

不确定 Rössler 混沌系统的自适应投影同步

路 杨 尹 柯

(河南大学计算中心 开封 475004)

摘 要 提出了一种不确定 Rössler 系统自适应投影同步方法。基于 Lyapunov 稳定性理论,设计了非线性自适应控制器,该控制器可使得驱动系统和具有未知参数的响应系统达到同步,并且可以辨识出响应系统的未知参数。数值模拟验证了所提方案的有效性。

关键词 自适应投影同步,参数识别,Rössler 系统

中图分类号 TP391 文献标识码 A

Adaptive Projective Synchronization of Uncertain Rössler Chaotic System

LU Yang YIN Ke

(Computing Center, Henan University, Kaifeng 475004, China)

Abstract An approach of adaptive projective synchronization of uncertain chaotic Rössler system was proposed to acquire a general kind of proportional relationship between the drive and response systems. Based on the Lyapunov stability theory, a nonlinear controller was designed to achieve projective synchronization and parameters identification of Rössler system with all the system parameters unknown. Theoretical proof and numerical simulations demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed scheme.

Keywords Adaptive projective synchronization, Parameters identification, Rössler system

1 引言

混沌研究是非线性科学领域的热点问题之一。混沌的同步与控制,由于其在物理、通信、信息科学、医学、生物工程等领域的巨大应用潜力和发展前途,已经引起广泛关注。1990年, Pecora 和 Corroll^[1] 提出了混沌同步原理并在电路中实现。此后,人们提出了各种混沌同步方法,典型的同步方法有 PC 同步、耦合同步、反馈同步等方法^[2-4]。近年来,一些学者拓宽了同步的概念,提出并实现了不同类型的混沌同步,如完全同步、广义同步、相同步等^[5-7]。1999年, Mainieri 和 Rehacek 首次实现了 Lorenz 系统和圆盘发电机系统的投影同步^[8]。所谓投影同步指的是驱动-响应系统轨道的振幅成正比且相位相同或相反。令投影同步的缩放比例因子为 α ,若 $\alpha=1$,则为完全同步;若 $\alpha=-1$,则为反同步^[9]。随后, Li 和 Xu 利用反馈控制方法将投影同步技术推广到一类混沌系统^[10]。最近, Yan 和 Li 实现了统一混沌系统的广义投影同步^[11]; Li 等人利用主动反演控制技术使得结构不同的两个混沌系统达到广义投影同步^[12]。在上述研究的基础上,基于自适应控制方法,作者设计并实现了 Rössler 系统的投影同步。数值模拟进一步验证了本方法的有效性。

2 混沌 Rössler 系统描述

1976年, Rössler 在研究具有中间产物的化学反应时,通过适当的坐标变化^[13],给出了此方程组:

$$\begin{cases} \dot{x} = -y - z \\ \dot{y} = x + ay \\ \dot{z} = b + z(x - c) \end{cases} \quad (1)$$

其中, x, y, z 为状态变量, a, b, c 为正的实参数。选取系统参数 $a=b=0.2, c=5.7$ 时, Rössler 系统呈混沌状态,得到此系统的吸引子相空间图如图 1 所示。

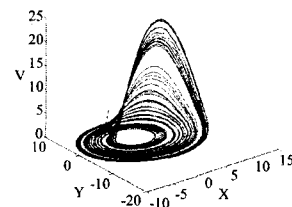


图 1 Rössler 系统的混沌吸引子

3 Rössler 混沌系统的自适应投影同步

设具有相同表示形式的两个 Rössler 系统,分别作为驱动系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -y_1 - z_1 \\ \dot{y}_1 = x_1 + ay_1 \\ \dot{z}_1 = b + z_1(x_1 - c) \end{cases} \quad (2)$$

和响应系统

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = -y_2 - z_2 + u_1 \\ \dot{y}_2 = x_2 + \bar{a}y_2 + u_2 \\ \dot{z}_2 = \bar{b} + z_2(x_2 - \bar{c}) + u_3 \end{cases} \quad (3)$$

到稿日期:2008-06-30 本文受国家“863”高科技计划(2007AA01Z478)和河南省教育厅自然科学研究计划项目(2008B520003)资助。

路 杨(1972-),女,讲师,E-mail:yaya_ly@henu.edu.cn.

式(3)中, \bar{a}, \bar{b} 和 \bar{c} 是需要辨识的未知参数, u_1, u_2 和 u_3 是非线性自适应控制器, 它控制驱动系统(2)和响应系统(3)渐近地达到同步。

为了设计控制输入 $u_i (i=1, 2, 3)$, 令驱动系统和响应系统之间的误差变量为 $e_1 = x_1 - \alpha_1 x_2, e_2 = y_1 - \alpha_2 y_2$ 和 $e_3 = z_1 - \alpha_3 z_2$ (这里, $\alpha_i (i=1, 2, 3)$ 为比例因子), 则有 $\dot{e}_1 = \dot{x}_1 - \alpha_1 \dot{x}_2, \dot{e}_2 = \dot{y}_1 - \alpha_2 \dot{y}_2$ 和 $\dot{e}_3 = \dot{z}_1 - \alpha_3 \dot{z}_2$, 故由式(2)和式(3), 可得误差系统如下

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = -e_2 - e_3 + (\alpha_1 - \alpha_2)y_2 + (\alpha_1 - \alpha_3)z_2 - \alpha_1 u_1 \\ \dot{e}_2 = e_1 + a e_2 + (\alpha_1 - \alpha_2)x_2 + \alpha_2(a - \bar{a})y_2 - \alpha_2 u_2 \\ \dot{e}_3 = -c e_3 + (b - \alpha_3 \bar{b}) + e_1 e_3 + \alpha_1 e_3 x_2 + \alpha_3 e_1 z_2 + (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_3)x_2 z_2 + \alpha_3(\bar{c} - c)z_2 - \alpha_3 u_3 \end{cases} \quad (4)$$

对于响应系统(3)的参数不确定性, 本文采用了自适应控制方法, 可使得驱动系统(2)和响应系统(3)达到投影同步, 即 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|e\| = 0$, 这里 $e = [e_1 \ e_2 \ e_3]^T$ 。

构造误差系统(4)的 Lyapunov 函数如下:

$$V(t) = \frac{1}{2} (e_1^2 + e_2^2 + e_3^2 + e_a^2 + e_b^2 + e_c^2) \quad (5)$$

这里, 参数误差为 $e_a = \bar{a} - a, e_b = \bar{b} - b, e_c = \bar{c} - c$ 。显然, $V(t) \geq 0$ 。若 $\dot{V}(e) = -e^T P e$ (P 为正定矩阵), 则可推出 $\dot{V}(e) < 0$ 。根据 Lyapunov 稳定性理论, 此时误差系统全局渐近稳定, 即驱动系统与响应系统达到了同步。如何设计合适的控制器 $u_i (i=1, 2, 3)$, 以满足上述假设, 成为拟解决的关键问题。

对式(7)求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= e_1 \dot{e}_1 + e_2 \dot{e}_2 + e_3 \dot{e}_3 + e_a \dot{e}_a + e_b \dot{e}_b + e_c \dot{e}_c \\ &= e_1 [-e_2 - e_3 + (\alpha_1 - \alpha_2)y_2 + (\alpha_1 - \alpha_3)z_2 - \alpha_1 u_1] + \\ &\quad e_2 [a e_2 + e_1 + (\alpha_1 - \alpha_2)x_2 + \alpha_2(a - \bar{a})y_2 - \alpha_2 u_2] + \\ &\quad e_3 [-c e_3 + (b - \alpha_3 \bar{b}) + e_1 e_3 + \alpha_1 e_3 x_2 + \alpha_3 e_1 z_2 + \\ &\quad (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_3)x_2 z_2 + \alpha_3(\bar{c} - c)z_2 - \alpha_3 u_3] + e_a \dot{\bar{a}} + e_b \dot{\bar{b}} + \\ &\quad e_c \dot{\bar{c}} \end{aligned} \quad (6)$$

为使 $\dot{V}(e) < 0$, 设计控制器如下:

$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{\alpha_1} [e_1 - e_3 + (\alpha_1 - \alpha_2)y_2 + (\alpha_1 - \alpha_3)z_2] \\ u_2 = \frac{1}{\alpha_2} [(a+1)e_2 + (\alpha_1 - \alpha_2)x_2] \\ u_3 = \frac{1}{\alpha_3} [(1 - \alpha_3)b + e_1 e_3 + \alpha_1 e_3 x_2 + \alpha_3 e_1 z_2 + (\alpha_1 \alpha_3 - \alpha_3)x_2 z_2] \end{cases} \quad (7)$$

未知参数 \bar{a}, \bar{b} 和 \bar{c} 的更新规则为

$$\begin{cases} \dot{\bar{a}} = \alpha_2 y_2 e_2 \\ \dot{\bar{b}} = \alpha_3 e_3 \\ \dot{\bar{c}} = -\alpha_3 z_2 e_3 \end{cases} \quad (8)$$

将式(7)和式(8)代入式(6), 可得

$$\dot{V}(t) = -e_1^2 - e_2^2 - c e_3^2 = -e^T P e.$$

其中, $P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$ 。显然 P 是正定矩阵, 故有 $\dot{V}(e) < 0$ 。根据 Lyapunov 稳定性理论, 误差系统(4)在原点渐近稳定, 即驱动系统(2)和响应系统(3)可达到同步。

4 数值模拟

采用 ODE45 算法求解方程(4), 利用控制器(7)和更新

规则(8), 作者研究了驱动系统(2)与响应系统(3)的投影同步。其中, 驱动系统(2)与响应系统(3)的初始点分别选取为: $x_1(0)=3, y_1(0)=-1$ 和 $z_1(0)=5; x_2(0)=-3, y_2(0)=4$ 和 $z_2(0)=3$ 。选取比例因子为 $\alpha_1=2, \alpha_2=-1, \alpha_3=0.5$ 。因此误差系统(4)的初始值为 $e_1(0)=9, e_2(0)=3$ 和 $e_3(0)=3.5$ 。为使驱动系统(2)处于混沌状态, 选取参数 $a=b=0.2, c=5.7$; 选取响应系统(3)的未知参数的初始值为 $\bar{a}(0)=0.01, \bar{b}(0)=0.01$ 和 $\bar{c}(0)=0.01$ 。作者得到驱动系统式(2)和响应系统式(3)的同步过程模拟结果如图 2 所示, 响应系统式(3)的参数 \bar{a}, \bar{b} 和 \bar{c} 的辨识过程如图 3 所示。由误差效果图 2 可看到, 在响应系统(3)的参数未知的情况下, 当 t 分别接近 0.5, 0.5 和 0.3 s 时, 误差 $e_1(t), e_2(t)$ 和 $e_3(t)$ 已分别稳定在零点, 即驱动系统(2)与响应系统(3)达到了同步。由图 3 可看到, 当 t 分别接近 1.9, 4.1 和 3.8 s 时, 未知参数 \bar{a}, \bar{b} 和 \bar{c} 的值分别稳定在 0.2, 0.2 和 5.7。可见利用参数更新规则式(8), 可以辨识出响应系统的未知参数。

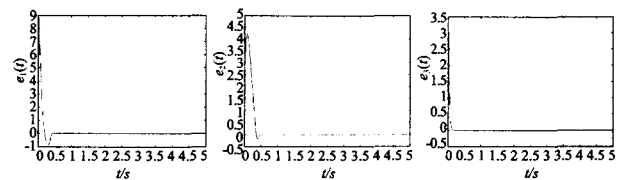


图 2 控制器式(7)的作用下驱动系统式(2)和响应系统式(3)的同步误差曲线

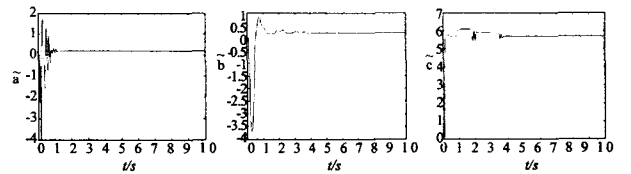


图 3 响应系统式(3)的参数 \bar{a}, \bar{b} 和 \bar{c} 的辨识过程

结束语 本文研究了不确定 Rössler 系统的自适应投影同步和参数辨识问题。基于 Lyapunov 稳定性理论, 设计了自适应控制器和参数更新规则, 使得 Rössler 混沌系统达到了投影同步, 并且可以辨识出响应系统的未知参数。与以往的投影同步方法相比, 本文的方法简便, 在实际应用中更容易实现, 达到投影同步的时间短, 并且可任意调整缩放比例因子。数值模拟结果进一步验证了作者提出的方案的有效性。

参考文献

- [1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems [J]. Phys. Rev. Lett., 1990, 64(8): 821-827
- [2] Lakshmanan M, Murali K. Chaos in nonlinear oscillators: controlling and synchronization [M]. Singapore: World Scientific, 1996
- [3] Chen G, Dong X. From chaos to order: methodologies, perspectives and applications [M]. Singapore: World Scientific, 1998
- [4] 关新平, 范正平, 陈彩莲, 等. 混沌控制及其在保密通信中的应用 [M]. 北京: 国防工业出版社, 2002
- [5] Michael G R, Arkady S P, Jurgen K. Phase synchronization of chaotic oscillators [J]. Phys. Rev. Lett., 1996, 76(11): 1804-1807

(下转第 210 页)

$$[\omega_1, \omega_2, \omega_3] = [1, 1, 3].$$

Step 4 利用 APSO 算法优化计算。粒子种群数为 10, 进化代数为 200, 得到两个过渡带抽样值分别为 $T_1 = 0.59428, T_2 = 0.10936$, 它们对应的幅频特性曲线如图 3 所示。

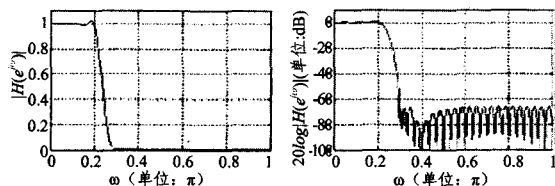


图 3 幅频特性曲线和对数幅频特性曲线

表 2 是分别采用 MAPSO 方法与 APSO 算法进行滤波器参数优化的性能值结果比较表。比较两种结果可以发现, 采用 MAPSO 方法得到的满意优化解与采用 APSO 算法得到的最优解十分接近。由于 APSO 算法只侧重阻带最小衰减 A_s 方面的寻优, 它所设计的滤波器在这方面具有的最优值, 减少了阻带纹波峰值, 比起采用 MAPSO 方法优越。但 MAPSO 方法基于多目标满意优化的思想, 不仅考虑了阻带最小衰减 A_s , 也考虑了通带上冲最大值 R_p 和过渡带 bel_t 大小, 设计所得的滤波器的通带上冲最大值较小, 过渡带也较小, 从而减少了频带边缘两采样点间的突变, 也减少了起伏振荡。

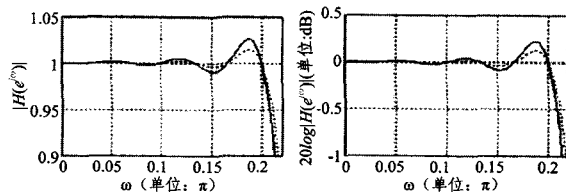
表 2 采用 MAPSO 方法和 APSO 算法优化的滤波器性能指标值比较

	进化代数	T_1	T_2	R_p (dB)	bel_t	A_s (dB)
MAPSO	200	0.59428	0.10936	0.2001	0.05500	66.7291
APSO	200	0.59433	0.10940	0.2225	0.5981	66.8495

另一方面, MAPSO 方法在设计滤波器时具有很强的灵活性。因为不同的权值系数对应不同的满意度函数, 各个权值系数的大小分别体现出设计者对各项性能指标的重视程度。因此, 设计者可以通过调节线性权值来满足对优化指标的不同要求。

继续以上述 FIR 低通滤波器为例, 来说明 MAPSO 方法的灵活性。若我们要求最大可能减少阻带纹波峰值的同时, 尽量减少通带上冲, 而过渡带的大小作次要考虑。因此, 我们对线性加权重新设计, 取为 $[3, 1, 3]$ 。利用 MAPSO 方法设计的 FIR 低通滤波器的两个过渡带抽样值分别为 $T_1 = 0.59428, T_2 = 0.10936$, 在通带处它们对应的幅频特性曲线如

图 4 所示。



(实线是线性加权调整前的结果; 虚线是线性加权调整后的结果)

图 4 通带部分的幅频特性曲线和对数幅频特性曲线

结束语 通过对多目标满意优化问题的分析, 介绍了多目标满意优化模型。考虑到自适应粒子群算法的寻优能力, 将自适应粒子群算法与多目标满意优化方法相结合, 提出一种新的针对多目标优化问题的求解方法——MAPSO 方法, 并应用在 FIR 滤波器参数优化设计中。最后通过仿真实验, 与 APSO 算法相比较, 验证了 MAPSO 方法的可行性、有效性和灵活性。

参考文献

(上接第 192 页)

[6] Yu X, Song Y. Chaos synchronization via controlling partial state of chaotic systems [J]. Int. J. Bifur. Chaos, 2001, 11(6): 1737-1741

[7] Shahverdiev E M, Sivaprakasam S, Shore K A. Lag synchronization in time-delayed systems [J]. Phys. Lett. A, 2002, 292(6): 320-324

[8] Mainieri R, Rehacek J. Projective synchronization in three-dimensional chaotic systems [J]. Phys. Rev. Lett., 1999, 82(15): 3042-3045

[9] Kim C M, Rim S H, Key W. Anti-synchronization of chaotic oscillators [J]. Phys. Lett. A, 2003, 320(1): 39-46

[1] 靳蕃. 神经计算智能基础原理与方法[M]. 成都: 西南交通大学出版社, 2000

[2] Yao X S, Huang H Z, Zhou Z R. Study on multi-objective optimization based on generalized satisfactory degree theory for transportation capability of railway-network[A]// Proceedings of ICTTS[C], 2002: 947-952

[3] 江坤, 钱林方, 徐亚栋. 某炮口制退器的多目标优化设计[J]. 系统仿真学报, 2007, 19(15): 3478-3480

[4] 张葛祥, 金炜东, 胡来招. 多变量系统中多参数多目标满意优化研究[J]. 信息与控制, 2003, 32(6): 484-485

[5] Li Yin-ya, Sheng An-dong, Wang Yuan-gang. Satisfactory optimization of multi-objective PID controllers based on particle swarm optimization algorithm[A]// Proceedings of 2005 Chinese Control and Decision Conference[C], 2005: 906-910

[6] 黄婉平. 自适应粒子群优化算法及其应用研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006: 21-32

[7] Coello C A C, Lechunga M S. MOPSO: A proposal for multiple objective particle swarm optimization[A]// Proceedings of the 2002 Congress on Evolutionary Computation, part of the 2002 IEEE World Congress on Computational Intelligence[C]. Hawaii, 2002: 1051-1056

[10] Xu D L, Li Z. Controlled projective synchronization in non-partially-linear chaotic systems [J]. Int. J. Bifur. Chaos, 2002, 12(6): 1395-1402

[11] Yan J P, Li C P. Generalized projective synchronization of chaos: the cascade synchronization approach [J]. Chaos, Solitons Fract., 2005, 30(1): 140-146

[12] Li G H, Zhou S P, Yang K. Generalized projective synchronization between two different chaotic systems using active backstepping control [J]. Phys. Lett. A, 2006, 355(4/5): 326-330

[13] Rössler O E. An equation for continuous chaos [J]. Phys. Lett. A, 1996, 57(5): 397-400