

# 基于时变系数与社会认知模拟的粒子群优化

曲彦文 张二华 杨静宇

(南京理工大学计算机科学与技术学院 南京 210094)

**摘要** 粒子群优化算法利用一群在可行区域内飞行的粒子来搜索最优解,具有易实现、收敛速度快的特点,然而也面临“早熟”的问题。提出了一种基于时变系数与社会认知模拟的粒子群优化算法。实验结果显示,在5种不同的标准化测试函数下,新算法较另外3种常用的算法优越。

**关键词** 粒子群优化,时变系数,社会认知

**中图分类号** TP18 **文献标识码** A

## Particle Swarm Optimization Based on Time Varying Coefficients and Social Cognitive Simulation

QU Yan-wen ZHANG Er-hua YANG Jing-yu

(School of Computer Science and Technology, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

**Abstract** Particle Swarm Optimization (PSO) uses a swarm of flying particles to search an optimal solution in the feasible region. PSO is easy to implement, and it appears high convergence speed in many applications. However, PSO has the problem of premature convergence. A modified PSO based on Time Varying Coefficients and Social Cognitive Simulation (PSO-TVCS) was proposed. Five different benchmark functions were used to test the performance of PSO-TVCS. Experimental results show that PSO-TVCS works better than three other algorithms.

**Keywords** Particle swarm optimization, Time varying coefficient, Social cognitive

最初的粒子群优化算法(Particle Swarm Optimization, PSO)由 Eberhart 和 Kennedy 提出<sup>[1]</sup>,其灵感源自对生物群体(如鸟群、鱼群等)的研究。PSO 是基于群体智能的进化计算方法,利用在可行区域(Feasible Region)内飞行的一群粒子来搜索最优解,每个粒子根据自身所获取的自身最好解与从整个粒子群体获取的全局最好解来决定其各自的搜索策略。

PSO 具有收敛速度快和易实现等特点,然而也容易过早陷入局部最优解,这种现象称之为“早熟”。

为了提高 PSO 的性能,众多研究者提出了许多改进策略。文献[2]提出了基于时变惯性权重(Time Varying Inertia Weight, TVIW)的 PSO 算法,类似文献[3]这里将其记为 PSO-TVIV。目前众多改进的 PSO 算法,包括下面将介绍的几种算法以及本文提出的新算法都采用了 TVIW 方法。文献[4]借助于遗传算法中的变异思想,提出了一种基于变异(Mutation)的 PSO 算法,将其记为 MPSO。为了侧重对全局的探索能力,并在后期侧重对局部的搜索能力,文献[3]提出了一种基于时变加速度系数(Time Varying Acceleration Coefficients, TVAC)的自组织多级 PSO 算法,记为 HPSO-TVAC。

本文提出了一种基于时变系数与社会认知模拟的粒子群优化(Particle Swarm Optimization based on Time Varying Coefficients and Social Cognitive Simulation, PSO-TVCS)算法,新算法采用了与文献[3]不同的 TVAC 函数。并且,新

算法对每个粒子各自使用一个称之为社会认知最好解(Social Cognitive Best Solution, SCBS)的变量来替代 PSO 算法速度更新公式中的全局最好解,通过模拟人类对外界信息的认知过程来更新各个粒子的 SCBS。由于每个粒子对社会的认知可能不同,从而使得粒子群更具多样性。

本文第1节对 PSO-TVIV 进行简要的介绍;第2节介绍 PSO-TVCS;第3节在5种标准化测试函数下通过实验比较 PSO-TVCS, PSO-TVIV, MPSO 和 HPSO-TVAC 的性能;最后是总结与讨论。

### 1 PSO-TVIV 简介

文献[2]对最初的 PSO 算法提出了时变惯性权重的概念,由于具有良好的性能,因此成为许多改进算法(包括本文提出的 PSO-TVCS)的改进原形。本节对 PSO-TVIV 做简要的介绍。

PSO-TVIV 首先初始化一群总数为  $M$  的粒子,然后经过  $T_{max}$  次迭代,利用在  $N$  维可行区域飞行的  $M$  个粒子来寻找最优解。

在第  $t$  次迭代时,第  $i$  个粒子,  $i=1, \dots, N$ , 计算当前位置矢量  $x_i^t$  下的适应度值(Fitness Value)  $f(x_i^t)$ , 并按式(1)更新自身最好解矢量  $p_i^t$ :

$$p_i^t = \begin{cases} x_i^t, & \text{if } f(x_i^t) < f(p_i^{t-1}) \\ p_i^{t-1}, & \text{else} \end{cases} \quad (1)$$

到稿日期:2008-06-24 本文受国家自然科学基金项目(60632050, 60472060)资助。

曲彦文(1983-),男,博士生,研究方向为信息融合、时间序列分析、进化计算, E-mail: earverse@hotmail.com; 张二华(1967-),副教授,硕士生导师,研究方向为信号处理、科学可视化; 杨静宇(1941-),博士生导师,研究方向为智能机器人、模式识别、智能系统。

粒子群整体根据式(2)更新全局最好解矢量  $p_{gb}^t$ :

$$p_{gb}^t = \begin{cases} \operatorname{agrrmin}_{i=1, \dots, N} x_i^t, & \text{if } \min_{i=1, \dots, N} f(x_i^t) < f(p_{gb}^{t-1}) \\ p_{gb}^{t-1}, & \text{else} \end{cases} \quad (2)$$

每个粒子根据  $x_i^t$ ,  $p_i^t$ ,  $p_{gb}^t$  以及速度矢量  $v_i$  按照式(3)与式(4)分别更新速度矢量的第  $d$  维分量  $v_{i,d}^{t+1}$  与位置矢量的第  $d$  维分量  $x_{i,d}^{t+1}$ :

$$v_{i,d}^{t+1} = w_t v_{i,d}^t + c_1 \operatorname{rand}() (p_{i,d}^t - x_{i,d}^t) + c_2 \operatorname{rand}() (p_{gb,d}^t - x_{i,d}^t) \quad (3)$$

$$x_{i,d}^{t+1} = x_{i,d}^t + v_{i,d}^{t+1} \quad (4)$$

其中式(1)至式(4)中的  $c_1$  和  $c_2$  为加速度系数,在文献[2]中  $c_1$  和  $c_2$  为固定系数;  $\operatorname{rand}()$  为随机数产生函数,其生成的随机数服从  $[0, 1]$  上的均匀分布;  $f$  为适应度函数;  $w_t$  为  $t$  时刻的惯性权重,文献[2]采用的时变惯性权重从 0.9 线性递减到 0.4。

通常,在更新  $v_{i,d}^{t+1}$  ( $i=1, \dots, N, d=1, \dots, M$ ) 后需要检测  $|v_{i,d}^{t+1}|$  是否超过速度的绝对值上界  $V_{\max}$ 。如果超过,则需要对此速度分量进行重新生成。目前存在许多不同的速度重新生成方法,为统一比较起见,本文借鉴文献[5]对实验中所涉及的算法采用如下速度重新生成方法:

$$v_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} \operatorname{rand}() V_{\max}, & \text{if } |v_{i,d}^{t+1}| > V_{\max} \\ -\operatorname{rand}() V_{\max}, & \text{if } |v_{i,d}^{t+1}| < -V_{\max} \end{cases} \quad (5)$$

同样,在更新完  $x_{i,d}^{t+1}$  ( $i=1, \dots, N, d=1, \dots, M$ ) 需要检测  $|x_{i,d}^{t+1}|$  是否超过位置的绝对值的上界  $X_{\max}$ 。如果超过,则采用如下的位置重新生成方法:

$$x_{i,d}^{t+1} = \begin{cases} \operatorname{rand}() X_{\max}, & \text{if } |x_{i,d}^{t+1}| > X_{\max} \\ -\operatorname{rand}() X_{\max}, & \text{if } |x_{i,d}^{t+1}| < -X_{\max} \end{cases} \quad (6)$$

## 2 PSO-TVCS

### 2.1 一种新的时变加速度系数函数

从式(3)可以看出,当  $c_1/c_2 > 1$ , 粒子侧重对自身最好解附近的搜索;而当  $c_1/c_2 < 1$ , 粒子侧重于全局最好解附近的搜索。类似的结论也可以从一些关于 PSO 的理论分析文献中得出,例如文献[6]。因此当  $c_1/c_2 > 1$ , 算法更具全局探索能力;而当  $c_1/c_2 < 1$  算法更具局部搜索能力。

类似于文献[2]提出了时变惯性权重来调节全局与局部搜索能力,文献[3]提出了时变加速度系数的概念,  $c_1$  从 2.5 线性递减到 0.5, 同时  $c_2$  从 0.5 线性递增到 2.5, 文献[3]采用的 TVAC 函数分为两阶段,前半时期  $c_1/c_2 > 1$ , 后半时期  $c_1/c_2 < 1$ 。

本文提出了一种新的 TVAC 函数,如下所示:

$$c_1 = \min \left( c_{\max}, c_{\max} - \frac{c_{\max} - c_{\min}}{T_{\max} - t_1} (t - t_1) \right), t = 1, \dots, T_{\max} \quad (7)$$

$$c_2 = \min \left( c_{\max}, c_{\min} + \frac{c_{\max} - c_{\min}}{t_2 - 1} (t - 1) \right), t = 1, \dots, T_{\max} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可知,新函数由 3 部分组成。与文献[3]中的 TVAC 函数相比,当  $t_2 < t_1$  时新函数多了段  $c_1/c_2 = 1$  的平衡时期,这样可以使得搜索策略更丰富。

### 2.2 社会认知

首先讨论一下人类在进行社会认知过程中所表现的特点。一方面,人类在面对社会所提供的信息时通常会保持一

种怀疑的态度,一些人会接受这些信息,另一些人会拒绝这些信息。另一方面,每个人不可能永远排斥所有信息,总会或多或少接受一些信息。这些现象使得人类对社会的认知呈现多样性与趋同性的特点,从而最终使得人类可以在多种不同的道路上探索真理。

本文将上述特点引入到 PSO-TVCS, 新算法对每个粒子  $i$  ( $i=1, \dots, N$ ) 各自使用一个称之为社会认知最好解  $s_i$  来替代式(1)中的  $p_i^t$ , 并在每次迭代时,对每个粒子按照下式更新  $s_i$  ( $i=1, \dots, N$ )

$$s_i^{t+1} = \begin{cases} p_{gb}^{t+1}, & \text{if } \operatorname{rand}() < \frac{f(s_i^t)}{(f(s_i^t) + r^t f(p_{gb}^{t+1}))} \\ s_i^t, & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

$$r^t = \exp(-2t/T) \quad (10)$$

通过分析式(9)可以看出,一方面每个粒子都有可能接受和拒绝全局最好解;另一方面,随着时间增加,每个粒子的社会认知最好解 SCBS 保持不变的概率趋于 0。

此外,由式(10)可知  $r^t$  随着时间的增加而减少,从而使粒子群在搜索后期更多地倾向于对全局最好解附近进行局部搜索。

注意到此时在 PSO-TVCS 中,粒子的自身历史最好解  $p_i^t$  可能优于其对应的社会认知最好解  $s_i^t$ 。

### 2.3 算法流程

下面根据前面的讨论介绍 PSO-TVCS 的完整流程。

PSO-TVCS 流程:

步骤 0 初始化。

步骤 1 计算  $N$  个粒子的适应度值  $f(x_i^t)$  ( $i=1, \dots, N$ )。

步骤 2 按照式(1)更新粒子  $i$  的  $p_i^t$  ( $i=1, \dots, N$ )。

步骤 3 按照式(2)更新  $p_{gb}^t$ 。

步骤 4 按照式(9)更新粒子  $i$  的  $s_i^t$  ( $i=1, \dots, N$ )。

步骤 5 按照式(3)更新  $v_{i,d}^{t+1}$  ( $i=1, \dots, N, d=1, \dots, M$ )。

如需重新生成,则按式(5)执行。

步骤 6 按照式(4)更新  $x_{i,d}^{t+1}$  ( $i=1, \dots, N, d=1, \dots, M$ )。

如需重新生成,则按式(6)执行。

步骤 7 判断  $t+1$  是否大于  $T_{\max}$ , 如果大于,则停止,否则进入步骤 1。

## 3 实验与讨论

本文利用如下 5 个标准化测试函数,通过 60 组实验方案来比较 PSO-TVW, HPSO-TVAC, MPSO 和 PSO-TVCS 4 种优化算法的性能。

$$f_1(x) = \sum_{i=1}^M (100(x_{i+1} - x_i^2)^2 + (x_i - 1)^2) \quad (11)$$

$$f_2(x) = \sum_{i=1}^M (x_i^2 - 10 \cos(2\pi x_i) + 10) \quad (12)$$

$$f_3(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^n x_i^2 - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1 \quad (13)$$

$$f_4(x) = \left( \sum_{i=1}^M (i+1)x_i^4 \right) + \operatorname{rand}() \quad (14)$$

$$f_5(x) = \max |x_i|, 1 \leq i \leq m \quad (15)$$

其中  $x = [x_1, x_2, \dots, x_M]$  表示  $M$  维实值向量。每个函数对应的  $V_{\max}$ ,  $X_{\max}$  以及初始化区域如表 1 所列。在这里参考文献[2], 采用非对称初始化方法。

表1 各函数对应的  $V_{max}, X_{max}$  以及初始化区域

Function	$V_{max} = X_{max}$	Initialization Region
f1	100	(15, 30) <sup>M</sup>
f2	10	(2.56, 5.12) <sup>M</sup>
f3	600	(300, 600) <sup>M</sup>
f4	1.28	(0.64, 1.28) <sup>M</sup>
f5	100	(50, 100) <sup>M</sup>

60 组实验方案所采用的由粒子数目  $N$ 、维数  $M$ 、迭代次数  $T_{max}$  以及测试函数构成的组合各不相同。表 2 和表 3 介绍了这 60 组实验方案, 以及每组实验方案下 4 种优化算法各自得到的平均最好适应度值 (Mean Best Fitness Value)。PSO-TVIC, PSO-TVAC 和 MSPO 中采用的其它参数请分别参考文献 [2-4]。PSO-TVCSGS 中采用的其它参数为  $t_1 = 0.6T_{max}, t_2 = 0.4T_{max}, c_{max} = 2, c_{min} = 0.4$ 、惯性权重从 0.9 线性递减到 0.4。

表 2 和表 3 的 60 组实验结果显示, 51 组实验方案下 PSO-TVCSGS 所获得的平均最好适应度值较其它 3 种优化算法优越。并且 PSO-TVCSGS 具有如下特点:

①当粒子个数和维数固定时, 最大迭代次数越大, PSO-TVCSGS 所获得的平均最好适应度值越好。

②当维数和最大迭代次数固定时, 粒子数目越多, PSO-TVCSGS 所获得的平均最好适应度值越好。

**结束语** 本文提出了一种基于时变系数与社会认知模拟的粒子群优化算法 PSO-TVCSGS。新算法借鉴人类对社会认知过程的分析, 对每个粒子赋予了一个称为社会认知最好解的变量来替代 PSO 算法速度更新方程中的全局最好解。并且通过规定各个粒子的 SCBS 更新规则, 使其模拟人类的社会认知过程, 从而使得粒子群更具多样性。同时 PSO-TVCSGS 采用了一种新的时变加速度系数函数, 该函数使得搜索过程具有 3 个阶段, 依照时间顺序分别是偏重全局探索、平衡阶段和偏重局部搜索。

5 种不同的标准化测试函数下的实验表明, PSO-TVCSGS 具有良好的性能。

表 2  $T_{max} = 1000$  时 4 种优化算法在各实验方案下的平均最好适应度值

$N$  为粒子数目  $M$  为维数。平均最好适应度值经过四舍五入处理。

优化算法	N	M	Mean Best Fitness Value				
			$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
PSO-TVIW			380.42	57.21	<b>0.030</b>	0.079	13.72
MPSO	20	30	332.29	56.58	0.059	0.083	14.29
HPSO-TVAC			285.56	130.81	0.051	0.435	27.26
PSO-TVCSGS			<b>141.61</b>	<b>50.39</b>	0.043	<b>0.060</b>	<b>8.55</b>
PSO-TVIW			493.98	101.78	0.176	0.190	25.13
MPSO	20	40	502.61	104.07	0.163	0.191	24.82
HPSO-TVAC			360.49	248.03	<b>0.066</b>	0.701	51.41
PSO-TVCSGS			<b>219.16</b>	<b>80.72</b>	0.186	<b>0.133</b>	<b>16.73</b>
PSO-TVIW			326.83	53.28	<b>0.044</b>	0.060	11.74
MPSO	30	30	305.29	50.81	<b>0.044</b>	0.065	10.50
HPSO-TVAC			277.07	119.26	0.082	0.385	33.56
PSO-TVCSGS			<b>117.52</b>	<b>45.09</b>	0.047	<b>0.039</b>	<b>5.81</b>
PSO-TVIW			447.98	87.08	0.094	0.161	22.28
MPSO	30	40	484.58	96.61	0.102	0.150	22.11
HPSO-TVAC			361.74	223.15	<b>0.059</b>	0.653	55.55
PSO-TVCSGS			<b>201.06</b>	<b>69.83</b>	0.079	<b>0.097</b>	<b>13.64</b>
PSO-TVIW			363.98	47.03	0.037	0.053	9.84

MPSO	40	30	323.10	50.50	0.048	0.051	9.73
HPSO-TVAC			273.14	115.43	0.054	0.318	34.91
PSO-TVCSGS			<b>112.85</b>	40.30	0.043	0.029	4.47
PSO-TVIW			464.40	87.49	0.056	0.133	20.24
MPSO	40	40	442.37	86.40	0.063	0.135	20.52
HPSO-TVAC			362.55	216.83	<b>0.049</b>	0.560	58.51
PSO-TVCSGS			<b>188.26</b>	<b>67.81</b>	0.052	<b>0.068</b>	<b>12.00</b>

表 3  $T_{max} = 2000$  时 4 种优化算法在各实验方案下的平均最好适应度值

$N$  为粒子数目  $M$  为维数。平均最好适应度值经过四舍五入处理。

优化算法	N	M	Mean Best Fitness Value				
			$f_1$	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
PSO-TVIW			346.66	46.84	0.059	0.043	9.02
MPSO	20	30	334.15	44.74	0.057	0.046	9.57
HPSO-TVAC			278.30	67.75	0.048	0.249	<b>4.45</b>
PSO-TVCSGS			<b>128.90</b>	<b>38.86</b>	<b>0.043</b>	<b>0.033</b>	5.45
PSO-TVIW			463.86	80.55	<b>0.043</b>	0.103	18.78
MPSO	20	40	462.67	84.36	0.049	0.101	18.94
HPSO-TVAC			358.07	144.92	0.057	0.433	21.02
PSO-TVCSGS			<b>211.79</b>	<b>65.38</b>	0.052	<b>0.073</b>	<b>13.60</b>
PSO-TVIW			347.68	40.88	0.043	0.038	6.83
MPSO	30	30	307.15	38.23	0.050	0.033	6.33
HPSO-TVAC			266.30	52.20	0.057	0.252	5.12
PSO-TVCSGS			<b>102.91</b>	<b>35.72</b>	<b>0.038</b>	<b>0.019</b>	<b>3.13</b>
PSO-TVIW			461.95	68.77	0.050	0.085	17.08
MPSO	30	40	496.08	77.30	<b>0.045</b>	0.080	17.17
HPSO-TVAC			359.30	115.61	0.061	0.382	26.13
PSO-TVCSGS			<b>186.10</b>	<b>58.73</b>	0.048	<b>0.050</b>	<b>9.89</b>
PSO-TVIW			303.73	38.87	0.041	0.033	4.75
MPSO	40	30	329.75	37.72	0.046	0.031	4.89
HPSO-TVAC			263.64	44.07	0.037	0.206	7.90
PSO-TVCSGS			<b>87.46</b>	<b>30.23</b>	<b>0.030</b>	<b>0.016</b>	<b>1.97</b>
PSO-TVIW			487.50	67.27	0.043	0.072	14.62
MPSO	40	40	448.86	66.35	0.042	0.070	15.17
HPSO-TVAC			334.80	100.93	0.052	0.383	34.35
PSO-TVCSGS			<b>151.13</b>	<b>52.98</b>	<b>0.029</b>	<b>0.038</b>	<b>7.59</b>

## 参 考 文 献

- [1] Kennedy J, Eberhart R C. Particle swarm optimization[C]// Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Network. Perth, Australia, 1995:1942-1948
- [2] Shi Y, Eberhart R C. Empirical study of particle swarm optimization[C]// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2001, 1:101-106
- [3] Ratnaweera A, Halgamuge S K, Waston H C. Self organization hierarchical particle swarm optimizer with time varying acceleration coefficients[J]. IEEE trans on Evolutionary Computation, 2004, 8(3):240-255
- [4] Higashi N, Iba H. Particle swarm optimization with Gaussian Mutation[C]// Proceedings of the IEEE Swarm Intelligence Symposium 2003. Indianapolis, IN, 2003:72-79
- [5] Stacey A, Jancic M, Grundy I. Particle swarm optimization with Mutation[C]// Proceedings of the IEEE Congress on Evolutionary Computation. 2003, 2:1425-1430
- [6] Jing M, Luo Y P, Yang S Y. Stochastic convergence analysis and parameter selection of the standard particle swarm optimization algorithm[J]. Information Processing Letters, 2007, 102(1):8-16