

# 路径损耗对 802.11 无线局域网干扰与载波 监听性能的影响研究

王悦

(中央财经大学信息学院信息管理系 北京 100081)

**摘要** 分析了路径损耗因子对 802.11 无线局域网的干扰与载波监听性能的影响,揭示了增大路径损耗因子的优势。基于 SNR 阈值模型和固定的载波监听阈值,分析了 802.11a/b/g/n 的主要比特速率。首先,在绝大多数的比特速率下(除比特速率为 1 和 2Mbps 外),增大路径损耗因子有利于增加 SIR 和减小干扰半径,这有助于提高比特速率和空间复用。其次,基于蜂窝网络拓扑指出了最优网络容量随路径损耗因子的增大而增大。最后,图例分析和仿真实验揭示了增大路径损耗因子有助于改善载波监听的准确率。城市中由于建筑物和人口稠密会增大路径损耗因子,因此可提升无线局域网的性能。

**关键词** 路径损耗因子,网络容量,载波监听,802.11,无线局域网

**中图分类号** TP393 **文献标识码** A **DOI** 10.11896/j.issn.1002-137X.2017.07.015

## Impact of Path Loss Exponent on Interference and Carrier Sensing Performance Metrics of 802.11 WLANs

WANG Yue

(Department of Information Management, School of Information, Central University of Finance and Economics, Beijing 100081, China)

**Abstract** We analyzed how path loss exponent affects the interference and carrier sensing performance of 802.11 WLANs and revealed the advantages of larger path loss exponent. This work is based on the SNR threshold reception model and fixed carrier sensing thresholds, and the main bit rates of 802.11a/b/g/n are considered. Firstly, increasing path loss exponent increases SIR and decreases interference range. Secondly, the optimal network capacity increases with the path loss exponent. Thirdly, analysis and simulation reveal that larger path loss exponent results in larger carrier sensing accuracy. The performance of WLANs improves in cities because dense buildings and population increase path loss exponent.

**Keywords** Path loss exponent, Network capacity, Carrier sensing, 802.11, WLAN

### 1 概述

路径损耗(或路径衰减)是指电磁波通过空间传播时功率密度的损耗量,它是电信系统链路预算分析与设计中的一个重要组成部分<sup>[1]</sup>。以往路径损耗对无线网络性能影响的研究主要集中在电信无线网络中<sup>[2-4]</sup>。近年来研究发现,路径损耗与 802.11 无线网络的各方面性能密切相关。文献[5]研究了不同载波监听阈值下路径损耗对隐藏节点区域和广播不可用概率(broadcast outage probability)的影响。文献[6]分析了节点密集的 Ad hoc 网络的最优传输能力,指出其严重受到路径损耗的影响。文献[7]通过仿真研究了不同衰减和衰落条件下车载移动 Ad hoc 网络的 MAC 协议的性能,指出优化性能 MAC 协议的参数需要根据信道状况进行相应的调节。文献[8]分析了低估和高估路径损耗因子对无线传感器网络的定位影响。特别地,多点定位方法取决于对路径损耗因子的准确估计<sup>[9]</sup>。文献[10]理论推导了数据传输收包率与接收信

号强度、路径损耗之间存在的关系,并基于此提出了一个分布式的拓扑控制算法。文献[11]考虑了路径损耗的影响,在无线传感器网络中提出了一种三维覆盖控制算法。

本文研究路径损耗因子对 802.11 无线局域网性能指标的影响。与以往工作不同,我们全面考虑了 802.11a/b/g/n 的多种比特速率下改变路径损耗因子对最优网络容量(以及相应的最优比特速率)和载波监听准确率的影响。结果显示,提高路径损耗因子有助于提高网络容量以及载波监听的准确率,揭示了其具有优势。

### 2 模型与设置

本文研究单个静态信道,不考虑小尺度信道衰落。信号的接收功率  $P_{rr}$  是传输距离  $d$  的函数,其不随时间变化,即:

$$P_{rr}(d) = \left(\frac{d_0}{d}\right)^\alpha P_0 \quad (1)$$

其中,  $\alpha$  称为路径损耗因子,一般取值范围为 2~6。当  $\alpha=2$  时,称为自由空间模型;当  $\alpha=4$  时,称为地面反射(双线)模

到稿日期:2016-05-16 返修日期:2016-08-18 本文受国家自然科学基金项目(61309030,61502315,61100112),北京市社科联青年社科人才资助项目(2015SKL009),科技部国家重点研发计划(2016YFB1001101),中央财经大学学科建设基金资助。

王悦(1979-),男,博士,副教授,主要研究方向为计算机网络、机器学习, E-mail: yueLwang@163.com。

型。\$P\_0\$ 是在参考距离 \$d\_0\$ 上的接收功率。由式(1)可知, 路径损耗因子越大, 传输距离越大, 接收功率越小。

考虑如图 1 所示的基本双链路(单干扰源)的网络拓扑, 该拓扑在关于无线通信的基本性质的研究中得到大量应用(如文献[13-14])。图 1(a)所考察的目标链路的发送节点为 \$T\$, 接收节点为 \$R\$; 干扰链路的发送节点为 \$I\$ (即干扰源), 接收节点为 \$R'\$; 发送距离 \$d\_{TR}\$、载波监听距离 \$d\_{TI}\$ 和干扰距离 \$d\_{IR}\$ 如图中所示。图 1(b)是图 1(a)的简化, \$T, R\$ 和 \$I\$ 共线。

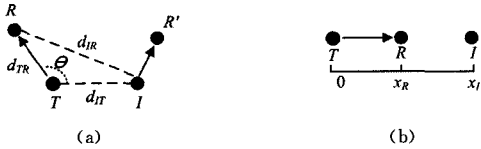


图 1 双链路(单干扰源)的网络拓扑

802.11 的无线网络中有多种标准(802.11a/b/g/n 等), 每种标准支持多个比特速率。一般来说, 为达到同等误码率, 比特速率越高, 所要求的信噪比(SNR)越高。基于图 1(b)的拓扑分别绘出了 802.11a, 802.11b, 802.11n 的分组接收成功率随 \$x\_I/x\_R\$ 的变化情况, 如图 2 所示。

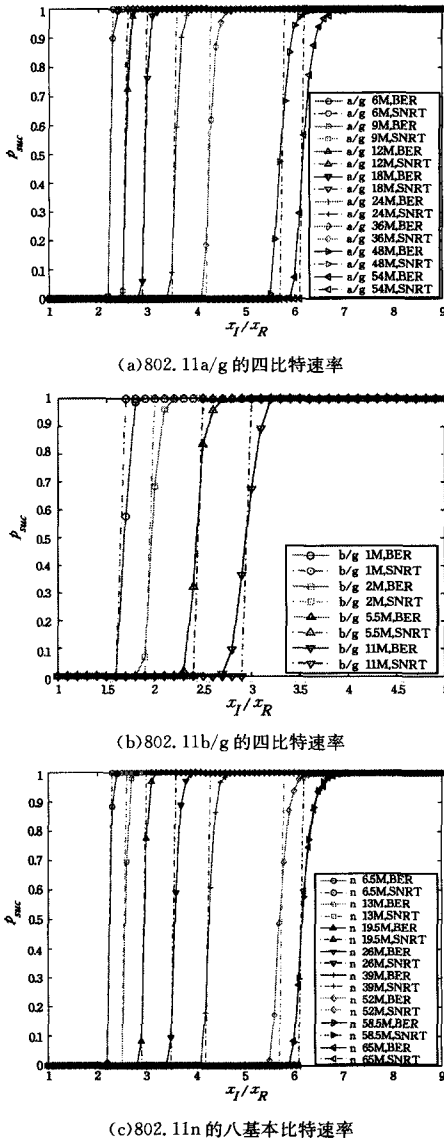


图 2 分组接收成功率随 \$x\_I/x\_R\$ 的变化(分组长度为 256 字节)

误码率(BER) \$p\_e\$ 的计算使用了 ns-3 网络仿真平台[12]的计算方法, 分组接收成功率的公式如下:

$$p_{suc} = (1 - p_e)^{nb} \tag{2}$$

其中, \$nb\$ 为一个分组的比特数。由于 802.11g 分别继承了 802.11a 和 802.11b 的调制模式和比特速率, 因此, 在表示相应速率时, 使用 802.11a/g 和 802.11b/g 的形式。所有的比特速率如表 1 所列(对于 802.11n, 只列出其基本配置, 即 MCS0-MCS7@20MH)。如图 2 所示, 当 \$x\_I/x\_R\$ 大于一定阈值时, 分组接收成功率 \$p\_{suc}\$ 快速从 0 变为 1。因此, 可以利用信噪比阈值模型(SNRT 模型)来很好地近似实际中的误码率模型(BER 模型)。

表 1 802.11a/b/g/n 的比特速率和 SNR 阈值

802.11a/g				
\$v\$/Mbps	6.00	9.00	12.00	18.00
\$\beta_0\$	1.95	3.75	3.90	7.50
802.11b/g				
\$v\$/Mbps	24.00	36.00	48.00	54.00
\$\beta_0\$	17.10	34.91	103.75	137.09
802.11n				
\$v\$/Mbps	6.50	13.00	19.50	26.00
\$\beta_0\$	1.95	3.90	7.50	17.10
\$v\$/Mbps	39.00	52.00	58.50	65.00
\$\beta_0\$	34.91	103.75	137.09	137.09

基于 SNRT 模型进行讨论。忽略背景热噪声, 一个分组被正确接收(\$p\_{suc} = 1\$)当且仅当:

$$P_{rr} \geq P_{rr0,v} \tag{3}$$

$$\beta = \left(\frac{d_{IR}}{d_{TR}}\right)^\alpha \geq \beta_{0,v}$$

其中, \$P\_{rr0,v}\$ 是接收功率阈值, 由无线网卡规定; \$\beta\$ 是 SIR; \$\beta\_{0,v}\$ 是 SNR 阈值, 它一般指在分组接收成功率等于 50% 时对应的 SNR。这两个参数都与比特速率有关。在不引起混淆的情况下, 下文将 \$\beta\_{0,v}\$ 简记为 \$\beta\_0\$。

在此区分 SNR 和 SIR。SNR (或 SINR) 是信号接收功率与噪声功率之比, 噪声包含干扰和背景热噪声。SIR 是信号接收功率与干扰功率之比。一般地, 我们说 SNR 阈值, 而不说 SIR 阈值。在信号强度较强时, 热噪声相比于干扰往往可以忽略不计, 因此, 用一条链路的 SIR 与 SNR 阈值作比较来决定成功接收与否。此外, 本文的所有公式中, 功率的单位是 mW, SIR 或 SNR 是功率的比值(在图中可能用 dBm 单位来显示)。表 1 列出了各个比特速率的 SNR 阈值(功率比值)。

### 3 路径损耗因子与性能指标的关系

#### 3.1 SIR 和干扰半径

一条链路的 SIR 反映了该链路的质量以及它能支持多高的比特速率。由式(3)可知, 当 \$d\_{IR} > d\_{TR}\$ 时, SIR 随路径损耗因子 \$\alpha\$ 的增加而增加, 这是由于此时干扰距离 \$d\_{IR}\$ 大于发送距离 \$d\_{TR}\$, 信号接收功率比干扰接收功率衰减得快。基于类似的讨论, 当 \$d\_{IR} < d\_{TR}\$ 时, SIR 随 \$\alpha\$ 的增加而减小; 当处于 \$d\_{IR} = d\_{TR}\$ 的特殊点时, SIR 不随 \$\alpha\$ 变化。

干扰半径 \$r\_i\$ 是对链路抗干扰能力的图形描述, 它是接收节点为圆心的一个半径, 当(单)干扰源在干扰半径内时其

产生的干扰将使分组接收失败;反之,其产生的干扰不影响分组的成功接收。由式(3)可得:

$$r_1 = \beta_0^{1/\alpha} d_{TR} \quad (4)$$

当  $\beta_0 > 1$  时,  $r_1$  随  $\alpha$  的增大而减小;当  $\beta_0 < 1$  时,  $r_1$  随  $\alpha$  的增大而增大;当  $\beta_0 = 1$  时,  $r_1$  不随  $\alpha$  变化。对此 3 种情况的解释与上述 SIR 的情形相同。干扰半径取决于比特速率和发送距离,比特速率越大,SNR 阈值越大。

如表 1 所列,除了在比特速率等于 1 和 2Mbps(最小的两个比特速率)时  $\beta_0$  小于 1 以外,其他比特速率的  $\beta_0$  都大于 1。而当前倾向于使用较高的比特速率来传输数据。综上所述,从单链路单干扰源的分析得出以下结论: $\alpha$  增大有利于增加 SIR 和减小干扰半径(除比特速率为 1 和 2Mbps 外),其一方面有助于提高比特速率,另一方面有助于提高空间复用。

### 3.2 网络容量

基于蜂窝网络拓扑计算网络容量。蜂窝网络原本用于电信基站建设的频分复用建模。一个簇含  $K$  个小区(cell),  $K$  称为簇大小。每个基站置于小区的几何中心,与小区内的移动设备进行通信。簇内的每个小区被分配不同的信道,互不干扰,图 3(a) 示出  $K=7$  的情况。一个簇中的某个小区主要受第一外层 6 个簇的同频小区的干扰,如图 3(b) 所示。

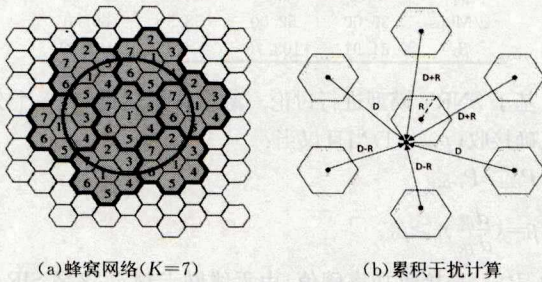


图 3 蜂窝网络拓扑示意图

本文研究 802.11 网络,每个小区的几何中心放置一个 WiFi 访问点,它与小区内的移动设备进行通信。由于研究单个信道的性能,一个簇内的各个小区时分复用带宽,因此,第  $i$  个小区对应第  $i$  个时间槽。同理,一个簇中的某个小区主要受第一外层 6 个簇的同时时间槽的小区的干扰。这样可以借鉴蜂窝网络的分析方法<sup>[1]</sup>。在最坏情况下 SIR 为:

$$SIR = \frac{R^{-\alpha}}{2(D-R)^{-\alpha} + 2(D+R)^{-\alpha} + 2D^{-\alpha}} \quad (5)$$

由于  $D/R = \sqrt{3K}$ ,因此式(5)转换为:

$$SIR = \frac{1}{2(\sqrt{3K}-1)^{-\alpha} + 2(\sqrt{3K}+1)^{-\alpha} + 2(\sqrt{3K})^{-\alpha}} \quad (6)$$

按照蜂窝网络拓扑理论,  $K = i^2 + ij + j^2$ ,  $i$  和  $j$  为非负整数。特别地,当  $i=1, j=0$  (或  $i=0, j=1$ ) 时,一个簇仅含一个小区。

忽略背景热噪声,每个小区的信道最优速率由香农信道容量公式给出。

$$\text{信道容量} = B \log_2(1 + SIR) \quad (7)$$

其中,  $B$  为信道带宽,单位为 Hz;  $C$  为信道容量,单位为 bps。

由于簇内每个小区只有  $1/K$  的时间可以发送,因此,一个小小区的容量  $C$  为:

$$C = \frac{B \log_2(1 + SIR)}{K} \quad (8)$$

假设网络共有  $M$  个小区,网络容量为  $MC/K$ ,是小区容量的  $M$  倍。因此,下面用单个小区容量来代表系统容量。

由式(6)和式(8)可知,在一个小区中,当  $K$  增大时,  $SIR$  变大,支持更高的比特速率,但是它的时间份额变小,这里存在一个权衡关系。对香农最优信道容量计算出使得小区容量最大化的最优值。如图 4 所示,  $\alpha$  越大,由于  $SIR$  越大,能支持更高的比特速率,因此空间复用度越高(即  $K$  值越小),网络容量随  $\alpha$  增大而增大。当  $\alpha=2, 3$  时,最优  $K=3$ ;当  $\alpha=4, 5, 6$  时,最优  $K=4$ 。  $K=3$  或 4 时的小区容量相差不大。

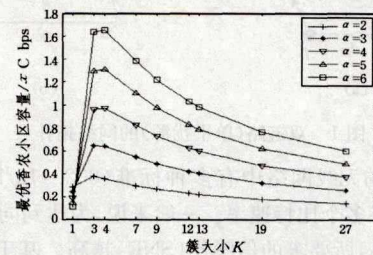


图 4 最优香农小区容量

实际上,802.11 只有一些特定的比特速率可选。在各个  $K$  值下,根据其  $SIR$ (见式(6))从表 1 中查找所支持的最大速率和最大的小区容量。图 5 示出计算结果,其与图 4 的大体趋势类似。但是由于 802.11 在不同 SNR 条件下的比特速率与香农的最优比特速率不是完全一致的,因此得到的最优  $K$  有所不同。当  $\alpha=2$  时,最优  $K=9$ ,最优比特速率是 13Mbps;当  $\alpha=3$  时,最优  $K=4$ ,最优比特速率是 13Mbps;当  $\alpha=4$  时,最优  $K=7$ ,最优比特速率是 39Mbps;当  $\alpha=5, 6$  时,最优  $K=4$ ,最优比特速率是 39Mbps。类似图 4 的香农最优情形:当  $\alpha$  越大,网络容量越大。此外,所选用的最优比特速率属于 802.11n,这说明 802.11n 将更好地提升无线局域网的性能,而且低中档(13Mbps, 39Mbps)已足够。

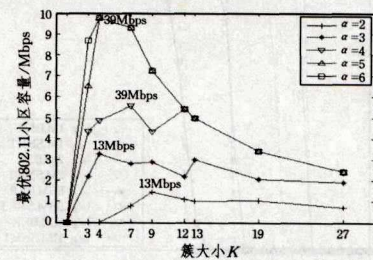


图 5 最优 802.11 小区容量

### 3.3 载波监听

进一步,研究路径损耗因子对载波监听准确度的影响。实际部署中,802.11 通常使用固定的载波监听阈值。由于载波监听功能处于发送节点,而且受网络拓扑的影响,因此准确的载波监听很难做到。(信道空闲,接收成功)和(信道繁忙,接收失败)是两种正确的载波监听情况。而(信道空闲,接收失败)和(信道繁忙,接收成功)是错误的两种载波监听情况,前者称作隐藏节点问题,后者称作暴露节点问题。

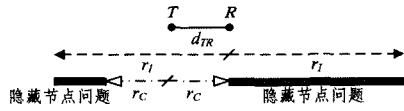
载波监听半径是载波监听能力的图形化表示,它是以发送节点  $T$  为圆心的一个半径,当(单)干扰源在载波监听半径内被监听到,发送节点认为信道繁忙;反之,监听不到,发送节点认为信道空闲。根据式(1),令接收功率为载波监听阈值

$c_0$ ,可得载波监听半径  $r_c$  为:

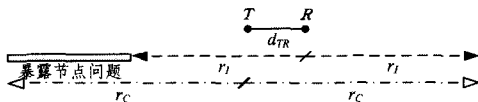
$$r_c = (P_0/c_0)^{1/\alpha} d_0 \quad (9)$$

显然,载波监听阈值越大,载波监听半径越小。

在研究中,通常用载波监听半径来图形化地表示载波监听阈值。图6(a)示出一个激进的载波监听阈值,即载波监听半径等于发送半径。此时,载波监听半径范围无法覆盖干扰半径范围的区域将存在隐藏节点问题。图6(b)示出一个保守的载波监听阈值,即载波监听半径等于发送半径与干扰半径之和。此时,载波监听半径范围覆盖了干扰半径范围的所有区域,但是由于过于保守导致了暴露节点问题。



(a) 激进载波监听阈值:  $r_c = d_{TX}$



(b) 保守载波监听阈值:  $r_c = d_{TX} + r_l$

图6 802.11 载波监听半径示意图

在通常情况下(除1和2Mbps外)路径损耗因子增大会减小干扰半径(见3.1节),这将减小图6(a)中的隐藏节点问题的范围(即  $2r_l - 2r_c$ )。而在图6(b)中,暴露节点问题的范围是  $2r_c - 2r_l = 2d_{TX}$ ,它不随路径损耗因子变化。

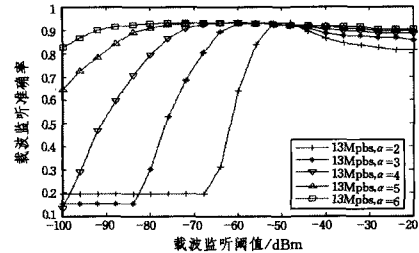
由上述分析,可推测: $\alpha$ 增大有助于提高载波监听的准确性。基于图1(a)的网络拓扑进行仿真验证,固定T和R的位置( $d_{TR} = 10m$ ),改变  $d_{TR}$ ,使之在  $0 \sim 10d_{TR}$ 之间变化,步长为  $0.1d_{TR}$ ;改变  $\theta$ (TR与TI的夹角),使之在  $0 \sim 2\pi$ 之间变化,步长为  $\pi/12$ ,这样近似覆盖了干扰源所有可能的位置。此外,传输功率设为15dBm,式(9)中  $d_0$  设为2m,  $P_0$  按自由空间模型的接收功率设为-31.0dBm(这是由于在2m的传输距离内可近似为自由空间模型)。

定义载波监听的准确率为(信道空闲,接收成功)和(信道繁忙,接收失败)的仿真次数占所有仿真次数的百分比。每次仿真取一个  $d_{IT}$ 和  $\theta$ ,根据载波监听阈值和SNR阈值,分别判断信道是否空闲、分组是否接收成功。

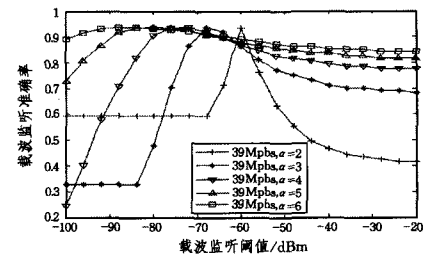
仿真显示,对于绝大部分载波监听阈值, $\alpha$ 增大有助于提高载波监听的准确性。由于篇幅有限,图7示出了13Mbps和39Mbps两种情况,两子图均显示:随着载波监听阈值从小到大变化,载波监听准确率先增大后减小。这是因为当载波监听阈值过小时,暴露节点问题严重降低了载波监听准确率;而当载波监听阈值过大时,隐藏节点问题严重降低了载波监听准确率。

尽管对于绝大多数的载波监听阈值, $\alpha$ 增大有助于提高载波监听的准确性,但是一个例外情况是  $\alpha = 2$ ,这在图6(b)中尤为明显。当载波监听阈值很小时, $\alpha = 2$ 的载波监听准确率甚至超过了  $\alpha = 3, 4$ 的载波监听准确率。导致这种异常的原因是仿真区域的边界效应。由式(4)和仿真参数计算出:当  $\alpha = 2, 3, 5$ 时,干扰半径  $r_l$  分别等于59m,32m和20m;考虑载波监听阈值  $c_0 = -100dBm$ ,当  $\alpha = 2, 3, 5$ 时,载波监听半径  $r_c$

按(9)计算分别为5593m,397m,48m。注意到仿真中  $d_{IT}$  的最大范围是  $10d_{TR} = 100m$ 。当  $\alpha = 2, 3$ 时,  $r_c$  完全覆盖了  $d_{IT}$  的最大范围,导致了严重的暴露节点问题。而  $\alpha = 3$ 的干扰半径小于  $\alpha = 2$ 的干扰半径,这就使得  $\alpha = 3$ 的暴露节点区域较  $\alpha = 2$ 的暴露节点区域更大,因此前者载波监听准确率更低。当  $\alpha = 5$ 时,载波监听半径大幅减小,仅能部分覆盖  $d_{IT}$  的最大范围,使暴露节点问题有所缓解,因此载波监听准确率较  $\alpha = 3$ 时上升。



(a) 13Mbps



(b) 39Mbps

图7 不同载波监听阈值下的载波监听准确率随  $\alpha$  的变化

**结束语** 本文分析了路径损耗因子对802.11的性能影响。在绝大多数的比特速率下(除比特速率为1和2Mbps外),增大路径损耗因子有利于增加SIR和减小干扰半径,有助于扩充网络容量,有助于改善载波监听的准确率。

## 参考文献

- [1] RAPPAPORT T S. Wireless Communications: Principles and Practice[M]. Prentice Hall Press, USA, 2001.
- [2] MIN S, BERTONI H L. Effect of Path Loss Model on CDMA System Design for Highway Microcells[C]// Proc. IEEE VTC'98. 1998; 1009-1013.
- [3] HERNANDEZ-VALDEZ G, CRUZ-PEREZ F A, LARA M. Impact of the Cell Size and the Propagation Model Parameters on the Performance of Microcellular Networks[C]// Proc. IEEE PIMRC. 2000; 292-296.
- [4] BLASZCZYNSZYN B, KARRAY M K, KLEPPER F. Impact of the geometry, path-loss exponent and random shadowing on the mean interference factor in wireless cellular networks[C]// Proc. 3th Joint IFIP Wireless and Mobile Networking Conference (WMNC). 2010; 1-6.
- [5] LINNARTZ J P, PEREZ D V. Effect of path loss on outage probability in multi-hop broadcast networks[C]// Proc. IEEE 20th Symposium on Communications and Vehicular Technology in the Benelux (SCVT). 2013; 1-6.
- [6] RAMAIYAN V, KUMAR A, ALTMAN E. Optimal Hop Distance and Power Control for a Single Cell, Dense, Ad Hoc Wireless Network[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2011, 11(11): 1601-1612.

- [7] BLASZCYSZYN B, MUHLETHALER P, TOOR Y. Performance of MAC protocols in linear VANETs under different attenuation and fading conditions[C]// Proc. 2009 12th International IEEE Conference on Intelligent Transportation Systems (ISIT). 2009;1-6.
- [8] PU C C, JAYA P, OOI P C, et al. Analysis of path loss exponent error in ranging and localization of wireless sensor network[C]// Proc. International Conference on Frontiers of Communications, Networks and Applications (ICFCNA 2014-Malaysia). 2014; 1-6.
- [9] SHAYOKH M A, ALKASI U, PARTAL H P. Performance improvement techniques for RSSI based localization methods[C]// Proc. International Conference on Electrical Information and Communication Technology (EICT). 2014; 1-6.
- [10] HAO X C, DOU J J, LIU B. Path-Loss Based Distributed Topology Control Algorithm for Wireless Sensor Networks[J]. Journal of Software, 2009, 20(12): 3213-3222. (in Chinese)
- 郝晓辰, 窦晶晶, 刘彬. 基于路径损耗的无线传感器网络分布式拓扑控制算法[J]. 软件学报, 2009, 20(12): 3213-3222.
- [11] REN X L, CHENG Y L, XU Z M. Coverage Control and Node-scheduling for Three-dimensional Wireless Sensor Networks [J]. Journal of Chinese Computer Systems, 2012, 33(8): 1681-1684. (in Chinese)
- 任秀丽, 程艳蕾, 徐泽明. 无线传感网中三维覆盖控制和节点调度的研究[J]. 小型微型计算机系统, 2012, 33(8): 1681-1684.
- [12] The Network Simulator-NS-3 [EB/OL]. <https://www.nsnam.org>.
- [13] M G, XU K X, BAE S. How Effective is the IEEE 802. 11 RTS/CTS Handshake in Ad Hoc Networks[C]// Proc. IEEE GLOBECOM. 2002; 72-76.
- [14] BRODSKY M Z, MORRIS R T. In Defense of Wireless Carrier sense[C]// Proc. ACM SIGCOMM. 2009; 147-158.

(上接第 60 页)

$P, S$ ) 为任一 QNCFG, 当且仅当存在 QPDA  $\mathcal{M}$ , 使得对任意  $w \in T^*$ ,  $\|\mathcal{M}^O\|(w) = \|\mathcal{G}^L\|(w)$ .

由定理 3—定理 5 可得以下结论成立。

**定理 6** 设  $A: \Sigma^* \rightarrow D$ , 若  $(D, +, val, 0, 1)$  为可交换的双么赋值么半群, 则下列条件等价:

- 1) 存在 QPDA  $\mathcal{M}$ , 使得  $A = \|\mathcal{M}^O\|$ ;
- 2) 存在 QPDA  $\mathcal{M}$ , 使得  $A = \|\mathcal{M}^F\|$ ;
- 3) 存在 QSPDA  $\mathcal{M}$ , 使得  $A = \|\mathcal{M}^O\|$ ;
- 4) 存在 QSPDA  $\mathcal{M}$ , 使得  $A = \|\mathcal{M}^F\|$ ;
- 5) 存在 QNCFG  $\mathcal{G}$ , 使得  $A = \|\mathcal{G}^L\|$ ;
- 6) 存在 QNCFG  $\mathcal{G}$ , 使得  $A = \|\mathcal{G}\|$ ;
- 7) 存在 QCFG  $\mathcal{G}$ , 使得  $A = \|\mathcal{G}^L\|$ ;
- 8) 存在 QCFG  $\mathcal{G}$ , 使得  $A = \|\mathcal{G}\|$ 。

注 3: 此结论说明在可交换的双么赋值么半群框架下, QPDA 和 QSPDA 接受的语言与 QNCFG 和 QCFG 生成的语言彼此相同。

**结束语** 本文主要研究了量化上下文无关语言的代数性质。本文第 1 节定义了双么赋值么半群; 第 2 节证明了在双么赋值么半群上以两种不同方式接受语言的 QPDA 等价(定理 3), 并给出了构造等价 QPDA 的方法; 第 3 节证明了在可交换的双么赋值么半群上, QPDA 接受的语言与 QCFG 生成的语言相同(定理 6)。本文只给出了 QPDA 接受的语言与 QCFG 生成的语言相同成立的充分条件, 今后将致力于对此结论成立的必要条件进行研究。

## 参考文献

- [1] HOPCROFT J E, MOTWANI R, ULLMAN J D. Introduction to Automata Theory, Languages and Computation (3rd)[M]. New Jersey: Pearson Addison Wesley, 2007; 171-314.
- [2] LEE E T, ZADEH L A. Note on fuzzy languages[J]. Information Science, 1969, 1(4): 321-434.
- [3] 李永明. 模糊系统分析[M]. 北京: 科学出版社, 2005; 218-228.
- [4] YING M S. A theory of computation based on quantum logic(I) [J]. Theoretical Computer Science, 2005, 344(2/3): 134-207.
- [5] LI Y M, PEDRYCZ W. Fuzzy finite automata and fuzzy regular expressions with membership values in lattice-ordered monoids [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2005, 156(1): 68-92.
- [6] QIU D W. Automata theory based on quantum logic; Reversibilities and pushdown automata [J]. Theoretical Computer Science, 2007, 386(1): 38-56.
- [7] XING H Y, QIU D W, LIU F C. Automata theory based on complete residuated lattice-valued logic; Pushdown automata [J]. Fuzzy Sets and Systems, 2009, 160(8): 1125-1140.
- [8] LI Y M. Finite automata theory with membership value in lattices [J]. Information Science, 2011, 181(5): 1003-1017.
- [9] DROSTE M, STÜBER T, VOGLER H. Weighted finite automata over strong bimonoids[J]. Information Science, 2010, 180(1): 156-166.
- [10] CHATTERJEE K, DOYEN L, HENZINGER T A. Quantitative languages [M]// Computer Science Logic. Springer, 2008; 385-400.
- [11] DROSTE M, MEINECKE I. Weighted automata and regular expressions over valuation monoid [J]. International Journal of Foundations of Computer Science, 2011, 22(8): 1829-1844.
- [12] DROSTE M, MEINECKE I. Weighted automata and Weighted MSO logics for average and long-time behaviors[J]. Information and Computation, 2012, 220-221(2): 44-59.
- [13] HAN Z W, LI Y M. Pushdown automata and context-free grammars based on quantum logic[J]. Journal of software, 2010, 21(9): 2107-2117. (in Chinese)
- 韩召伟, 李永明. 基于量子逻辑的下推自动机与上下文无关文法[J]. 软件学报, 2010, 21(9): 2107-2117.
- [14] SONG X Z, HAN Z W, LI Y N. Algebraic properties of context-free grammar based on quantum logic[J]. Computer Engineering and Applications, 2011, 47(4): 42-46. (in Chinese)
- 宋小震, 韩召伟, 李永明. 量子上下文无关文法的代数性质[J]. 计算机工程与应用, 2011, 47(4): 42-46.