

# 论计算思维

## ——计算思维的科学定位、基本原理及创新路径

朱亚宗

(国防科技大学人文社科学院 长沙 410073)

**摘要** 指出计算思维、实验思维与理论思维是人类三大科学思维方式,并初步梳理出可计算性原理、形理算一体原理与计算机设计原理等三大计算机基本原理。还指出,交叉创新是计算思维创新发展的根本途径。

**关键词** 计算思维,科学思维,计算机原理,交叉创新

**中图分类号** TP520 **文献标识码** A

### Computational Thinking: its Scientific Position, Basic Principles and Innovation Methods

ZHU Ya-zong

(School of Humanities and Social Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

**Abstract** The paper firstly proposed that computational thinking, experimental thinking and theoretical thinking are three kinds of scientific human thinking, thus gradually concluding three basic principles of computer, i. e., the calculability principle, the integration of form-theory-calculation principle and the computer design principle. The paper finally pointed out that cross innovation is the prime way of developing computational thinking.

**Keywords** Computational thinking, Scientific thinking, Computer principles, Cross innovation

计算是人类文明最古老而又最时新的成就之一。从远古的手指数,经结绳计数,到中国古代的算筹计算、算盘计算,到近代西方的耐普尔骨牌计算及巴斯卡计算器等机械计算,直至现代的电子计算机计算,计算方法及计算工具的无限发展与巨大作用,使计算创新在人类科技史上占有异常重要的地位。众所周知的高科技医疗器械CT,即是X射线技术与计算技术相结合的创新,其理论的首创者和器械的首创者共同获得了1979年诺贝尔医学和生理学奖。其他与计算有关的诺贝尔奖获得者还有:威尔逊因重正化群方法获1982年物理学奖,克鲁格因生物分子结构理论获1982年化学奖,豪普曼因X光晶体结构分析方法获1985年化学奖,科恩与波普尔因计算量子化学方法获1998年化学奖。而闻名遐迩的中国科学大师华罗庚的“华-王方法”,冯康的有限元方法,以及吴文俊的“吴方法”,也均是与计算有关的重大科学创新。当代,计算水平已成为衡量国家科技实力与产业发展的重要标志之一,同时计算也已作为一种思维方式,成为人类科学思维的重要组成部分,并成为哲学认识论长盛不衰的研究对象。本文以下拟从文理交叉的视角对计算思维作一简略的宏观探讨。计算思维现已受到国内外计算机学界、科技哲学界及相关领域学者的高度关注。其中桂林电子科技大学董荣胜教授是这一研究方向与学术潮流的开拓者与倡导者,本人的研究工作也在许多方面受惠于董荣胜教授的学术思想及其著作<sup>[1,2]</sup>。

### 1 计算思维:三大科学思维之一

思维方式是人类认识论研究的重要内容,已有无数的哲

学家、思想家和科学家对人类思维方式进行过各具特色的研究,并提出过不少深刻的见解。在思维的纵向历史性方面,恩格斯曾有精辟的论述:“每一时代的理论思维,包括我们时代的理论思维,都是一种历史的产物,在不同的时代具有非常不同的形式,并因而具有非常不同的内容。因此,关于思维的科学,和其他任何科学一样,是一种历史的科学,关于人的思维的历史发展的科学<sup>[3]</sup>。”而在思维方式横向分类方面,也有不少普遍认可的成果:抽象(逻辑)思维与形象思维,辩证思维与机械思维,创造性思维与非创造性思维,社会(群体)思维与个体思维,艺术思维与科学思维,原始思维与现代思维,灵感思维与顿悟思维,等等。

钱学森在总结前人研究的基础上,创造性地将思维科学列为11大科学技术门类之一:自然科学、社会科学、数学科学、系统科学、思维科学、人体科学、行为科学、军事科学、地理科学、建筑科学、文学艺术<sup>[4]</sup>,并经过反复斟酌,将其中的思维科学分为三大类别:抽象思维学、形象思维学与创造性思维学<sup>[4]</sup>。钱学森关于思维科学的这一分类,虽广为流传,也有其相对可行的一面,但是更深入的分析表明,这种分类是可以商榷的。抽象思维与形象思维,既可以是非创造性的机械式思维,也可以是创造性的思维。如按公式程式解题即是非创造性的抽象思维,而弗里德曼严格按爱因斯坦广义相对论方程解出宇宙半径随时间而扩张的结果,虽是抽象思维,却是一种创新思维;狄拉克解量子场方程而得出负数解,再作出正电子预言,虽是数理计算与类比方法(与负电子类比)相结合而产生的创新成果,但至少说明抽象思维是创新思维的重要因素;

到稿日期:2008-10-30

朱亚宗(1944—),男,博导,主要研究方向为科学方法论、科学思想史等。本文为2008年全国“计算思维与计算机导论”专题学术研讨会的特邀论文。

而爱因斯坦 16 岁时的追光理想实验:随光运动的人又放出一束光,此人看到这束光是按光速前进,还是原地振荡的电磁波?这一最终导致狭义相对论创立的创新思维,显然是形象思维与逻辑思维的综合性思维。对于本文重点讨论的计算思维而言,也难以简单地归为钱学森三类思维中的任何一种。计算思维就目前的发展水平而言,确与抽象思维的重合度最高,但是计算思维方式又已成为创新思维的重要方式:四色定理的计算机证明,从开普勒定律到牛顿万有引力定律的计算机推导(吴文俊的“吴方法”)。而且计算思维要通向高水平的人工智能,实现抽象思维与形象思维的融合是必由之路。

关于计算思维的科学定位,笔者从科技史与科技哲学的视野出发,并结合人类的科技创新实践活动来考虑,似可从计算方法是人类三大科学方法之一受启示,将计算思维确定为人类科学思维的基本方式之一,也即将计算思维与理论思维、实验思维并列为人类三大科学思维。

目前自然科学领域公认有三大科学方法:理论方法、实验方法与计算方法<sup>[5]</sup>,而每一种科学方法都可分析为思想方法与操作方法两个层面,如果说其中思想方法层面大致可以认为是思维方法层面的话,则与三大科学方法相对应,便有三大科学思维,即理论思维、实验思维与计算思维。

关于科学思维领域的三大思维,有的已有初步的涉猎与总结,有的甚至尚未有人提出(如实验思维),而这样的局面恰与科学方法论领域丰富多彩的研究形成鲜明的对比,可以预期,三大思维研究必有广阔的前景和深远的影响。

计算思维作为人类三大科学思维之一,虽然比理论思维与实验思维更晚受到关注和缺乏厚重的积累,但是计算机与信息科技的迅猛发展以及计算科学技术本身的严密性和逻辑性,却使计算思维研究完全可能快速发展并后来居上。

## 2 计算思维:有待梳理的基本原理

虽然人类能在日常生活与智力活动中用当其所,娴熟自如地运用各种思维方式,但是大多属于自发性地运用,对为何能恰当地运用各种思维方式,却只可意会不可言传。事实上,人类尚未从总体上掌握各种思维方式的基本规律,认知科学成为人类 21 世纪希望重点攻克科学领域便与这一现状相关。同时,人类对自身各类思维方式的掌握程度并不平衡,钱学森曾指出:“现在只有抽象(逻辑)思维比较成熟,已成为科学的形态,其余尚处于前科学的形态<sup>[6]</sup>。”确实,抽象思维中的形式逻辑思维规律,已被 2000 多年前的亚里士多德基本发现,提出了概念、判断、推理三大范畴,从理论上发现了若干基本规律,并在实际应用中确立了许多实用规则。至 19 世纪,英国数学家布尔又成功地将形式逻辑归结为一种代数演算,从一组逻辑公理出发,运用相应的符号系统,便可像推导代数公式一样推导出逻辑定律,从而创造出布尔代数,后经许多人的发展,终于形成一门新兴的数理逻辑学科。

在抽象思维方式中,辩证逻辑思维无论在实际运用的广泛性、深刻性及重要性方面,更要胜过形式逻辑思维,由于其高度的复杂性和灵活性,虽从古希腊哲学家到马克思经过数千年的探索,迄今为止人类仍只能在原理层次上掌握若干基本原理(如对立统一、质变量变、否定之否定等)和基本范畴(物质与意识、本质与现象、原因与结果、内容与形式、结构与功能,等等),这与已经实现数学化的形式逻辑思维研究不可

同日而语。以笔者之见,在形式逻辑思维方式之外,人类研究得最深入、科学化水平最高的思维方式是计算思维。人类具有解决算术、代数、解析几何、微积分、数理方程、数值计算等问题的丰富计算实践,也有研发和运用数值计算电子计算机的大量实践活动。19 世纪,法国天文学家勒维耶用计算数据指点天文台发现了海王星,20 世纪用爱因斯坦创立的广义相对论算出水星每百年进动 43",揭开了牛顿力学无法解释的百年难题,更有通过计算机的数值计算证明了前人未能证明的“四色定理”。在取得上述惊人的计算成果的同时,人类也掌握了计算思维的许多规律,在机械的形式计算思维方面,人类的认识水平和实践能力自在形式逻辑思维之下,至于复杂的创造性计算思维,由于包含形象思维、辩证思维等高度复杂的思维方式,目前仍处于探索基本规律阶段,但是已经取得了令人振奋的成绩。

1986 年 7 月,中国首届国家最高科技奖得主吴文俊院士,应邀访问美国芝加哥的阿尔贡实验室。访问期间,吴文俊会见了美国自动推理学界的领袖人物沃斯(L. Wos)。沃斯长期受困于一个著名的科学史难题:物理学教科书上常有从牛顿万有引力定律推出开普勒定律的论述,但近代科学史上牛顿却是从开普勒定律推出万有引力定律的;甚至诺贝尔物理学奖得主、科学奇才费因曼也未能解开牛顿思维之迷。面对这一难题美国自动推理学界的专家们亦苦无良策,于是沃斯向吴文俊提出如何运用计算机从开普勒定律自动推导出牛顿万有引力定律的世界难题。吴文俊回国后,利用自己创立的机证定理算法(“吴方法”),成功地解决了这一难题<sup>[7]</sup>。

目前来系统总结计算思维的基本规律,尚为时过早,也超出笔者的见识与能力。以下只能从科技史、科技哲学与哲学认识论的交叉视角,对人类掌握的计算思维基本原理作一试探性的概括,敬请识者教正:

### 1. 可计算性原理

人类科学史上,可行性问题常常成为最引人注目的研究课题,而相关的研究成果多成为影响深广的科学史丰碑。康德的《未来形而上学导论》和《纯粹理性批判》之所以成为哲学史名著,在很大程度上是因为提出了“纯粹数学是怎样可能的?”“纯粹自然科学是怎样可能的?”等深刻的科学认识论命题<sup>[8]</sup>,并对这样的可行性问题,通过感觉经验和先天范畴相结合的独创性思想而作出解答,虽有历史局限性,却开辟了深化认识论研究的新途径。制造永动机的梦想曾使不计其数的人耗费毕生的精力和时间,而 19 世纪的迈尔、焦耳、赫尔姆霍茨、开尔文等科学家发现的能量守恒和转化定律,终于使有科学素养的人停止永动机的制造,而导出永动机不可行的能量守恒原理便成为划时代的科学创新。再如,海森伯所以名垂史册,不仅因为创立了量子力学,而且因为发现了测不准原理,从科学上宣告了微观领域里动量与位置、能量与时间等共轭量同时测准的不可行性。

在计算思维领域,虽然大自然可以计量的思想已有数千年之久,一代又一代的科学家并用解析的或数值的方法计算着自然现象及其规律,但是直到 1936 年,才由英国杰出数学家图灵提出计算思维领域的计算可行性这一根本问题:“怎样判断一类数学问题是否是机械可解的?或者说,一些函数是否可计算的<sup>[9]</sup>?”图灵还提出并解决了更深一层的问题——计算机思维可行性问题:“人们是否能把计算机对提问作出的反

应同某人对同样问题作出的反应区别开来?”图灵为此设计了著名的“图灵测验”:如果一个人无法判断与己进行对话的是人还是计算机,那么就可认为这个计算机是能思维的,它具有与人相当的智力<sup>[9]</sup>。图灵可计算性原理的历史功绩在于它还在现代电子计算机成功研制之前许多年,即已从原理上指明计算机的计算可行性及人工智能的理想目标。

## 2. 形理算一体原理

从物理数据或机制出发,寻找相应的数学工具与计算方法,在人类科学史早有成熟的经验。近代开普勒以第谷的火星观测资料为基础,找到古希腊阿罗尼乌斯的椭圆曲线,而发现开普勒定律。20世纪的爱因斯坦也为广义相对论物理思想找到黎曼几何这一数学形式而创立广义相对论。在数学物理的数值计算方面,这一传统同样得到了继承。有限元法的创立者冯康科学地总结了从物理机制出发的4步计算程序:“按常规来做,处理数学物理的离散计算方法要分四步来进行:第一步明确物理机制,第二步写出相应的微分方程,第三步采用离散模型,第四步设计算法”<sup>[10]</sup>。对于几何和物理条件复杂的问题,常规的方法不一定能奏效时,冯康的经验表明,可以越出常规,“并不先写下描述物理现象的微分方程,而是从物理上的守恒定律或变分原理出发,直接与恰当的离散模型联系起来。……结合电子计算机计算的特点,将变分原理和样条逼近直接联系起来,就形成了有限元法<sup>[10]</sup>。”

数学物理的离散计算要求物理机制与计算方法相对应,但是这种对应不应理解为机械式的简单对应。有时同一物理规律可有不同的数学表达方式,如经典力学即有牛顿方程、拉格朗日方程与哈密顿方程,量子力学也有海森伯矩阵形式、薛定谔波动方程形式与狄拉克符号形式。科学大师冯康敏锐地作出了一个被誉为“冯氏大定理”的重要发现:“同一物理定律的不同的数学表述,尽管在物理上是等价的,但在计算上是不等效的<sup>[10]</sup>。”冯康先生由此找到突破口,运用哈密顿方程的辛几何结构,创立又一个领先世界的具有高保真性的哈密顿辛几何算法,荣获1997年国家自然科学一等奖。冯康是世界公认的一流计算数学大师,不仅有经典物理学、纯粹数学与计算机科学方面令人惊叹的复合知识结构,而且有超越专业局限的深广思想。他所总结的从物理机制出发的4步计算程序,以及他在20世纪60年代计算机方兴未艾时,即倡导计算机工作者永远都要学会“用小机器算大题目”的远见,无不表明冯康总结经验的哲学深刻性和穿越时空的科学敏锐性。但是这里也不得不指出,冯康也与绝大多数科学创新大师一样,长于创新而拙于反思,即在科学创新方面,做得出,却说不出,或说不好。具体地说,冯康以物理机制作为计算步骤的第一步是片面的,至少宏观领域里,在物理机制之前还有物理模型或物理图像这一步,事实上,冯康创立有限元方法的一个重要环节是对复杂边界图形的近似简化处理,“有限元法的要点是化整为零,裁弯取直<sup>[3]</sup>。”也就是说,如按冯康创立有限元法的实际过程来总结,数学物理的离散计算步骤完全可以上溯至形象思维层次的物理图像(模型)步骤,也就是可以提出比冯康4步骤更为完整的“形理算一体化”的5步骤。而且所增加的物理图像一步具有非同一般的重要意义,它意味着计算机的计算思维可以与形象思维及抽象思维融为一体,而不仅仅是表面所显现的只是处理抽象思维资料。

在数学物理的离散计算领域里,中国的杰出科学家诚然

已在算法创新方面走到世界的前列,但是,正如恩格斯所言,“一个民族想要站在科学的最高峰,就一刻也不能没有理论思维<sup>[1]</sup>。”中国科学家应当在计算思维的方法论与认识论总结上同样走到世界前列,恰如伟大的爱因斯坦不仅能作出第一流的科学创新,而且能作出第一流的哲学反思一样。

## 3. 机算设计原理

计算思维产生的最显著的成果是电子计算机的创造。众所周知,完整的计算机设计方案是冯·诺意曼于1945年为研制EDVAC计算机(离散变量自动电子计算机)而提出的。冯·诺意曼参与设计的EDVAC计算机虽然没有第一台电子计算机ENIAC(电子数值积分计算机)有名,但是,在EDVAC的研制过程中,冯·诺意曼在综合众多数学家、逻辑学家与电子工程师智慧的基础上,第一次对电子计算机应有的合理结构作出了科学分析,创造性地提出了全新的存储程序通用电子计算机方案,即今天人们所称的冯·诺意曼方案:“EDVAC方案明确规定了新机器有5个构成部分:(1)计算器;(2)逻辑控制装置;(3)存储器;(4)输入;(5)输出;并描述了这5个部分的职能和关系。EDVAC方案有两个非常重大的改进:一是为了充分发挥电子元件的高速度而采用了二进制;二是提出了‘存储程序’,可以自动地从一个程序指令进到下一个程序指令<sup>[11]</sup>。”

冯·诺意曼提出了划时代的科学的电子计算机结构设计,但是很少有人知道,这一科学设计思想多非源于冯·诺意曼本人,“冯·诺意曼从来没有说过‘存储程序’型计算机的概念是他最先提出来的,而且不止一次说过,图灵是现代计算机设计思想的创始人<sup>[9]</sup>。”毫无疑问,图灵可计算性思想和图灵测验为电子计算机的发展奠定了最基础的思想与原理,今日的计算机最高奖以图灵命名,即是对图灵重大贡献的历史性肯定。然而,在图灵的基础原理到冯·诺意曼的结构设计之间,似乎还有一个重要的中间环节与重要的历史人物被计算机学界所忽略了。这就是伟大的控制论创始人维纳的重要贡献。维纳在《控制论》一书的导言中指出,自己在二战期间曾把大部分注意力转向研究计算机,而且更早地提出了与冯·诺意曼5大结构设计有异曲同工之妙而理论色彩更重的设计原理:

“1940年夏天,我把大部分注意力转向发展计算机来解答偏微分方程。我对于这个问题早就有兴趣,并且相信,和布希博士用他的微分分析机处理得很好的常微分方程的情形不同,这里的主要问题是多变数函数的表示问题。……我提出了下列建议:1,在计算机中心部分,加法和乘法装置应当是数字式的……2,开关装置的机件应当由电子管来做……3,加法和乘法采用二进制……4,全部运算序列要在机器上自动进行……5,机器中要包含一种用来储藏数据的装置<sup>[12]</sup>。”

在二战期间,这些操作性更弱而理论性更强的建议未曾受到足够的重视。“这些建议,连同关于如何实现这些建议的初步意见都送交布希博士,以备在战争中可能有用处。在战争准备阶段,这些建议似乎不配获得立刻进行研究的那种优先待遇。虽然如此,它们还是代表了那些体现在现代快速计算机中的观念。……我丝毫没有想要宣布诸如我个人对于引进这些概念的贡献之类的事情。尽管如此,我的这些想法被证明是有用的,我的希望也就是要使我这个备忘录能对工程

(下转第93页)

困难问题等安全假设下是安全的。方案是基于双线性签名体制构造的,且不用秘密方式传送授权信息,因此,具有签名短、安全、高效、实用等优点。

### 参 考 文 献

[1] Mambo M, Usuda K, Okamoto E. Proxy signature: delegation of the power to sign messages[J]. IEICE Trans Fundamentals, 1996, 79(9): 1338-1354

[2] Mambo M, Usuda K, Okamoto E. Proxy signature for delegation signing operation[A]//Proc. 3rd ACM Conference on Computer and Communications Security [C]. New Delhi: ACM Press, 1996: 48-57

[3] Zhang F G, Safavi-Naini R, Lin C Y. New proxy signature, proxy blind signature and proxy ring signature schemes from bilinear pairings. 2003. <http://eprint.iacr.org/2003/104>

[4] Yi L J, Bai G Q, Xiao G Z. Proxy multi-signature scheme; a new type of proxy signature scheme[J]. Electronics Letters, 2000, 36(6): 527-528

[5] Hsu C L, Wu T C. New nonrepudiable threshold proxy signature with known signers[J]. Journal of Systems and software, 2001, (58): 119-124

[6] Anderson R. Invited lecture//Proceedings of the 4<sup>th</sup> ACM Conference on Computer and Communications Security. Zurich, Switzerland, 1997: 1-7

[7] 王晓明, 陈火炎, 符方伟. 前向安全的代理签名方案[J]. 通信学

报, 2005, 26(11): 38-42

[8] 王晓明, 符方伟, 张震. 前向安全的多重数字签名方案[J]. 计算机学报, 2004, 27(9): 1177-1181

[9] 张晓敏, 张建中. 一个改进的前向安全的代理签名方案[J]. 计算机工程, 2007, 33(21): 140-141

[10] Canetti R, Halevi S, Katz J. A Forward-secure signature public-key encryption scheme G//Advances in Cryptology-Eurocrypt'03[C]. LNCS2656. Berlin: Springer-Verlag, 2003: 255-271

[11] Bellare M, Miner S. A forward-secure digital signature scheme//Crypto'99. LNCS 1666. Berlin: Springer-Verlag, 1999: 431-448

[12] Kozlov A, Reyzin L. Forward-secure signature with fast key update // Proceedings of Security in Communication Network. Amalfi, Italy, 2002: 241-256

[13] 冯华熹, 冯登国. 一个基于双线性映射的前向安全门限签名方案[J]. 计算机研究与发展, 2007, 44(4): 574-580

[14] Hess F. Efficient identity based signature schemes based on pairings // Proceedings of selected Areas in Cryptography 2002. Newfoundland, Canada, 2002: 310-324

[15] Zhang F, Safavi-Naini R, Susilo W. An efficient signature scheme from bilinear pairings and its application // PKC'04. LNCS2947. Berlin: Springer-Verlag, 2004: 277-290

[16] Boneh D, Lynn B, Shacham H. Short signatures from the Weil pairing // Proceedings of Advances in Cryptology-Asia Crypt 2001. LNCS2248. Berlin: Springer-Verlag, 2001: 514-532

(上接第 55 页)

界普及这些概念发生若干作用<sup>[10]</sup>。”

维纳是谦虚的,无意于争夺现代电子计算机发明的某些优先权,然而计算机学界与科技史界不应忘记,控制论创立者维纳曾是探索计算机设计原理的伟大先行者与创造者。

### 3 计算思维:交叉创新的发展路径

计算思维作为三大科学思维方式之一,如何开拓创新并实际运用,是关系到科技工作者的创新能力、计算机事业的发展前景乃至国家综合实力竞争的重大战略课题。

钱学森虽未提出过计算思维的概念和研究方法,但是却对一般思维的研究方法和发展思路提出过原则性的见解:1. 微观的结构方法;2. 宏观的功能方法;3. 形象思维是当前研究思维科学的突破口;4. 同人工智能和智能计算机的研究相结合;5. 与系统科学相结合<sup>[4]</sup>。计算思维属于思维科学的一个专门领域,钱学森关于一般思维科学的发展思路无疑也适用于推进计算思维的研究。

以笔者之见,除此之外,还应该强调学科交叉是计算思维创新的一条根本路径。计算思维的研究工作涉及基础科学、技术科学与工程技术三大科学层次,任一层次的相关成果,尤其是创新成果,都有可能促进计算思维的创新。

计算思维重大创新的历史经验告诉我们,似乎应特别重视基础科学与计算机之间的交叉互动。华罗庚作出的最后一个重大创新成果是与王元的合作成果——世界数学界称之为“华-王方法”。这一方法即是华罗庚的数论思想与计算机模拟相结合的方法。华罗庚与王元运用这一方法利用中国第一台电子管电子计算机的计算,解决了用纯数学的逻辑推导方法无法解决的高维数值积分问题<sup>[13]</sup>。而冯康创立的有限元法、哈密顿辛几何算法是中国计算机研究工作领先世界的两

大成果,这两个算法的创新则是经典物理学原理与计算机方法相结合的产物。此外,中国还有吴文俊创立的“吴方法”,这一蜚声国际数学界的机证定理算法,则是吴文俊的数学机械化思想、多项式方程计算方法与计算机方法相结合的产物。由此可见,学科交叉是计算思维创新的重要途径。有抱负有能力的年轻一代科技工作者,尤其是计算机工作者,应该从中国计算科学创新大师身上获得攀登科学顶峰的深刻启示:深广独特的知识结构,纵横交叉的创新思路,终生不倦的探索精神。

### 参 考 文 献

[1] 董荣胜. 计算机科学与技术方法论[M]. 北京:人民邮电出版社, 2002

[2] 董荣胜. 计算机科学导论——思想与方法[M]. 北京:高等教育出版社, 2007

[3] 恩格斯. 自然辩证法[M]. 北京:人民出版社, 1971: 27

[4] 北京大学现代科学与哲学研究中心. 钱学森与现代科学技术[M]. 北京:人民出版社, 2001: 157

[5] 石钟慈. 第三种科学方法——计算机时代的科学计算[M]. 北京:清华大学出版社, 2000: 11

[6] 王文华. 钱学森学术思想[M]. 成都:四川科技出版社, 2007: 374

[7] 胡作玄, 石赫. 吴文俊之路[M]. 上海:上海科技出版社, 2002: 130-133

[8] 康德. 未来形而上学导论[M]. 北京:商务印书馆, 1978: 38, 57

[9] 李佩珊, 许良英. 20世纪科学技术简史[M]. 北京:科学出版社, 1999: 362

[10] 冯端. 零篇集存[M]. 南京:南京大学出版社, 2003: 506

[11] 陈厚云, 王行刚. 计算机发展简史[M]. 北京:科学出版社, 1985: 35

[12] N·维纳. 控制论[M]. 北京:科学出版社, 1985: 3-4

[13] 王元. 华罗庚[M]. 北京:开明出版社, 1994: 247-251