是最优的。

关键词 非参数平滑,局部最小二乘回归, Savitzky-Golay 平滑滤波器,信道估计

中图分类号 TN911.23 **文献标识码** A

Nonparametric Smoothing-based Channel Estimation for OFDM Systems

YANG Yong-li¹ ZHU Guang-xi^{1,2} REMI Tassing¹ SU Gang¹

(Department of Electronics and Information Engineering, Huazhong Univ. of Science and Technology, Wuhan 430074, China)¹

(Wuhan National Lab. of Optoelectronics, Wuhan 400044, China)²

Abstract A nonparametric smoothing technique based least-Square (LS) channel estimation scheme for mobile Orthogonal Frequency Division Multiplexing (OFDM) communication systems over the doubly selective fading channel was investigated. In the proposed method, the doubly selective fading channel is firstly estimated via pilots arranged in block-type, comb-type or distributed pilot scheme, piece-wise linear interpolated and at last smoothed by nonparametric Savitzky-Golay smoothing filter. The last smoothing procedure greatly decreases the estimation error introduced by channel noise and interpolation error so achieves better mean square error (MSE) performance and symbol error rate (SER) performance than the conventional interpolation method such as linear interpolation and DFT-based interpolation, and the error floor is greatly decreased compared to DFT-based interpolation scheme. The computational complexity increased by the smoothing procedure is only linearly proportional to the effective subcarrier-number. Simulations show the performance improvements offered by our approach to the existing ones. Statistical tests show that the scheme is optimum under the sense of least square.

Keywords Nonparametric smoothing, Local least square regression, Savitzky-Golay smoothing filter, Channel estimation

由于在双衰落信道下具有较高的传输速率和较高的频谱效率,OFDM 技术成为未来高速无线通信的首选技术。但是为了得到高的频谱效率,必须采用高阶的 QAM 调制等非恒定幅度的多电平调制方案。在这些系统中,必须估计和跟踪衰落信道参数以实现相干解调。

1 信道估计概述

在诸多信道估计算法中,最小二乘算法(least square, LS)和/或线性最小均方误差(linear minimum mean-square error, LMMSE)算法一般用作性能评价时的参考。Mehmet

K. O. 等详细总结了 OFDM 系统中导频辅助的信道估计算法,包括 LS 算法、ML 算法、LMMSE 算法和变换域,指出尽可能多地利用信道和发送数据的先验信息,如信道的最大时延扩展、信道时域或频域的相关性、信道模型、发送数据的星座图、发送符号出现的概率以及信道信噪比等,可以大大提高信道估计的精度^[1]。因为可以利用系统中已有的 FFT 变换算法,人们对基于 DFT 处理的变换域信道估计算法做了大量的研究。在有保护频带的系统中,传统的基于 DFT 的信道估计算法由于直接将保护频带中的信道系数置零,造成了时域的能量泄露,使得这些算法的性能较差且存在较高的均方误

收稿日期:2008-07-24 返修日期:2008-10-21 本文受国际科技合作计划项目(2008DFA11630),863 基金项目(2006AA01Z277)以及国家自然科学基金项目(60496315)资助。

杨永立(1971—),男,副教授,博士生,主要研究方向为无线通信系统的关键技术研究等, E-mail: yangyongli.wh@gmail.com; 朱光喜(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向为无线通信系统理论研究; REMI Tassing(1982—),男,博士生,主要研究方向为无线通信系统的关键技术研究等; 苏 钢(1971—),男,讲师,博士,主要研究方向为无线通信系统的关键技术研究等。

差(mean square error, MSE)和误符号率(symbol error rate, SER)的误码平层。为解决能量泄露问题,进一步提高基于DFT的信道估计算法的性能,Dong Li等利用Wiener滤波器进行滤波和插值^[2];Seo J. W.等采用虚拟插值技术和保护带信道预测技术^[3],取得了较好的性能改进。但是,上述的方法仍然会在高信噪比时存在误差平层,原因是这些方法会因为丢失有效的信道抽头而造成信道能量损失。

本文首先对利用梳状导频或散布导频得到的频域信道最小二乘估计进行分段线性插值,然后利用Savitzky-Golay平滑滤波器对插值后的信道频域响应进行非参数统计平滑。由于平滑操作利用了被平滑点两侧的信道信息而不是某一侧的信息,因而大大减小了由噪声引起的估计误差和分段线性插值引入的插值误差,因此MSE性能和SER性能优于基于插值的算法和基于DFT的算法。与基于DFT的算法相比,该方法的误差平层效应大大降低,并且增加的计算开销相当小,仅正比于有效子载波数。分析和仿真表明新方法的性能比传统方法更好,计算复杂度较低且不需要任何系统先验信息。

本文第2节对基于导频的OFDM系统和现有的信道估计方法进行了分析;第3节详细讨论了非参数频域信道估计算法;第4节给出了详细的数值仿真分析和数学统计分析;最后给出总结和展望。

2 系统描述及已有信道估计算法

2.1 系统描述

典型的OFDM系统的框图如图1所示。

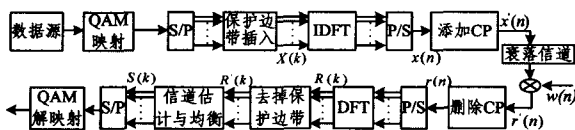


图1 OFDM系统结构框图

首先,我们假定通过采用循环前缀(cyclic prefix, CP)可以保证子载波间的正交性并完全消除相继OFDM符号间的符号间干扰(inter-symbol interference, ISI)。信道假定是时变的,但在一个OFDM符号间隔内保持不变。OFDM符号的子载波数为 N , CP长度为 N_{cp} 个采样点,一个数据帧中包含 M 个OFDM符号。在这种场景下,接收端在频域第 n 个OFDM符号的第 k 个子载波的信号可以写成^[1],

$$R[n, k] = H[n, k] \cdot X[n, k] + W[n, k] \quad n=0, 1, \dots, M-1 \quad k=0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

其中 $R[n, k]$, $H[n, k]$, $X[n, k]$, $W[n, k]$ 分别是频域第 n 个OFDM符号的第 k 个子载波上的接收信号、信道响应、发送信号及独立同分布的高斯白噪声。

本文讨论的导频模式为梳状导频或者图2所示的散布导频方案。因为本文信道估计方案中非参数平滑在频域插值后进行,所以也适合块状导频的情况。

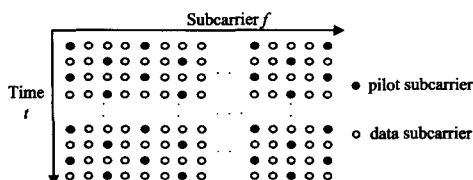


图2 采用散布导频的OFDM符号

2.2 现有信道估计算法原理

对于基于块状导频的OFDM系统,Mehmet K. O.等给出了LS, LMMSE以及基于DFT的信道估计器^[1]。

考虑本文提到过的3种导频模式,令 $X_p(n)$, $H_p(n)$, $R_p(n)$ 分别是发送导频、导频处的信道频域复增益以及接收导频信号列向量,LS估计器可以表示为^[1-3]:

$$\hat{H}_{p,LS}(n) = \text{diag}(X_p(n))^{-1} \cdot R_p(n) \quad (2)$$

得到LS估计后,LMMSE估计可以表示如下^[1],

$$\hat{H}_{LMMSE} = R_{HH_p} (R_{H_p H_p} + \beta / \text{SNR} \cdot I_{N_p})^{-1} \cdot \hat{H}_{p,LS} \quad (3)$$

其中, $\beta = E\{|x_k|^2\} \cdot E\{1/|x_k|^2\}$

基于前面的假设,式(3)中省略了时间索引 n 。在式(3)中, R_{HH_p} 是OFDM符号中所有子载波与导频子载波间信道频率响应的互协方差矩阵; $R_{H_p H_p}$ 是OFDM符号中导频子载波间信道频率响应的自协方差矩阵;SNR是OFDM符号的平均信噪比, β 是调制星座相关的, x_k 是调制星座图中星座点并假定同一OFDM符号中各子载波上的数据以相同的概率取自同一星座图。

如果信道时延的长度为 L 个采样点且已知,则可以利用DFT插值来改善LS估计器的性能^[1-3]。在这种算法中,由LS算法得到的CFR首先被变换到时域,因为在时域中信道抽头数的上限为最大时延扩展,所以任何大于时延扩展的抽头都可以看作噪声,因此可以将它们清零,所得序列补零后变换到频域即可用来均衡。

在基于DFT的方法中,CIR的长度对提高系统的性能是至关重要的。在估计中如果使用的CIR长度比实际长度短会丢失有效的抽头,使用的CIR长度比实际长度长会使噪声不能被有效滤除。因此采用不精确的信道长度或抽头位置会大大降低基于DFT的信道估计技术的性能。

为了得到精确的结果,我们可以估计CIR的长度或利用其他技术,但会增加计算复杂度^[1]。

3 基于非参数平滑的信道估计

基于DFT高性能信道估计需要计算两次FFT并需要知道精确的CIR长度,为提高精度,还可能要计算或估计其它统计量,这都会增加计算复杂度。

本文将采用曲线拟合理论中的非参数曲线拟合技术来克服基于DFT方法的上述缺点。

对于信道的一次实现,信道频率响应(channel frequency response, CFR)可看作频率索引的确定性函数,因此CFR的估计可表示为:

$$\hat{H}(k) = H(k) + r_H(k) \quad (4)$$

其中 $\hat{H}(k)$ 是CFR的估计且是独立同分布的随机变量, $H(k)$ 是实际的CFR函数,而 $r_H(k)$ 是随机的拟合残差。假设 $\mathbf{K}$ 是所有 k 组成的集合, $\mathbf{H}$ 是所有 $\hat{H}(k)$ 组成的集合,则最优拟合函数可通过求解优化函数(5)得到^[4]。

$$H(k) = \min_g E_{\mathbf{K}, \mathbf{H}} \{(\mathbf{H} - g(\mathbf{K}))^2\} \quad (5)$$

式(5)的解很容易求得,

$$H(k) = E\{\mathbf{H} | \mathbf{K} = k\} \quad (6)$$

我们希望得到在给定足够数量样本的情况下可以以任意精度逼近 $H(k)$ 算法,一个合理方法就是利用局部条件均值估计式(6)中的条件期望。

$$\hat{H}(k) = \hat{E}\{\mathbf{H}|k\} = \text{average}(\check{H}(j)|j \in N_k) \quad (7)$$

其中 N_k 是 k 的一个邻域(即滑动窗口,取奇数个且关于估计点对称), average 表示局部平均, j 为窗口中数据点的个数。

最简单的局部平均算法是滑动平均。滑动平均滤波器是易于理解和使用的最简单的数字滤波器。但是,滑动平均滤波器会降低信号的强度,使信号中峰值的宽度变宽,并可能使很弱的信号丢失,当滤波或平滑的窗口变宽时尤为显著^[5]。

Savitzky-Golay 平滑^[5,6]可以看作滑动平均平滑的推广。同滑动平均相比,Savitzky-Golay 平滑能更好地保留信号的峰值高度和宽度等特征^[5]。

对于等间隔取样数据 $x(n) \equiv f(t_0 + n \cdot \Delta t)$, 其中 t 为采样间隔, n 为采样点序号,则我们可以采用有限冲击响应滤波器来得到平滑后的信号:

$$\hat{x}(n) = \sum_{k=-\lfloor J/2 \rfloor}^{n+\lfloor J/2 \rfloor} c(k)x(n+k), n=0,1,2,\dots \quad (8)$$

这里 $c(k)$ 为滤波器系数。

Savitzky-Golay 平滑的思想是求得能够保持数据高阶矩的滤波器系数 $c(k)$, 即在滑动窗口中对数据进行高阶最小二乘多项式逼近,并取对应点的值作为平滑输出。其滤波器系数可以由式(9)求出^[6]:

$$c(k) = [(A^T \cdot A)^{-1} \cdot (A^T \cdot e_k)]_1 \quad (9)$$

其中

$$A_{ij} = i^j, i = -\lfloor \frac{J}{2} \rfloor, \dots, \lfloor \frac{J}{2} \rfloor, j = 0, \dots, M;$$

M : 拟合多项式的阶数;

e_k : $1 \cdot J$ 单位向量,第 k 个元素为 1,其余为零;

$[\cdot]_1$: 向量的第一个元素。

由式(8)可知,滑动平均平滑只不过是 Savitzky-Golay 平滑滤波器在拟合多项式阶数为零时的特例,此时 $c(k)$ 为常数。

由于插值后的信道 CFR 在频域是等间隔的,因此可以直接使用上述算法进行平滑。

在上述方法中,滑动窗口的大小 J 相当重要,它控制着估计的偏(bias)和方差间的折衷。 J 较大使得估计结果较平滑但更多有用“高频分量”被过滤。 J 的大小与所处理数据的相关性关系密切,因此在信道估计中直观上可以取为信道的相干带宽(频域平滑时)。本文使用的 J 值是通过数值仿真得到的。

综上所述,本文提出的基于 Savitzky-Golay 平滑的非参数信道估计算法(Savitzky-Golay Smoothing 算法,SGS 算法)可描述如下:

- (i) 利用 LS 算法估计导频处的信道复增益;
- (ii) 如果采用图 2 所示的散布导频模式,则先在时间方向进行分段线性插值或最邻近插值;
- (iii) 在频率方向进行分段线性插值或最邻近插值;
- (iv) 在频率方向利用式(8)对信道增益进行非参数平滑。

根据最小二乘理论,在为独立同分布高斯白噪声时,回归多项式是最优的,因而上述平滑结果也是最优的。由前面的讨论可知, $r_H(k)$ 中实际包含有信道白噪声项 $W(n)/X(n)$ 载波间干扰(ICI, Inter-Carrier Interference)以及插值引入的误差。由中心极限定理,这些误差可以建模为独立同分布的高斯白噪声。为验证上述误差的独立同分布高斯白噪声假设,

本文将在仿真中利用 Epps-Pulley 方法^[7]对平滑残差 $r_H(k)$ 进行正态性检验,利用 Durbin-Watson 统计量^[8]对残差 $r_H(k)$ 进行相关性检验。

4 仿真及性能分析

仿真参数取自 IEEE 802.16e OFDMA 物理层参数^[9],信道带宽 10 MHz, 1024 点 FFT, 有效子载波数为 841, 每 OFDM 符号 120 个导频子载波, 每帧 24 个 OFDM 符号;但是导频模式采用了图 2 所示的散布导频而不是 IEEE 802.16e 中的导频模式。仿真信道模型为 IMT2000 Vehicular A 模型^[10], 基带数据采用 16QAM 调制, 导频采用 BPSK 调制。

图 3—图 6 给出了 IMT2000 Vehicular A 下不同速度(多普勒频移)时 SGS 算法信道估计器的仿真性能,性能曲线为 1000 次 Monte Carlo 仿真的平均值。图 3—图 6 中“SG Filt”为 SGS 算法的曲线,其中“SG Filt, 1 iter”为 1 次平滑的仿真结果,“SG Filt, 2 iter”为连续两次用同一平滑器进行平滑的仿真结果。

图 3 和图 4 显示 SGS 估计器的低速(25km/h, 最大多普勒频移为 50Hz)时的性能曲线,作为对比,图 3 和图 4 中同时给出了 LS 估计器,基于 DFT 的估计器以及 LMMSE 估计器的性能曲线。从图 3 和图 4 中可以看出,同基于 DFT 的估计器相比,在仿真信噪比范围内,SGS 算法几乎没有误差平台,且 MSE 性能和 SER 性能都优于基于 DFT 的算法。从图 3 可以看出,当 MSE 为 10^{-2} 时,SGS 算法性能与基于 DFT 的估计器相比有 3.6dB 的性能改进;图 4 显示在 SER 为 10^{-2} 时,性能提升为约 0.7dB。

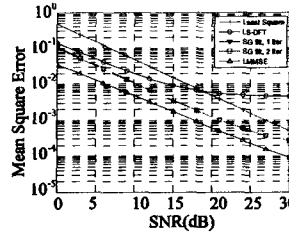


图 3 SGS 估计算法的 MSE 性能,最大多普勒频移 50Hz

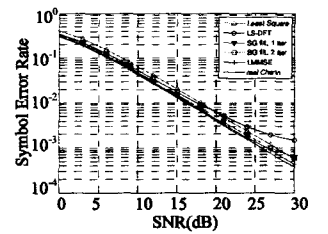


图 4 SGS 估计算法的 SER 性能,最大多普勒频移 50Hz。

在高速(250km/h, 最大多普勒频移为 450Hz)移动场景下,由图 5 和图 6 可以发现,与基于 DFT 的估计器相比,当 MSE 为 10^{-2} 时,SGS 算法性能有 4.5dB 的性能改进;在 SER 为 10^{-2} 时,性能提升为约 0.7dB。

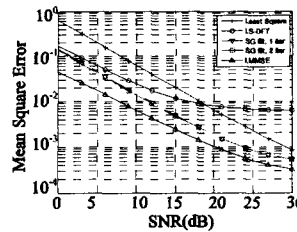


图 5 SGS 估计算法的 MSE 性能,最大多普勒频移 450Hz

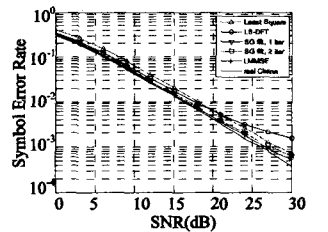


图 6 SGS 估计算法的 SER 性能,最大多普勒频移 450Hz

在上述仿真结果中,多次平滑在低信噪比时有少量性能增益,但高信噪比时性能与一次平滑相比几乎没有提高,甚至还有变差趋势。因此在实用中,选取最优的平滑窗长后,一

般进行一次平滑就可以了,这样平滑带来的计算复杂度仅正比于有效子载波数。

从上面的仿真结果和分析可见,SGS算法在高速时性能比低速时略有提高,因此本文算法适合在高移动性场合使用。

在仿真中,我们还对拟合残差进行了检验,下面给出正态性检验和相关性检验的结果。

表1给出了仿真中随机抽取的一个OFDM帧中前12个OFDM的符号信道SGS估计残差(SGS估计值一分段线性插值的最小二乘估计值)的正态性检验统计量 T_{ep} 。在显著性水平为 $\alpha=0.01, n=840$ 的情况下,表中数据全部通过Epps-Pulley检验^[7]: $T_{ep}<0.59$ 。即可以认为OFDM符号中信道估计残差的实部虚部符合高斯分布。

表1 信噪比10dB时拟合残差正态性检验统计量 T_{ep} (部分)

	0.5428	0.3542	0.5016	0.4391	0.0714	0.3077
实部	0.3597	0.3435	0.1291	0.0913	0.2794	0.4070
	0.5520	0.2393	0.5034	0.3621	0.4684	0.1542
虚部	0.2842	0.1509	0.3590	0.2294	0.3995	0.2212

表2中给出了仿真中随机抽取的一个OFDM帧中前12个OFDM符号的信道SGS估计残差的相关性检验统计量即相关系数 ρ 的估计值。从表2中可以看出,各符号的实部和虚部的自相关系数都接近零,因此可以认为每个符号中的残差都是不相关的因而是独立的^[8]。

表2 信噪比10dB时拟合残差相关性检验统计量 ρ (部分)

	0.0100	0.0039	0.0062	0.0067	0.0036	0.0085
实部	0.0132	0.0082	0.0194	0.0234	0.0145	0.0337
	0.0162	0.0056	0.0065	0.0052	0.0039	0.0085
虚部	0.0134	0.0105	0.0272	0.0269	0.0149	0.0301

综上所述,SGS算法的估计误差是独立同分布的高斯白噪声。根据最小二乘理论,我们的SGS算法在最小二乘意义下是最优的。

结束语 本文提出了OFDM系统信道估计的非参数局部平滑算法,利用局部最小二乘回归算法对插值后的信道CFR进行频域平滑,以降低LS估计算法的MSE和SER,取得了很好的效果。该算法不依赖任何信道和调制方式等的先验知识,且计算复杂度仅正比于数据点数(有效子载波数)。从仿真结果可以看出,非参数信道估计算法性能优于LS算

法和基于DFT的算法。且算法对多普勒频移的鲁棒性较高,可以用于快速移动的应用中。下一步我们将研究如何利用非参数方法消除载波间干扰ICI,使信道估计精度和SER性能进一步提高。

参考文献

- [1] Mehmet K O, Huseyin A, et al. Channel estimation for wireless OFDM systems[J]. IEEE Communications surveys & tutorials, 2007, 9(2): 18-48
- [2] Li Dong, Guo Feng, et al. Enhanced DFT Interpolation - based Channel Estimation for OFDM Systems with Virtual Subcarriers [C] // IEEE Vehicular Technology Conference, 2006 (VTC 2006-Spring). Vol 4, Melbourne, May 2006; 1580-1584
- [3] Seo J W, Wee J W, Jeon W G, et al. An Enhanced DFT-based Channel Estimation using Virtual Interpolation with Guard Bands Prediction for OFDM[C] // Proc. IEEE PIMRC'06, Helsinki, Sept. 2006
- [4] Hardle W. Applied Nonparametric Regression[M]. Cambridge, England: Cambridge University Press, 1990
- [5] José L G, Emma O, et al. Moving Average and Savitzky-Golay Smoothing Filters Using Mathcad [C] // International Conference on Engineering Education, ICEE 2007, Coimbra, Portugal, Sep. 2007
- [6] Savitzky A, Golay M J E. Smoothing and differentiation of data by simplified least squares procedures[J]. Analytical Chemistry, 1964, 36(8): 1627-1639
- [7] Liao D, Liao X, Zhou Y. Statistical property of the Chandler wobble excitation function[J]. Chinese Science Bulletin, 2004, 49(22): 2348-2353
- [8] Samprit C, Hadi A. Regression Analysis by Example[C] // 4th ED. John Wiley & Sons, Inc., Hoboken, New Jersey, 2006
- [9] IEEE Std 802.16eTM-2005. IEEE Standard for Local and metropolitan area networks Part 16: Air Interface for Fixed and Mobile Broadband Wireless Access Systems, Amendment 2: Physical and Medium Access Control Layers for Combined Fixed and Mobile Operation in Licensed Bands Corrigendum 1[S]. IEEE, Feb. 2006
- [10] ITU-R. Guidelines for Evaluation of Radio Transmission Technologies for IMT-2000. ITU RECOMMENDATION, ITU-R M. 1225, 1997

(上接第46页)

- [3] Sheyner O. Scenarios Graphs and Attack Graphs[D]. 2004
- [4] Ammann P, Wijesekera D, Kaushik S. Scalable, Graph-Based, Network Vulnerability Analysis [C] // Proceedings of the 9' ACM Conference on Computer and Communications Security. New York: ACM Press, 2002; 217-224
- [5] Li Wei. An Approach to Model Network Exploitations Using Exploitation Graph[J]. Simulatio, 2006, 82(8): 523-541
- [6] Swiler L, Phillips C, Ellis D. Computer Attack Graph Generation Tool [C] // Proceeding of DARPA Information Survivability Conference and Exposition. 2001
- [7] Lippmann R, Ingols K. An annotated review of past papers on attack graphs. 2005
- [8] Li Wei. An Approach to Graph-based Modeling of Network Exploitations[D]. 2005
- [9] Ou Xin-ming. A Logic-programming Approach to Network Se-

curity Analysis. 2006

- [10] Stuart R, Norvig P. 人工智能[M]. 北京:人民邮电出版社, 2004
- [11] Graphviz toolkit. <http://www.graphviz.org/>, 2007
- [12] Cunningham W H. Optimal attack and reinforcement of a network[J]. Journal of the ACM (JACM), 1985, 32(3): 549-561
- [13] Swiler L, Phillips C. A Graph-based System for Network Vulnerability Analysis [C] // Proceedings of the 1998 Workshop on New Security Paradigms Table of Contents. 1998
- [14] Ritchey R, Ammann P. Using Modeling Check to Analyze Network Vulnerabilities [C] // Proceedings of IEEE Symposium on Security and Privacy. 2000; 156-165
- [15] Sheyner O, Jha S H J. Automated generation and analysis of attack graphs [C] // Proceedings of 2002 IEEE Symposium on Security and Privacy. 2002; 273-283
- [16] Bifrost. <http://www.cs.cmu.edu/~runej/systems/bifrost07.html>